

**Барыкин В.Н.**

**ОБЪЕКТНЫЕ  
КОГОМОЛОГИИ**

**Барыкин В.Н.** Объектные когомологии / В.Н. Барыкин. – Ковчег, 2025. – 268 с.

Обосновано единство законов движений в пространстве-времени и отношений изделий со структурой в моделях объектных множеств на базе обобщения алгебры Йордана. Дано структурное представление базиса октонионов на элементах триграмм, объединив аналитику Запада с мифологией Востока. Частично проанализированы модели структурных изделий в форме магических квадратов и конечных геометрий. Указаны законы связей и отношений между изделиями, невозможные и недоступные в границах классических теорий и чисел.

Предъявлен спектр проблем и перспектив развития теории эволюции и самоорганизации.

Монография предназначена для молодых людей, нацеленных на научное творчество в направлении развития интеллекта и новой практики, обеспечивающих достижение гармонии с миром жизни.

## Содержание

Введение.....	5
Специфика объектных пространств.....	7
Единство и различие нетривиальных объектных законов.....	10
Свойство объектного аналога центрального ряда .....	13
Функциональный изоморфизм дискретных и непрерывных пространств.....	14
Группа, ассоциированная с конформациями группы перестановок.....	18
Объектная модель $M^{16}$ .....	21
Ментальная визуализация структурных свойств частиц света и гравитации.....	25
Подсказки структуры частиц света и гравитации от объектных магических квадратов...27	
Функциональная связь объектного «близкодействия» и «дальнодействия» в $M^{16}$ .....	28
Объектное множество $M^9$ .....	29
Объектная модель $M^{16}$ .....	30
Аргументно инвариантные функции объектного множества $M^{16}$ .....	33
Расположение «змей» в магических квадратах .....	35
Специфика решений объектных алгебраических уравнений.....	37
Операционная зависимость аргументно инвариантных функций.....	40
Бинарно инвариантные объектные функции.....	41
Ассоциативные подмножества в частично ассоциативном множестве $M^{16}$ .....	42
Объектные полувакуумные состояния в объектном множестве $M^{16}$ .....	43
Отношения объектов в форме элементов логического пространства.....	44
Объектное множество $M^{25}$ .....	46
Структура, картина отношений и таблицы объектного множества $M^{36}$ .....	52
Структура и взаимодействие числовых пар.....	59
Структура и взаимодействие объектных пар.....	66
Аналог скалярного произведения в магическом квадрате.....	69
Спектр матричных решений алгебраического уравнения степени 5.....	70
Связь группы перестановок с матричным решением алгебраических уравнений.....	72
Специфика компенсационных операций.....	73
Возможности алгоритма Плюккера в модели объектного множества.....	79
Объектные алгоритмы компенсации неассоциативности и недистрибутивности .....	84
Творческий ресурс объектных магических квадратов.....	85
Генерация объектного «порядка» из объектного хаоса.....	89
Объектные квадраты множества $M^{16}$ .....	93
Иллюстрация подчинения объектного хаоса объектному порядку.....	96
Возможность приложения объектных множеств к моделированию атомов материи.....	99
Объектные аналоги алгебр Грассмана и Клиффорда.....	101
Скрытая структура и группы автоморфизмов объектного множества $M^{16}$ .....	103
Функциональная специфика сада $S^{27}$ .....	107
Объектный механизм эволюции.....	108
Аналогия кривизны поверхности с показателем отношения в электродинамике.....	110
Объектные симметрии циклических объектных подмножеств.....	111
Объектные коалгебры.....	113
Компенсация неассоциативности на модели алгебраической производной.....	115
Спектр компенсаторов в объектном множестве $M^{25}$ на паре цветовых операций.....	119
Центральное расширение групп, индуцированное объектным множеством.....	121
Конструктивные действия лупы Болла в объектном множестве.....	123
Конструктивные действия лупы Муфанг в объектном множестве.....	125
Генерация групп на модели магического квадрата Ло Шу.....	126
Спектр операционных базисных генераций объектного множества .....	130
Специфика объектных когомологий.....	132
Парадоксы аргументной инвариантности.....	135
Аддитивное представление произведения элементов объектного множества.....	135
Аргументная скрытность мультипликативного изделия.....	136

Объектная коммутативность при бинарности аргументов.....	136
Функциональная ограниченность «чувствительности» по количеству «влияний».....	137
Единство суммы пары обратных произведений на 4 элементах.....	139
Аргументная инвариантность повторяющихся функций.....	139
Объектные кохомологические уравнения ранга 4.....	140
Дополнение модели объектных кохомологических уравнений ранга 4.....	143
Объектные алгебраические уравнения на коцепях ранга 5.....	144
Модель объектного вакуума на коцепях ранга 5.....	145
Решения линейного объектного кохомологического уравнения.....	146
Решения объектных кохомологических уравнений ранга 6.....	148
Объектные уравнения, ассоциированные с коцепями.....	152
Аргументно инвариантные объектные уравнения на 2-коцепях.....	154
Единые объектные уравнения для 3 видов 2-коцепей.....	156
Аргументно инвариантные функции, циклические на количестве аргументов.....	157
Циклическая по количеству аргументов генерация конформаций.....	162
Перестановочные объектные функции с одинаковыми значениями.....	164
Структурные изделия на спектре операций.....	167
Решения бинарных уравнений.....	177
Матричная неассоциативность.....	179
Аргументно инвариантные функции в качестве проектов изделий.....	180
Знаковые кохомологии решений объектных алгебраических уравнений.....	182
Неассоциативный аналог операционного дубля слагаемых .....	185
Объектное обобщение алгебр Лейбница.....	186
Триада объектных коммутаторов с единым законом.....	187
Аргументно инвариантные функции с двумя переменными.....	189
Спектр аргументно инвариантных функций с двумя переменными.....	191
Циклическость значений функций на количестве элементов.....	194
Дополнение физической динамики объектной динамикой.....	196
Функциональная коммутативность в объектных множествах.....	197
Сад $M^{36}$ с $q$ управлением.....	198
Океан гиперкомплексных чисел.....	202
Объектное взаимодействие пар с целью объединения качеств.....	205
Специфика суммы аргументно инвариантной и обычной функции.....	206
Спектр объектных октонионов.....	207
Тайны объектного множества $M^9$ .....	212
Дополнение класса аргументно инвариантных функций .....	217
Кватернионы и октонионы в неоднородных множествах.....	218
К истории чисел.....	222
Единый закон для объектов и их движений.....	224
Детали и специфика объединения групп Галилея и Лоренца.....	230
Объектное множество $M^4$ как элемент структурного поля $F_2$ .....	232
Сад $S^{27}$ .....	233
Объектные октонионы множества $S^{27}$ .....	241
Сад конечных объектных геометрий на триграммах.....	242
Сад магических квадратов на триграммах.....	243
Представление объектного множества $S^{27}$ спектром триграмм.....	244
Представление объектного множества $S^{27}$ спектром триграмм.....	247
Алгоритмы объектного воспроизводства на триграммах.....	248
Алгоритм генерация спектра конечных объектных геометрий Фано.....	250
Объектное обобщение проективных геометрий Галуа .....	252
Уникальные свойства объектных множеств.....	253
Рассуждения о числах.....	259
Заключение.....	267
Литература.....	267

## Введение

Назовем объективной истиной доступные стороны или свойства Реальности, которые были, есть и будут всегда и везде. Таковы, например, объекты и отношения между ними. Таково время, пространство, структурные слагаемые, наличие физических Тел, Сознаний и Чувств, которые принято называть Душой. Таковы Жизнь и Смерть, успехи и неудачи, а также подъемы и падения.

Примем в качестве такой истины выстраданное практикой фундаментальное свойство Реальности: Реальность не упускает возможностей для развития.

Назовем прорывными истинами достигнутые решения сложных задач или проблем, которые известны, но не имели до настоящего времени конструктивных ответов.

В теоретической физике их достаточно много. Обратим внимание на некоторые из них:

- а) возможно ли единство нерелятивистской и релятивистской теорий;
- б) первичен ли микро- или макромир для физической теории;
- в) возможна ли структурная модель частиц света и электродинамика без сингулярностей;
- г) возможна ли структурная модель частиц гравитации;
- д) возможно ли объединение гравитации и электромагнетизма в единую модель;
- е) что такое физические заряды и какова может быть их модель;
- ж) как объединить и понять корпускулярные и волновые свойства материи;
- з) чем и как реально учесть свойства Сознаний и Чувств объектов Реальности, есть ли эти свойства и параметры у любых объектов;
- е) каковы механизмы и алгоритмы достижения гармонии живых объектов с Реальностью,...

Понятно, что этот перечень очень ограничен. Есть существенно более сложные задачи и проблемы, к решению которых даже непонятно, как подойти:

- а) каковы языки и формы информационного взаимодействия в спектре объектов Реальности;
- б) как оценивать и рассчитывать значимость и энергии Сознаний и Чувств;
- в) как профессионально жить в океане скрытых энергий;
- г) как обеспечить бессмертие с полноценным здоровьем и молодостью без помех и без вреда для других живых объектов;
- д) нужны ли мы Вселенной, что и как в ней мы обязаны творить и чему учиться,...

Конечно, это понятно и приятно для нас, что состояние и динамика нашей жизни зависят от уровня развития экспериментальной практики, и от глубины и качества расчетных средств и моделей. Согласованно меняя то и другое, мы обеспечиваем и гарантируем развитие. Оно меняет нас по всем нашим качествам.

Отмечу, что вся деятельность проведена без согласований с кем бы то ни было, это был и есть индивидуальный труд по своим планам и по своему настроению. Я принял точку зрения Галуа, что критиковать меня можно только тогда, когда я об этом попрошу. Не исключено, что такие критерии научного творчества действительно могут обеспечить успех. Кроме этого, реально не было финансирования, что кажется неестественным и абсурдным, но так была обеспечена свобода от отчетов и потребности работы в коллективе.

Делать то, что представляется важным и нужным не только для себя, творить постоянно и настойчиво, исключив физические и социальные помехи, не забывая наслаждаться тайнами и прелестями жизни... Таков был мой мотив и план поведения.

Жизненная практика имеет три измерения:

- (а) собственные *действия* по мере их развития;
- (б) возможности доступных изделий, обеспечивающих *эксперименты*;
- (в) алгоритмы и средства *расчета* имеющихся и прогнозируемых данных.

Эти три «кита» удерживают и катализируют жизнь во Вселенной и для отдельного объекта, и для социума.

Естественна их взаимосвязь в форме многоуровневой, многогранной динамика, которая задает темп развития и уровень достигаемой эволюции.

Успех и качество жизни реализуются в указанном трехмерном пространстве жизни, когда каждый объект, так или иначе, применяет и учитывает себя и окружение в меру своих возможностей и условий.

Многое в жизни приходится делать при кажущемся минимуме условий для успеха, что способствует ослаблению активности и разрушению Веры. И подход к ситуациям, и жизнь меняются, когда мы принимаем дарованную нам неограниченность на добрые дела, а также когда мы разумно принимаем подсказки и помощь в делах от внешнего Мира.

Оценивая текущую ситуацию и перспективу, естественно искать ответы на 4 вопроса:

- (а) становимся ли мы ментально богаче?
- (б) развиваются ли и в норме ли наши чувства?
- (в) оптимально ли мы пользуемся своими телами?
- (г) есть ли гармония и эффективность для жизни наших Тел, Сознаний и Чувств?

Скорее всего, ответы на эти вопросы требуются для управления собой и для всего социума.

Вселенная есть система из множества самых разных изделий со сложной структурой и спектром взаимодействий. Без достаточной и корректной информации о ней при отсутствии гармонии с Вселенной, мы не получим ответа на вопрос, как жить в таком «социуме», что обедняет и искажает практику жизни.

Объектные множества, как математические средства, нацелены на «копирование» структуры и спектра взаимодействий исследуемых изделий, имеющих Тела, Сознания и Чувства.

Согласно поставленной цели, для достижения успеха требуются структурные элементы, образующие множества, замкнутые на ассоциативных и неассоциативных операциях.

Тогда появляются основания для анализа живых изделий, действующих в условиях энергетических и информационных взаимодействий. Они могут задаваться спектром функций и операторов, генерируя законы, имеющие статус законов жизни в ментальном их представлении.

Конечно, следует учитывать, что анализируемые и создаваемые объекты различны и имеют право на некий «суверенитет». Особенно это важно понимать и принимать в ситуациях, когда мы не знаем или не понимаем их структуры и взаимодействий.

Возможно, учитывая иерархичность изделий и их свойств, главная задача и цель всякой деятельности состоит в том, чтобы достигать гармонии со спектром изделий.

Понятно, что каждое изделие не всё и не всегда предъявляет в мере, достаточной для гармонии с ним. Более того, обычно в информации присутствуют искаженные, а также ложные элементы. По этой причине бывает достаточно сложно найти ключи и алгоритмы к переменам в лучшую сторону.

Жизненная практика убеждает нас в том, что каждое изделие несет ответственность за свои дела, а также и за то, что оно даже не собиралось делать.

Объектные множества можно трактовать как один из элементов для математической картины доступной и ожидаемой Реальности. Меняя их структуру, операции, функции и операторы в разных их связях мы расширяем спектр имеющихся данных.

Обнаруживается дополнительность результатов, достигнутых на моделях чисел классического ряда и на моделях объектных множеств. Она тем более важна, что объектные множества подчинены как ассоциативным, так и неассоциативным связям и операциям.

В монографии представлены аспекты анализа сторон и свойств объективной Реальности на основе возможностей, представляемых объектными множествами.

Исследования в основном базируются на собственных работах [1 – 20].

## Специфика объектных пространств

Зададим объектные пространства моделями их аналогий с числовыми пространствами. На место точки числовых пространств поставим элемент объектного множества, места для линий, а также расстояний и связностей предоставим функциям на этих элементах.

Поскольку все объектные множества частично ассоциативны, а числовые пространства ассоциативны, естественно получим новые законы для объектных пространств, которые даже невозможны в числовых пространствах.

Обратим внимание на наличие 3 моделей объектных расстояний при опоре на свойства, действующие на линии в физическом пространстве, визуально воспринимаемой как прямая линия в пространстве Евклида.

Рассмотрим 4 точки, расположенные на линии

$$- - a - - b - - c - - d - .$$

Измеряемые расстояния между ними в форме разности координат обеспечивают закон связи

$$ac + bd = ad + bc,$$

$$(c - a) + (d - b) = (d - a) + (c - b).$$

Примем этот алгоритм расчета в качестве первой модели объектного расстояния. Он представляется естественным и полезным.

Модель действительных чисел иллюстрирует корректность другого закона

$$(c + a) + (d + b) = (d + a) + (c + b).$$

Он естественен для элементов объектного множества, но необычен по своему применению и трактовке в числовом выражении, так как расстояние между точками теперь двойственно. Мы привыкли к его минимальной мере на функции разности координат, упуская «скрытое» функциональное свойство системы «точек».

Обратим внимание на тот факт, что возведение «координат» в степени, генерируя новые, нелинейные расстояния и пространства, не разрушает пару указанных законов, если их «слагаемые» не корректируются дополнительно факторами, обеспечивающими «мутацию» расстояний.

Так, например, расстояния между «точками» будут другими, если они измерены в разное время на неоднородно нагретом стержне, что не разрушит законы на разностях и суммах координат или элементов множества, измеряемых «мгновенно». Заметим, что здесь проявляет себя факторная связь свойств моделей пространства и времени.

Подчинение числовых и объектных множеств данной паре законов для линейных и нелинейных пространств, если нет факторных «мутаций», не исчерпывает ситуацию с функциональной точки зрения.

Имеет место третий закон на элементах объектных множеств

$$ac + bd = ad + bc.$$

Такова не только запись разности числовых «координат», это произведение элементов и их сумма согласно структуре объектных множеств. Стандартные числа не соответствуют такому закону.

Объекты имеют новый закон для взаимных отношений.

Элементы объектного множества можно расположить в последовательности, имеющие разные связи между собой. По этой причине функционально генерируются «линии» разной структуры. Согласно анализу, они образуются из конечного подмножества. Следовательно, можно рассматривать пары и множества линий, оценивая их взаимное расположение. В том числе естественно проанализировать объектную параллельность линий, приняв во внимание три варианта объектных расстояний.

Зададим  $A$  – модель объектных линий функциональным условием

$$a_{i+2} = a_i \cdot a_{i+1}.$$

В этом случае объектные линии «циклически» по структуре, каждый цикл имеет 6 элементов.

В объектном множестве  $M^{16}$  имеем, например, пару линий:

$$\begin{array}{cccccccccccc} 1 & 4 & 14 & 3 & 8 & 12 & 1 & 4 & 14 & 3 & 8 & 12 & \dots \\ 5 & 6 & 16 & 7 & 2 & 10 & 5 & 6 & 16 & 7 & 2 & 10 & \dots \end{array}$$

Найдем объектные расстояния для пар соответствующих точек:

$$\begin{array}{l} 1-5=16, 4-6=14, 14-16=10, 3-7=16, 8-2=14, 12-10=10, \dots \\ 1 \cdot 5=13, 4 \cdot 6=15, 14 \cdot 16=11, 3 \cdot 7=13, 8 \cdot 2=15, 12 \cdot 10=11, \dots \\ 1+5=10, 4+6=10, 14+16=10, 3+7=10, 8+2=10, 12+10=10, \dots \\ \\ 5-1=16, 6-4=14, 16-14=10, 7-3=16, 2-8=14, 10-12=10, \dots \\ 5 \cdot 1=13, 6 \cdot 4=15, 16 \cdot 14=11, 7 \cdot 3=13, 2 \cdot 8=15, 10 \cdot 12=11, \dots \\ 5-1=10, 6-4=10, 16-14=10, 7-3=10, 2-8=10, 10-12=10, \dots \end{array}$$

Следовательно, объектные линии не параллельны на разностях и произведениях элементов, но параллельны на сумме элементов.

Из анализа следует, что есть *только одна линия*, проходящая через точку вне точек базовой линии, которая параллельна ей, что иллюстрирует в  $A$  – модели свойства геометрии Евклида.

Зададим  $B$  – модель объектных линий функциональным условием

$$a_i \cdot a_{i+1} = \sigma = const.$$

Эти объектные линии «циклически» по структуре, каждый цикл имеет по 4 элемента. На элементах объектного множества  $M^{16}$  генерируется тройка линий:

$$\begin{array}{cccccccc} 1 & 8 & 3 & 6 & 1 & 8 & 3 & 6 & \dots \leftarrow \sigma = 10, \\ 5 & 4 & 7 & 2 & 5 & 4 & 7 & 2 & \dots \leftarrow \sigma = 10, \\ 5 & 2 & 7 & 4 & 5 & 2 & 7 & 4 & \dots \leftarrow \sigma = 12. \end{array}$$

Тогда через точку вне базовой линии имеем *две параллельные* с разными условиями, так как

$$\begin{array}{l} 13 = 1 \cdot 5 = 8 \cdot 4 = 3 \cdot 7 = 6 \cdot 2 = 13, \quad 13 = 5 \cdot 1 = 4 \cdot 8 = 7 \cdot 3 = 2 \cdot 6, \\ 16 = 1 - 5 = 8 - 4 = 3 - 7 = 6 - 2 = 16, \quad 16 = 5 - 1 = 4 - 8 = 7 - 3 = 2 - 6 = 16, \\ 10 = 1 + 6 = 8 + 2 = 3 + 7 = 6 + 4 = 10. \end{array}$$

Мы получили объектный аналог геометрии Лобачевского, в которой базовая линия имеет *несколько параллельных линий*, которые проходят через внешнюю точку.

Зададим  $C$  – модель объектных линий функциональным условием

$$a_{i+1} = a_i \cdot a_{i+2}.$$

Новые объектные линии тоже «циклически» по структуре, каждый цикл имеет 6 элементов. На элементах объектного множества  $M^{16}$  генерируются, например, такие линии:

$$\begin{array}{cccccccccccc} 1 & 10 & 8 & 7 & 14 & 6 & 1 & 10 & 8 & 7 & 14 & 6 & \dots \\ 5 & 10 & 4 & 3 & 14 & 2 & 5 & 10 & 4 & 3 & 14 & 2 & \dots \\ 5 & 12 & 2 & 3 & 16 & 4 & 5 & 12 & 2 & 3 & 16 & 4 & \dots \\ 5 & 14 & 8 & 3 & 10 & 6 & 5 & 14 & 8 & 3 & 10 & 6 & \dots \end{array}$$

Из расчета следует, что три модели объектных расстояний между точками с одинаковыми порядковыми номерами не обеспечивают условия объектной эквидистантности. Линии за пределами базовой линии *всегда не параллельны* ей. При этом они могут не пересекаться с ней, не имеют общих точек.

Таков объектный аналог геометрии Римана.

Ситуация принципиально меняется, если принять объектное условие параллельности

$$\delta = xy + ux.$$

Это значение одинаково на любой паре элементов объектного множества. Новый критерий гарантирует «*параллельность*» *всех линий* на элементах объектного множества.

Объектная эквидистантность обеспечивается для любой пары точек законом

$$\delta = x^2 + y^2 = const.$$

Другими словами, все точки объектного множества находятся на одинаковом расстоянии друг от друга. Но тогда, по логике, это свойство имеют линии с конечным числом «точек».

Обеспечивает объектную эквидистантность в  $M^{16}$  функциональная связь, симметричная относительно знака равенства

$$\delta = x(x - y)y = 10 = y(y - x)x.$$

В объектных множествах  $M^{25}, S^{27}$  условие

$$\delta = x(x + y)y$$

обеспечивает одно значение в форме объектного нуля. Все объектные линии на таком критерии находятся на «нулевом» расстоянии друг от друга. Расстояние не зависит от того, какое место занимают элементы в последовательности, в том числе и между собой.

Примеры иллюстрируют аналогии ряда свойств числовых и объектных пространств, а также проявления качественно новых законов, которые выходят за границы привычной логики и здравого смысла.

## Единство и различие нетривиальных объектных законов

Назовем нетривиальными законы, которые невозможны в моделях классических чисел. Их достаточно много в объектных множествах.

Проиллюстрируем примерами *законы жизни* живых объектов. Они предъявляют связи, которые взаимно дополняют друг друга, будучи «противоположными» по структуре.

Простейший закон жизни есть функциональная связь с константой, различной в каждом объектном множестве (когда  $ax$  в соединении с  $xa$  обеспечивают равновесие):

$$xy + yx = \text{const}(M^*) \rightarrow ax + xa = \text{const}(M^*).$$

Получим, например, расчетное их подтверждение:

$$\begin{aligned} M^{16} &\rightarrow 1 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 2 + 4 = 2 = 1(M^{16}) + 1(M^{16}), \dots 1 \cdot 16 + 16 \cdot 1 = 16 + 6 = 2, \\ M^{25} &\rightarrow 1 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 17 + 20 = 17 = 1(M^{25}) + 1(M^{25}), \dots 1 \cdot 16 + 16 \cdot 1 = 7 + 1 = 17, \\ S^{27} &\rightarrow 1 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 8 + 9 = 8 = 1(S^{27}) + 1(S^{27}), \dots 1 \cdot 16 + 16 \cdot 1 = 11 + 15 = 8, \\ M^{36} &\rightarrow 1 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 14 + 18 = 14 = 1(M^{36}) + 1(M^{36}), \dots 1 \cdot 16 + 16 \cdot 1 = 10 + 4 = 14. \end{aligned}$$

Те же константы получаются при увеличении количества пар элементов в принятой модели. Так, имеем закон

$$axax + xaax = \text{const}(M^*).$$

Проиллюстрируем его примерами:

$$\begin{aligned} M^{16} &\rightarrow 5 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 7 + 7 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 5 = 1 + 1 = 2 = 1(M^{16}) + 1(M^{16}) \dots \\ M^{25} &\rightarrow 5 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 7 + 7 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 5 = 1 + 1 = 17 = 1(M^{25}) + 1(M^{25}) \dots \\ S^{27} &\rightarrow 5 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 7 + 7 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 5 = 5 + 3 = 8 = 1(S^{27}) + 1(S^{27}) \dots \\ M^{36} &\rightarrow 5 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 7 + 7 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 5 = 23 + 27 = 14 = 1(M^{36}) + 1(M^{36}) \dots \end{aligned}$$

Получается иерархия законов с реализацией одинаковых констант объектных множеств

$$\begin{aligned} axaxax + xaaxax &= \text{const}(M^*), \\ axaxaxax + xaaxaxax &= \text{const}(M^*), \dots \end{aligned}$$

Поскольку указанные элементы могут иметь множители в форме действительных чисел, эти законы задают разные величины, хотя подчинены одним функциональным связям. Поэтому нет противоречия в том, что получаются единые константы при разных количествах элементов.

С одной стороны, мы имеем принципиальное различие законов в объектных множествах по сравнению с законами в числовых множествах, что свидетельствует о дополнительности действующих числовых систем.

С другой стороны, было бы более удивительно, если бы множества с ассоциативными операциями генерировали те же законы, что и множества с неассоциативными операциями.

В третьих, новые законы инициируют развитие логики в поведении и в делах, а не только в расчетах, учитывая недостижимые ранее грани и свойства структурных объектов.

В объектных множествах действует нетривиальный закон

$$x - y + xy = \text{const} = 1(M^*) \Rightarrow xy = 1 - x + y.$$

У числовых множеств такая связь может иметь место только в исключительных ситуациях, а в объектных множествах она справедлива на любой паре элементов, не исключая их равенства.

Проиллюстрируем ситуацию примерами:

$$M^{16} \rightarrow 5 - 7 + 5 \cdot 7 = 2 + 3 = 1, \dots 11 - 2 + 11 \cdot 2 = 9 + 12 = 1, \dots 13 - 15 + 13 \cdot 15 = 2 + 3 = 1,$$

$$M^{25} \rightarrow 5 - 7 + 5 \cdot 7 = 24 + 12 = 16, \dots 11 - 2 + 11 \cdot 2 = 24 + 12 = 1, \dots 13 - 15 + 13 \cdot 15 = 18 + 18 = 16,$$

$$S^{27} \rightarrow 5 - 7 + 5 \cdot 7 = 4 + 3 = 7, \dots 11 - 2 + 11 \cdot 2 = 23 + 26 = 7, \dots 13 - 15 + 13 \cdot 15 = 7 + 9 = 7,$$

$$M^{36} \rightarrow 5 - 7 + 5 \cdot 7 = 22 + 27 = 13, \dots 11 - 2 + 11 \cdot 2 = 27 + 22 = 13, \dots 13 - 15 + 13 \cdot 15 = 16 + 15 = 13.$$

Поскольку в объектном множестве квадрат суммы элементов есть единица объектного множества, имеем уникальную форму нетривиального закона

$$xy - (x + y)^2 = y - x = xy - (xy)^2.$$

Так «вскрывается» скрытая при числовом анализе глубина бинарных отношений в системе живых структурных объектов с «контактным» и «информационным» взаимодействием.

Объектные множества имеют индивидуальность, дополняя расчет и анализ спецификой законов и ситуаций.

Проиллюстрируем тезис на примере объектного множества  $M^{16}$ .

Например, его элементы подчинены закону

$$хуху = ухух.$$

Расчет подтверждает эту связь:

$$1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 = 3, \quad 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 = 3, \quad 6 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 7 = 3, \quad 7 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 6 = 3,$$

$$14 \cdot 9 \cdot 14 \cdot 9 = 11, \quad 9 \cdot 14 \cdot 9 \cdot 14 = 11, \quad 1 \cdot 14 \cdot 1 \cdot 14 = 11, \quad 14 \cdot 1 \cdot 14 \cdot 1 = 11, \dots$$

Справедлив закон

$$x + хух = y + уху.$$

Действительно, получим

$$1 + 1 \cdot 2 \cdot 1 = 1, \quad 2 + 2 \cdot 1 \cdot 2 = 1,$$

$$14 + 14 \cdot 9 \cdot 14 = 5, \quad 9 + 9 \cdot 14 \cdot 9 = 5, \dots$$

На их основе генерируется спектр законов аддитивного и мультипликативного вида:

$$x + хух + хуху = y + уху + ухух, \\ (x + хух)(хуху) = (y + уху)(ухух), \dots$$

Алгоритм объектной компенсации неассоциативности имеет такую структуру:

$$\Delta = x_a x_b x_c - x_a (x_b x_c) = x_c x_b x_a - x_b (x_a x_c).$$

Подтвердим его корректность примерами на 4 объектных множествах. Пусть

$$x_a = 4, \quad x_b = 11, \quad x_c = 15.$$

Получим

$$M^{16} \rightarrow 4 \cdot 11 \cdot 15 - 4(11 \cdot 15) = 16 \cdot 14 = 2 = 15 \cdot 11 \cdot 4 - 11(4 \cdot 15), \dots$$

$$M^{25} \rightarrow 4 \cdot 11 \cdot 15 - 4(11 \cdot 15) = 3 \cdot 8 = 21 = 15 \cdot 11 \cdot 4 - 11(4 \cdot 15), \dots$$

$$S^{27} \rightarrow 4 \cdot 11 \cdot 15 - 4(11 \cdot 15) = 22 \cdot 16 = 3 = 15 \cdot 11 \cdot 4 - 11(4 \cdot 15), \dots$$

$$M^{36} \rightarrow 4 \cdot 11 \cdot 15 - 4(11 \cdot 15) = 20 \cdot 14 = 24 = 15 \cdot 11 \cdot 4 - 11(4 \cdot 15), \dots$$

Из расчета следуют законы

$$\begin{aligned} xyz = zyx &\rightarrow bac = cab, \\ x(yz) = y(xz) &\rightarrow c(ab) = a(cb). \end{aligned}$$

Определим объектную производную произведения элементов объектного множества

$$D_a(x_b x_c) = x_a x_b x_c + x_b(x_a x_c).$$

Из расчета следует ее объектный аналог в форме условия компенсации неассоциативности

$$\begin{aligned} x_a x_b x_c + x_b(x_a x_c) &= x_a(x_b x_c) + (x_c x_b)x_a, \\ x_a x_b x_c - x_a(x_b x_c) &= x_c x_b x_a - x_b(x_a x_c). \end{aligned}$$

Следовательно, в объектных множествах условие компенсации неассоциативности есть проявление условия компенсации объектной производной произведения элементов.

Поскольку

$$x_b(x_a x_c) = x_a(x_b x_c),$$

объектную производную произведения элементов можно рассматривать в качестве модели *антиассоциатора*

$$D_a(x_b x_c) = x_a x_b x_c + x_a(x_b x_c).$$

Подтвердим указанные равенства примерами:

$$M^{16} \rightarrow 14(11 \cdot 15) = 14 \cdot 5 = 4 = 11(14 \cdot 15) = 11 \cdot 10 = 4,$$

$$M^{25} \rightarrow 14(11 \cdot 15) = 14 \cdot 20 = 22 = 11(14 \cdot 15) = 11 \cdot 17 = 22,$$

$$S^{27} \rightarrow 14(11 \cdot 15) = 14 \cdot 11 = 13 = 11(14 \cdot 15) = 11 \cdot 8 = 13,$$

$$M^{36} \rightarrow 14(11 \cdot 15) = 14 \cdot 5 = 4 = 11(14 \cdot 15) = 11 \cdot 14 = 4.$$

Эти данные корректны на неассоциативной операции произведения и не выполняются на матричной операции, что дополняет модели ассоциативных числовых множеств.

## Свойство объектного аналога центрального ряда

Центральный ряд есть алгоритм последовательного расчета коммутаторов на элементах множества, согласованных посредством обозначений коммутирования.

В простейшем случае есть только пара элементов

$$[x, y] = xy - yx.$$

В числовых множествах эти величины не связаны с произведениями и суммой элементов. В объектных множествах ситуация меняется: центральные ряды согласованы с суммами и произведениями анализируемых элементов

Проиллюстрируем модель связи на примерах. Выполняются законы

$$\begin{aligned} A_2 &= [x, y], & B_2 &= (xy)(x+y) \Rightarrow 2A_2 = 2B_2, \\ A_3 &= [x[y, z]], & B_3 &= (xyz)(x+y+z) \rightarrow 2A_3 = 2B_3, \\ A_4 &= [x[y[z, p]]], & B_4 &= (xyzp)(x+y+z+p) \rightarrow 2A_4 = 2B_4, \dots \end{aligned}$$

На элементах объектного множества  $M^{16}$  получим, например

$$[1, 2] = 1 \cdot 2 - 2 \cdot 1 = 16 - 14 = 10, \quad 1 \cdot 2 = 16, \quad 1 + 2 = 11, \quad 16 \cdot 11 = 14, \\ 10 + 10 = 12 = 14 + 14.$$

$$[3[7, 14]] = 14, \quad 3 \cdot 7 \cdot 14 = 12, \quad 3 + 7 + 14 = 16, \quad 12 \cdot 16 = 16, \\ 14 + 14 = 12 = 16 + 16.$$

$$[6[15[2, 14]]] = 16, \quad 6 \cdot 15 \cdot 2 \cdot 14 = 14, \quad 6 + 15 + 2 + 14 = 9, \quad 14 \cdot 9 = 14, \\ 16 + 16 = 12 = 14 + 14,$$

$$[1[5[9, 13]]] = 14, \quad 1 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 13 = 9, \quad 1 + 5 + 9 + 13 = 16, \quad 9 \cdot 16 = 14, \\ 14 + 14 = 12 = 14 + 14, \dots$$

При дальнейшем увеличении количества элементов в коммутаторах закон нарушается:

$$[6[12[5[9, 1]]]] = 16, \quad 6 \cdot 12 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 1 = 3, \quad 6 + 12 + 5 + 9 + 1 = 1, \quad 3 \cdot 1 = 11, \\ 16 + 16 = 12 \neq 10 = 11 + 11,$$

$$[14[2[10[11, 4]]]] = 12, \quad 14 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 4 = 11, \quad 14 + 2 + 10 + 11 + 4 = 9, \quad 11 \cdot 9 = 11, \\ 12 + 12 = 12 \neq 10 = 11 + 11.$$

Возникает естественный вопрос: не имеет ли задача разрешения алгебраических уравнений в радикалах с условиями, которые диктует центральный ряд на группе перестановок корней анализируемых уравнений? Есть ли «выборки», при которых закон малых центральных рядов будет справедлив?

## Функциональный изоморфизм дискретных и непрерывных пространств

Зададим отношения между 3 элементами множества базовыми матрицами

$$\begin{array}{l} 1 \\ 1+1=2 \\ 2+1=3 \end{array} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{array}{l} 1 \\ 1+2=3 \\ 3+2=2 \end{array} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{array}{l} 1 \\ 1+3=1 \\ 1+3=1 \end{array} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Индукцированные три конформации зададим натуральными числами:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

1            2            3            4            5            6            7            8            9

На модульном суммировании строк и матричной операции получим таблицы

$st$ +	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	5	6	4	8	9	7	2	3	1
2	6	4	5	9	7	8	3	1	2
3	4	5	6	7	8	9	1	2	3
4	8	9	7	2	3	1	5	6	4
5	9	7	8	3	1	2	6	4	5
6	7	8	9	1	2	3	4	5	6
7	2	3	1	5	6	4	8	9	7
8	3	1	2	6	4	5	9	7	8
9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

$$\rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline + & \hat{1} & \hat{2} & \hat{0} \\ \hline \hat{1} & \hat{2} & \hat{0} & \hat{1} \\ \hline \hat{2} & \hat{0} & \hat{1} & \hat{2} \\ \hline \hat{0} & \hat{1} & \hat{2} & \hat{0} \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline + & \hat{0} & \hat{1} & \hat{2} \\ \hline \hat{0} & \hat{0} & \hat{1} & \hat{2} \\ \hline \hat{1} & \hat{1} & \hat{2} & \hat{0} \\ \hline \hat{2} & \hat{2} & \hat{0} & 1 \\ \hline \end{array}.$$

$m$ ×	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	3	1	6	4	5	7	8	9
3	3	1	2	5	6	4	7	8	9
4	4	5	6	1	2	3	7	8	9
5	5	6	4	3	1	2	7	8	9
6	6	4	5	2	3	1	7	8	9
7	7	8	9	7	8	9	7	8	9
8	8	9	7	9	7	8	7	8	9
9	9	7	8	8	9	7	7	8	9

$$\rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \times & \hat{1} & 2 & \hat{0} \\ \hline \hat{1} & \hat{1} & 2 & \hat{0} \\ \hline 2 & 2 & \hat{1} & \hat{0} \\ \hline \hat{0} & \hat{0} & \hat{0} & \hat{0} \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \times & \hat{0} & \hat{1} & 2 \\ \hline \hat{0} & \hat{0} & \hat{0} & \hat{0} \\ \hline \hat{1} & \hat{0} & \hat{1} & 2 \\ \hline 2 & \hat{0} & 2 & \hat{1} \\ \hline \end{array}.$$

Мы имеем модель дискретного пространства на структурных элементах.

Факторизованные таблицы идентичны таблицам сумм и произведений конечного поля  $F_3\{0,1,2\}$ . Но это только формальная идентичность. Модель конечного поля базируется на суммах и произведениях чисел по модулю числа 3. В рассматриваемом случае анализ выполнен для системы матриц, подмножества которых пронумерованы числами. Мы имеем структурные объекты и операции с ними. Это качественно другие множества, свойства которых существенно выходят за привычные пределы свойств чисел.

Комбинаторная операция генерирует таблицы с принципиально новыми свойствами:

$\overset{k}{\times}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	7	8	9	1	2	3	4	5	6
2	9	7	8	3	1	2	6	4	5
3	8	9	7	2	3	1	5	6	4
4	4	5	6	7	8	9	1	2	3
5	6	4	5	9	7	8	3	1	2
6	5	6	4	8	9	7	2	3	1
7	1	2	3	4	5	6	7	8	9
8	3	1	2	6	4	5	9	7	8
9	2	3	1	5	6	4	8	9	7

→

$\overset{k}{\times}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$	$\hat{0}$
$\hat{1}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$
$\hat{2}$	$\hat{2}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$
$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$	$\hat{0}$

→

$\overset{k}{\times}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$
$\hat{0}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$
$\hat{1}$	$\hat{2}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$
$\hat{2}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$	$\hat{0}$

Во-первых, эта таблица, в отличие от предыдущих таблиц, неассоциативна. Например,

$$1(2 \cdot 3) = 1 \cdot 8 = 5, (1 \cdot 2)3 = 8 \cdot 3 = 2, \dots$$

Во-вторых, факторизованная таблица не укладывается в рамки расчетной логики. Непонятно, как можно соединить между собой, с операционной точки зрения, условия вида

$$\begin{array}{lll} \overset{k}{1 \times 0} = 2 & \overset{k}{1 \times 1} = 0 & \overset{k}{1 \times 2} = 1 \\ \overset{k}{2 \times 0} = 1 & \overset{k}{2 \times 2} = 0 & \overset{k}{2 \times 1} = 2 \\ \overset{k}{0 \times 0} = 0, & \overset{k}{0 \times 1} = 1, & \overset{k}{0 \times 2} = 2. \end{array}$$

В-третьих, элементы объектного множества имеют на комбинаторной операции, при ее объединении с операцией структурной суммы, фундаментальное свойство на паре элементов

$$xy + yx = const.$$

Соответственно имеем равенство пары функций

$$\begin{aligned} A &= B, \\ A &= (x^2 y)x + (yx^2)x + x(x^2 y) + x(yx^2), \\ B &= x^2(yx) + x^2(xy) + (yx)x^2 + (xy)x^2. \end{aligned}$$

Они свидетельствуют о том, что дискретное объектное пространство подчинено условиям алгебры Йордана.

Модель непрерывного пространства характеризует стандарты физического пространства. Запишем преобразования координат и времени, функционально объединяющие группу Галилея и группу Лоренца на основе показателя отношения  $w$ , для ситуации относительного движения со скоростью  $u_x$  вдоль оси  $Ox$

$$x' = \frac{x - \frac{u_x}{c} \tau}{\sqrt{1 - w \frac{u_x^2}{c^2}}}, y' = y, \tau' = \frac{\tau - w \frac{u_x}{c} x}{\sqrt{1 - w \frac{u_x^2}{c^2}}} \leftrightarrow x' = \gamma_x \left( x - \frac{u_x}{c} \tau \right), y' = y, \tau' = \gamma_x \left( \tau - w \frac{u_x}{c} x \right)$$

в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} \tau' \\ x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_x & -\gamma_x w \frac{u_x}{c} & 0 \\ -\gamma_x \frac{u_x}{c} & \gamma_x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau \\ x \\ y \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} \tau \\ x \\ y \end{pmatrix}.$$

Генератор алгебры Ли по параметру в форме относительной скорости имеет такой вид:

$$L_x = \frac{\partial U}{\partial \left( \frac{u_x}{c} \right)} = \begin{pmatrix} 0 & -w & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Генератор  $L_y$  алгебры Ли, учитывающий инерциальное движение по оси  $Oy$ , дополним еще генератором вращений  $R$ , ассоциированным с условием

$$\begin{pmatrix} \tau' \\ x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau \\ x \\ y \end{pmatrix}.$$

Получим

$$L_y = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -w \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, R = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Антисимметричная операция коммутирования Ли связывает генераторы алгебры условиями

$$[L_x, R] = L_x R - R L_x = L_y, [L_y, R] = -L_x, [L_x, L_y] = wR.$$

Показатель отношения проявляет на основе алгебры Ли известный факт, что группа Галилея с  $w = 0$  и группа Лоренца с  $w = 1$  неизоморфны.

Поскольку они функционально едины, иницируется возможность их согласованного применения в задачах с параметрическим изменением симметрий.

Покажем, что преобразования координат и времени, объединяющие группу Галилея и группу Лоренца на основе показателя отношения, подчинены условиям алгебры Йордана, базирующейся на симметричной операции вида  $x * y = xy + yx$ .

Элементы анализируемых преобразований на условиях Йордана

$$(x^2 \circ y) \circ x = x^2 \circ (y \circ x), \quad x \circ y = \frac{1}{2}(xy + yx)$$

генерируют условие функционального равновесия:

$$(x^2 y)x + (yx^2)x + x(x^2 y) + x(yx^2) = x^2(yx) + x^2(xy) + (yx)x^2 + (xy)x^2.$$

С учетом ассоциативности произведения матриц оно становится проще:

$$(yx^2)x + x(x^2 y) = x^2(xy) + (yx)x^2.$$

Подтвердим его выполнение расчетом. Имеем (с точностью до множителей) выражения и связи, обеспечивающие необходимое равенство:

$$x = \begin{pmatrix} 1 & a_1 \\ b_1 & 1 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} 1 & a_2 \\ b_2 & 1 \end{pmatrix}, x^2 = \begin{pmatrix} 1+a_1b_1 & 2a_1 \\ 2b_1 & 1+a_1b_1 \end{pmatrix},$$

$$x^2(xy) = \begin{pmatrix} 1+3a_1b_1+3a_1b_2+a_1^2b_1b_2 & 3a_1+a_2+3a_1a_2b_1+a_1^2b_1 \\ 3b_1+b_2+3a_1b_1b_2+b_1^2a_1 & 1+3a_1b_1+3b_1a_2+b_1^2a_1a_2 \end{pmatrix},$$

$$x(x^2 y) = \begin{pmatrix} 1+3a_1b_1+3a_1b_2+a_1^2b_1b_2 & 3a_1+a_2+3a_1a_2b_1+a_1^2b_1 \\ 3b_1+b_2+3a_1b_1b_2+b_1^2a_1 & 1+3a_1b_1+3b_1a_2+b_1^2a_1a_2 \end{pmatrix},$$

$$(yx)x^2 = \begin{pmatrix} 1+3a_1b_1+3a_2b_1+a_1a_2b_1^2 & 3a_1+a_2+3a_1a_2b_1+a_1^2b_1 \\ 3b_1+b_2+3a_1b_1b_2+a_1b_1^2 & 1+3a_1b_1+3a_1b_2+a_1^2b_1b_2 \end{pmatrix},$$

$$(yx^2)x = \begin{pmatrix} 1+3a_1b_1+3a_2b_1+a_1a_2b_1^2 & 3a_1+a_2+3a_1a_2b_1+a_1^2b_1 \\ 3b_1+b_2+3a_1b_1b_2+a_1b_1^2 & 1+3a_1b_1+3a_1b_2+a_1^2b_1b_2 \end{pmatrix}.$$

Спектр групп, среди которых могут быть неизоморфные группы, может иметь вложение в некую аддитивную или мультипликативную параметрическую модель. При этом искомое объединение групп способно генерировать элементы новой алгебры.

Симметричная по действующей операции алгебра Йордана на элементах параметрически объединенных неизоморфных симметрий соединяет их в единое множество с достаточно сложным законом. Но именно такой закон характерен для объектных множеств. Следовательно, алгебра Йордана «подсказывает» теоретикам, что свет состоит из объектов со структурой.

Алгебра Ли, которая базируется на антисимметричной операции, «подсказывает», что реальная модель частиц может и должна объединять свойства симметричной физической гравитации и антисимметричной физической электродинамики.

Следовательно, дискретное объектное пространство, как и стандартное, непрерывное физическое пространство *подчинены единым функциональным условиям* алгебры Йордана. Мы имеем функциональный изоморфизм дискретного и непрерывного пространств.

## Группа, ассоциированная с конформациями группы перестановок

Запишем элементы группы перестановок 4 элементов в форме конформаций:

$$A \rightarrow a_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, a_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$(Id) \qquad (12)(34) \qquad (13)(24) \qquad (14)(23)$$

$$B \rightarrow b_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, b_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, b_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, b_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$(24) \qquad (1234) \qquad (13) \qquad (1432)$$

$$C \rightarrow c_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, c_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, c_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, c_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$(23) \qquad (1243) \qquad (1342) \qquad (14)$$

$$D \rightarrow d_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, d_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, d_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, d_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$(34) \qquad (12) \qquad (1324) \qquad (1423)$$

$$E \rightarrow e_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, e_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, e_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, e_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$(234) \qquad (124) \qquad (132) \qquad (143)$$

$$F \rightarrow f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, f_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, f_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, f_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$(243) \qquad (123) \qquad (134) \qquad (142)$$

Под матрицами заданы элементы смежных классов.

Зададим матрицами размерности 6 картину произведений конформаций:

$$\begin{pmatrix} A \cdot A = A \\ A \cdot B = B \\ A \cdot C = C \\ A \cdot D = D \\ A \cdot E = E \\ A \cdot F = F \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} B \cdot A = B \\ B \cdot B = A \\ B \cdot C = F \\ B \cdot D = E \\ B \cdot E = D \\ B \cdot F = C \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} C \cdot A = C \\ C \cdot B = E \\ C \cdot C = A \\ C \cdot D = F \\ C \cdot E = B \\ C \cdot F = D \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} D \cdot A = D \\ D \cdot B = F \\ D \cdot C = E \\ D \cdot D = A \\ D \cdot E = C \\ D \cdot F = B \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} E \cdot A = E \\ E \cdot B = C \\ E \cdot C = D \\ E \cdot D = B \\ E \cdot E = F \\ E \cdot F = A \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} F \cdot A = F \\ F \cdot B = D \\ F \cdot C = B \\ F \cdot D = C \\ F \cdot E = A \\ F \cdot F = E \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Обозначим натуральными числами матрицы, индуцированные влиянием конформаций:

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>
1	2	3	4	5	6

Получим таблицу матричных произведений

×	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	1	5	6	3	4
3	3	6	1	5	4	2
4	4	5	6	1	2	3
5	5	4	2	3	6	1
6	6	3	4	2	1	5

В рассматриваемом случае 4 матрицы обратны себе, 2 матрицы взаимно обратны. Мы имеем группу на матричном произведении. Она характеризует взаимодействие «изделий» в форме матриц, задающих конформацию как единый элемент.

6 конформаций формально задают свою группу перестановок, дополнительно они согласованы между собой на основе указанной группы.

Конформации, индуцируемые расположением элементов в таблице, таковы:

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$d = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, e = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, f = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Матричные квадраты задают элементы группы:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, F = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Эта группа изоморфна предыдущей группе согласно таблице произведения ее элементов

×	A	B	C	D	E	F
A	A	B	C	D	E	F
B	B	A	E	F	C	D
C	C	F	A	E	D	B
D	D	E	F	A	B	C
E	E	D	B	C	F	A
F	F	C	D	B	A	E

## Объектная модель $M^{16}$

Практика убедила нас в том, что тела могут быть подчинены ассоциативной математике, а сознанию присуща неассоциативная математика, посредством которой естественно описывается активный обмен информацией. Чувства, выполняющие функцию связи между телами и сознаниями, могут и должны управляться частично ассоциативной математикой. Эти аспекты практики индуцируют потребность в решении проблемы связи между указанными разделами математики и её приложениями в решении прикладных задач.

Одна из проблем состоит в том, чтобы разобраться, *могут ли физические тела внутренним образом генерировать сознание и чувства.*

С математической точки зрения эта задача сводится к проблеме генерации неассоциативных или частично ассоциативных множеств, согласованных, по меньшей мере, с парой ассоциативных множеств.

Идея наличия 4 предзарядов в моделях частиц света и гравитации имеет естественное начало в теории их перестановок. Потребность учета физического различия предзарядов не может быть обеспечена этой группой, как и фундаментальное свойство «склеивания» частиц материи.

Следовательно, матрицы группы перестановок следует дополнить новыми элементами.

Примем в качестве базового множества для возможного описания предзарядов и некоторых их свойств 4 системы конформаций, обозначив их натуральными числами:

$$\begin{aligned}
 1 \rightarrow & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, 2 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, 3 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 4 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 5 \rightarrow & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 6 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 7 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, 8 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \\
 9 \rightarrow & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 10 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 11 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, 12 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \\
 13 \rightarrow & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, 14 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, 15 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 16 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

С физической точки зрения в одну систему отнесены объекты, имеющие электрический и гравитационный типы.

Элементы замкнуты на операции суммирования мест значимых элементов в строках, а также на аналогичном, частично ассоциативном произведении.

Имеем таблицы для комбинаторного произведения и структурной суммы:

$k$ $\times$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	9	16	11	14	13	12	15	10	1	8	3	6	5	4	7	2
2	14	9	16	11	10	13	12	15	2	5	4	7	6	1	8	3
3	11	14	9	16	15	10	13	12	3	6	1	8	7	2	5	4
4	16	11	14	9	12	15	10	13	4	7	2	5	8	3	6	1
5	13	12	15	10	9	16	11	14	5	4	7	2	1	8	3	6
6	10	13	12	15	14	9	16	11	6	1	8	3	2	5	4	7
7	15	10	13	12	11	14	9	16	7	2	5	4	3	6	1	8
8	12	15	10	13	16	11	14	9	8	3	6	1	4	7	2	5
9	5	8	7	6	1	4	3	2	9	12	11	10	13	16	15	14
10	2	1	4	3	6	5	8	7	10	9	12	11	14	13	16	15
11	7	6	5	8	3	2	1	4	11	10	9	12	15	14	13	16
12	4	3	2	1	8	7	6	5	12	11	10	9	16	15	14	13
13	1	4	3	2	5	8	7	6	13	16	15	14	9	12	11	10
14	6	5	8	7	2	1	4	3	14	13	16	15	10	9	12	11
15	3	2	1	4	7	6	5	8	15	14	13	16	11	10	9	12
16	8	7	6	5	4	3	2	1	16	15	14	13	12	11	10	9

$st$ $+$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	14	11	16	9	10	15	12	13	6	3	8	1	2	7	4	5
2	11	16	9	14	15	12	13	10	7	4	5	2	3	8	1	6
3	16	9	14	11	12	13	10	15	8	1	6	3	4	5	2	7
4	9	14	11	16	13	10	15	12	5	2	7	4	1	6	3	8
5	10	15	12	13	14	11	16	9	2	7	4	5	6	3	8	1
6	15	12	13	10	11	16	9	14	3	8	1	6	7	4	5	2
7	12	13	10	15	16	9	14	11	4	5	2	7	8	1	6	3
8	13	10	15	12	9	14	11	16	1	6	3	8	5	2	7	4
9	6	7	8	5	2	3	4	1	10	11	12	9	14	15	16	13
10	3	4	1	2	7	8	5	6	11	12	9	10	15	16	13	14
11	8	5	6	7	4	1	2	3	12	9	10	11	16	13	14	15
12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
13	2	3	4	1	6	7	8	5	14	15	16	13	10	11	12	9
14	7	8	5	6	3	4	1	2	15	16	13	14	11	12	9	10
15	4	1	2	3	8	5	6	7	16	13	14	15	12	9	10	11
16	5	6	7	8	1	2	3	4	13	14	15	16	9	10	11	12

Наличие таблиц обеспечивает условия для получения спектра функциональных законов.

Заметим, что группа Клейна с матрицами

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, e_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, e_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, e_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

может быть расширена посредством группы знаков с образованием новых матриц:

$$c_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, f_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, b_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$c_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, b_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, f_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$c_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, b_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, f_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, a_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Они удобны для записи в матричном виде модели физической теории гравитации:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_x + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_y + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \partial_z + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{i}{c_g} \partial_t \right\} \begin{pmatrix} L_x - iK_x \\ L_y - iK_y \\ L_z - iK_z \\ L_0 - iK_0 \end{pmatrix} +$$

$$\left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_x + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_y + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \partial_z + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{(-i)}{c_g} \partial_t \right\} \begin{pmatrix} L_x + iK_x \\ L_y + iK_y \\ L_z + iK_z \\ L_0 + iK_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_x \\ s_y \\ s_z \\ s_0 \end{pmatrix}.$$

Уравнения имеют векторный вид:

$$\partial_y L_z + \partial_z L_y + \frac{1}{c_g} \partial_t K_x = -i \partial_x K_0 + s_x, \partial_x L_z + \partial_z L_x + \frac{1}{c_g} \partial_t K_y = -i \partial_y K_0 + s_y,$$

$$\partial_x L_y + \partial_y L_x + \frac{1}{c_g} \partial_t K_z = -i \partial_z K_0 + s_z, \partial_x K_x + \partial_y K_y + \partial_z K_z = \frac{i}{c_g} K_0 + s_0.$$

Из этих матриц на основе линейных комбинаций генерируются элементы матричной алгебры, достаточные для конструирования любых матриц и конформаций, а также расчетных моделей естествознания:

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} &= \frac{1}{4}(c_1 + c_2 + c_3 + E), & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} &= \frac{1}{4}(a_3 + b_3 + e_3 + f_3), \\
 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} &= \frac{1}{4}(-a_3 - b_3 + e_3 + f_3), & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} &= \frac{1}{4}(-c_1 + c_2 - c_3 + E), \\
 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} &= \frac{1}{4}(-a_2 - b_2 + e_2 + f_2), & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} &= \frac{1}{4}(a_1 - b_1 + e_1 + f_1), \\
 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} &= \frac{1}{4}(-a_1 - b_1 + e_1 - f_1), & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} &= \frac{1}{4}(-a_2 - b_2 + e_2 - f_2), \\
 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} &= \frac{1}{4}(a_2 + b_2 + e_2 + f_2), & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} &= \frac{1}{4}(a_1 + b_1 + e_1 - f_1), \\
 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} &= \frac{1}{4}(-a_1 + b_1 + e_1 - f_1), & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} &= \frac{1}{4}(a_2 - b_2 + e_2 - f_2), \\
 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} &= \frac{1}{4}(c_1 - c_2 - c_3 + E), & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} &= \frac{1}{4}(-a_3 + b_3 + e_3 - f_3), \\
 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} &= \frac{1}{4}(a_3 - b_3 + e_3 - f_3), & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} &= \frac{1}{4}(-c_1 - c_2 + c_3 + E).
 \end{aligned}$$

Заметим, что конформации представляют собой аналог «полимерных молекул», составленных из одних и тех же базовых «атомов». С другой точки зрения, математические изделия могут быть достаточны для моделирования свойств реальных изделий.

## Ментальная визуализация структурных свойств частиц света и гравитации

Объектное множество  $M^{16}$  первоначально достаточно для моделирования физических зарядов с положительными и отрицательными знаками, если принять точку зрения, что его конформации образуют «строительный» материал для 4 предзарядов.

Примем в качестве начальной точки для модели структурных предзарядов гипотезу, что каждый предзаряд имеет 4 базовые слагаемые в форме объединенных элементов отдельной конформации объектного множества  $M^{16}$ .

Для 4 предзарядов 4 конформаций достаточно. Однако для создания основ теории предзарядов и зарядов данных почти нет. За столетия научной работы продвинуться вперед в указанном направлении не удавалось, прежде всего, потому, что отсутствовал «материал» и новые инструменты для решения такой задачи.

Нам нужно на ментальном уровне, имея сущностно недостаточную информацию, получить начала структурной теории предзарядов, не имея модели зарядов со своей структурой.

Применим модель объектного множества, опираясь на экспериментальные данные, частично известные для бесструктурных зарядов, для начала пары моделей структурных электрических предзарядов с противоположными знаками, а также пары структурных гравитационных предзарядов с противоположными знаками.

Найдем основания для ответа на фундаментальные законы взаимодействия зарядов, полагая, что они базируются на структурных свойствах предзарядов.

Найдем определители и следы матриц, образующих конформации объектного множества:

$$A(*) \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline x & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline Det x & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline Sp x & 4 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \rightarrow Det x + Sp x = Q_A,$$

$$B(*) \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline x & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \hline Det x & -1 & -1 & -1 & -1 \\ \hline Sp x & 2 & 0 & 0 & 2 \\ \hline \end{array} \rightarrow Det x - Sp x = Q_B,$$

$$C(*) \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline x & 9 & 10 & 11 & 12 \\ \hline Det x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline Sp x & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} \rightarrow Det x + Sp x = Q_C,$$

$$D(*) \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline x & 13 & 14 & 15 & 16 \\ \hline Det x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline Sp x & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} \rightarrow Det x - Sp x = Q_D.$$

Простой расчет, базирующийся на структуре элементов объектного множества, задает ряд положительных и отрицательных «факторов» для планируемой модели предзарядов.

Если учесть тот факт, что взаимодействие обеспечивается парой зарядов и задается их произведением, то произведения указанных величин иллюстрируют тенденцию перемены расстояний между ними при взаимодействии.

Изменения расстояний между зарядами получается зависимым от знаков введенных нами «факторов». Однако так не учтено различие электрических и гравитационных зарядов.

Подсказку в нужном направлении дает механическая модель атомов света и гравитации. Согласно базовой структурной модели, у частиц света электрические заряды расположены на периферии, а гравитационные предзаряды расположены в центре. В этом случае показатель ориентации гравитационных предзарядов по отношению к электрическим предзарядам положителен из-за его совпадения с радиусом вектором от центра изделия.

У атома гравитации структура отличается только тем, что меняется порядок в изделии: гравитационные предзаряды располагаются на периферии, а электрические предзаряды будут в центре изделия. Другими словами, гравитация есть скрытый свет.

Показатель ориентации в этом случае имеет отрицательное значение, что принципиально меняет свойства зарядов.

Введем в теорию новый фактор: квадратный корень из показателя ориентации. Получим две величины

$$\begin{aligned} p(e) = \sqrt{u} &\rightarrow p^*(e) = \sqrt{1} = \pm 1, \\ p(m) = \sqrt{-u} &\rightarrow p^*(m) = \sqrt{-1} = \pm i. \end{aligned}$$

Формально так заданы «визуальные» проявления света и гравитации: свет «действителен» для зрения, а гравитация «скрыта».

Мультипликативно объединим пару ментально сконструированных факторов для зарядов.

Получим в нормированном представлении 4 модели факторов взаимодействия:

$$\begin{aligned} Q^*(+e) &= 1, \\ Q^*(-e) &= -1, \\ Q^*(+m) &= i, \\ Q^*(-m) &= -i, \end{aligned} \quad \Delta r \Rightarrow Q^*(\xi)Q^*(\eta).$$

Величина  $\Delta r$  указывает «тенденцию» взаимодействия: удаление или приближение.

Согласно модели факторов электрические заряды с разными знаками притягиваются, а с одинаковыми знаками они отталкиваются.

Гравитационные заряды с одинаковыми знаками притягиваются, а с разными знаками они отталкиваются.

Такие проявления взаимодействия согласуются с ранее установленными законами.

Взаимодействие электрических и гравитационных зарядов не имеет «физиологического» отталкивания или притяжения. В нём «скрыто» информационное взаимодействие. Этот аспект задачи нетривиален, но он естественен в рамках модели объектного множества.

Обратим внимание на специфику самовоздействия его элементов: произведение любого элемента на себя едино для всего множества

$$x^2 = 9 = const.$$

«За» этой «константой» прячется реальный структурный объект, физически обеспечивающий возможность «склеивания» тех элементов, из которых затем образуются предзаряды. Такие ситуации реализуются на более глубоком уровне материи.

«Константа» самовоздействия может быть глубинной причиной постоянства скоростей и зарядов у частиц света и гравитации. Другими словами, взаимодействие может менять ряд элементов, но у частиц есть критерий согласования внешних параметров поведения и их внутренней необходимости. Так, постоянство квадрата скорости света может быть пропорционально константе для самовоздействия.

Частицы могут иметь «свои» механизмы управления параметрами движения.

## Подсказки структуры частиц света и гравитации от объектных магических квадратов

Для ментальной визуализации предзарядов обозначим элементы строк объектного множества не числами, а символами

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} \ominus & \ominus & \ominus & \ominus \\ \oplus & \oplus & \oplus & \oplus \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ * & * & * & * \end{pmatrix}.$$

Проблема структуризации частиц света и гравитации в том, что требуется получить некие варианты объединения базовых элементов предзарядов, а они разные по структуре, для новых изделий.

Объектные магические квадраты предоставляют такие возможности согласно составу элементов объектного множества  $M^{16}$  в их строках и столбцах. При этом введенные символы отображают ситуацию с точностью до структуры базовых элементов.

Например, получим для пары магических квадратов

$$\begin{pmatrix} 1 & 9 & 11 & 5 \\ 10 & 2 & 6 & 12 \\ 15 & 7 & 3 & 13 \\ 8 & 16 & 14 & 4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 9 & 1 & 3 & 13 \\ 2 & 10 & 14 & 4 \\ 7 & 15 & 11 & 5 \\ 16 & 8 & 6 & 12 \end{pmatrix}$$

визуализацию составных изделий из базовых элементов на строках и столбцах:

$$\begin{array}{ll} 1 \ 9 \ 11 \ 5 \rightarrow \ominus \ \bullet \ \bullet \ \oplus, & 1 \ 10 \ 15 \ 8 \rightarrow \ominus \ \bullet \ * \ \oplus, \\ 10 \ 2 \ 6 \ 12 \rightarrow \bullet \ \ominus \ \oplus \ \bullet, & 9 \ 2 \ 7 \ 16 \rightarrow \bullet \ \ominus \ \oplus \ *, \\ 15 \ 7 \ 3 \ 5 \rightarrow * \ \oplus \ \ominus \ *, & 11 \ 6 \ 3 \ 1 \rightarrow \bullet \ \oplus \ \ominus \ *, \\ 8 \ 16 \ 14 \ 4 \rightarrow \oplus \ * \ * \ \oplus, & 5 \ 12 \ 13 \ 4 \rightarrow \oplus \ \bullet \ * \ \ominus, \\ 9 \ 1 \ 3 \ 13 \rightarrow \bullet \ \ominus \ \ominus \ \oplus, & 9 \ 2 \ 7 \ 16 \rightarrow \bullet \ \ominus \ \oplus \ *, \\ 2 \ 10 \ 14 \ 4 \rightarrow \ominus \ \bullet \ * \ \ominus, & 1 \ 10 \ 15 \ 8 \rightarrow \ominus \ \bullet \ * \ \oplus, \\ 7 \ 15 \ 11 \ 5 \rightarrow \oplus \ * \ \bullet \ \ominus, & 3 \ 14 \ 11 \ 6 \rightarrow \ominus \ * \ \bullet \ \oplus, \\ 16 \ 8 \ 6 \ 12 \rightarrow * \ \oplus \ \oplus \ \bullet, & 13 \ 4 \ 5 \ 12 \rightarrow * \ \ominus \ \oplus \ \bullet. \end{array}$$

Заметим, что нейтрализация предзарядов в частицах света и гравитации на периферии и в центральной части может быть обеспечена замыканием пар предзарядов, обеспечивая не только их структуру, но и взаимную компенсацию взаимных притяжений и отталкиваний:

$$* \ \bullet \ * \ \bullet \ \Leftrightarrow \ \oplus \ \ominus \ \oplus \ \ominus.$$

## Функциональная связь объектного «близкодействия» и «дальнодействия» в $M^{16}$

В последовательности элементов объектного множества элементы расположены на разных «расстояниях» (с визуальной точки зрения) от её начала. По этой основе возможно введение субъективных понятий операционного «близкодействия» и «дальнодействия» при условии комбинаторного расположения парных «взаимодействий».

Объектное множество  $M^{16}$  имеет спектр функциональных связей, учитывающих такой подход. Проиллюстрируем ситуацию законами на элементах этого множества.

Имеем связи первого вида

$$\begin{aligned} A + A &= B + C, B = C, \\ A &= abcd, \\ B &= (b-a)(c-b)(c-a)(d-c)(d-b)(d-a), \\ C &= (ba)(cb)(ca)(dc)(db)(da). \end{aligned}$$

Их дополняют связи второго вида при обратном порядке базовых элементов

$$\begin{aligned} \tilde{A} + \tilde{A} &= \tilde{B} + \tilde{C}, \tilde{B} = \tilde{C}, \\ \tilde{A} &= dcba, \\ \tilde{B} &= (c-d)(b-c)(b-d)(a-b)(a-c)(a-d), \\ \tilde{C} &= (cd)(bc)(bd)(ab)(ac)(ad). \end{aligned}$$

Подтвердим корректность законов примерами. Получим, например, условия

$$\begin{aligned} A &= 3 \cdot 11 \cdot 6 \cdot 12 = 9, \\ B &= (11-3)(6-11)(6-3)(12-6)(12-11)(12-3) = 4 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 5 = 11, \\ C &= (11 \cdot 3)(6 \cdot 11)(6 \cdot 3)(12 \cdot 6)(12 \cdot 11)(12 \cdot 3) = 5 \cdot 8 \cdot 12 \cdot 7 \cdot 10 \cdot 2 = 11, \\ 9 + 9 &= 10 = 11 + 11, \\ \\ A &= 13 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 7 = 4, \\ B &= (11-13)(10-11)(10-13)(7-10)(7-11)(7-13) = 14 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 6 = 8, \\ C &= (11 \cdot 13)(10 \cdot 11)(10 \cdot 13)(7 \cdot 10)(7 \cdot 11)(7 \cdot 13) = 15 \cdot 12 \cdot 14 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 3 = 8, \\ 4 + 4 &= 16 = 8 + 8, \dots \\ \\ \tilde{A} &= 12 \cdot 6 \cdot 11 \cdot 3 = 15, \\ \tilde{B} &= (6-12)(11-6)(1-12)(3-11)(3-6)(3-12) = 6 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 3 = 11, \\ \tilde{C} &= (6 \cdot 12)(11 \cdot 6)(1 \cdot 12)(3 \cdot 11)(3 \cdot 6)(3 \cdot 12) = 3 \cdot 2 \cdot 12 \cdot 1 \cdot 10 \cdot 8 = 11, \\ 15 + 15 &= 10 = 11 + 11, \\ \\ \tilde{A} &= 7 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 13 = 8, \\ \tilde{B} &= (10-7)(11-10)(11-7)(13-11)(13-10)(13-7) = 3 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 2 = 8, \\ \tilde{C} &= (10 \cdot 7)(11 \cdot 10)(11 \cdot 7)(13 \cdot 11)(13 \cdot 10)(13 \cdot 7) = 8 \cdot 10 \cdot 1 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 7 = 8, \\ 8 + 8 &= 16 = 8 + 8, \dots \end{aligned}$$

**Объектное множество  $M^9$ .**

Отношения между 3 элементами множества генерируют базовые матрицы модели

$$\begin{array}{l} 1 \\ 1+1=2 \\ 2+1=3 \end{array} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{array}{l} 1 \\ 1+2=3 \\ 3+2=2 \end{array} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{array}{l} 1 \\ 1+3=1 \\ 1+3=1 \end{array} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Обозначим 3 конформации  $[1,2,3] \rightarrow \hat{1}, [4,5,6] \rightarrow \hat{2}, [7,8,9] \rightarrow \hat{0}$  «своими» номерами:

$$\begin{array}{ccccccccc} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \end{array}$$

Составим таблицы произведения элементов конформаций и таблицы их факторизаций.  
На модульном суммировании элементов в строках получим таблицы:

$st$ +	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	5	6	4	8	9	7	2	3	1
2	6	4	5	9	7	8	3	1	2
3	4	5	6	7	8	9	1	2	3
4	8	9	7	2	3	1	5	6	4
5	9	7	8	3	1	2	6	4	5
6	7	8	9	1	2	3	4	5	6
7	2	3	1	5	6	4	8	9	7
8	3	1	2	6	4	5	9	7	8
9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

 $\rightarrow$ 

+	$\hat{1}$	$\hat{2}$	$\hat{0}$
$\hat{1}$	$\hat{2}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$
$\hat{2}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$
$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$	$\hat{0}$

 $\rightarrow$ 

+	$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$
$\hat{0}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$
$\hat{1}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$	$\hat{0}$
$\hat{2}$	$\hat{2}$	$\hat{0}$	1

Комбинаторная операция генерирует таблицы с принципиально новыми свойствами:

$k$ $\times$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	7	8	9	1	2	3	4	5	6
2	9	7	8	3	1	2	6	4	5
3	8	9	7	2	3	1	5	6	4
4	4	5	6	7	8	9	1	2	3
5	6	4	5	9	7	8	3	1	2
6	5	6	4	8	9	7	2	3	1
7	1	2	3	4	5	6	7	8	9
8	3	1	2	6	4	5	9	7	8
9	2	3	1	5	6	4	8	9	7

 $\rightarrow$ 

$k$ $\times$	$\hat{1}$	$\hat{2}$	$\hat{0}$
$\hat{1}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$
$\hat{2}$	$\hat{2}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$
$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$	$\hat{0}$

 $\rightarrow$ 

$k$ $\times$	$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$
$\hat{0}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$
$\hat{1}$	$\hat{2}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$
$\hat{2}$	$\hat{1}$	$\hat{2}$	$\hat{0}$

## Объектная модель $M^{16}$

Практика убедила нас в том, что тела могут быть подчинены ассоциативной математике, а сознанию присуща неассоциативная математика, посредством которой естественно описывается активный обмен информацией. Чувства, выполняющие функцию связи между телами и сознаниями, могут и должны управляться частично ассоциативной математикой. Эти аспекты практики индуцируют потребность в решении проблемы связи между указанными разделами математики и её приложениями в решении прикладных задач.

Одна из проблем состоит в том, чтобы разобраться, *могут ли физические тела внутренним образом генерировать сознание и чувства.*

С математической точки зрения эта задача сводится к проблеме генерации множеств, имеющих объекты со сложной структурой, а также систему взаимных отношений. Пусть они «владеют» спектром неассоциативных или частично ассоциативных операций, которые согласованны со спектром ассоциативных операций.

Применим в качестве операций «объединения» отношений стандартную матричную операцию и операцию суммирования мест значимых элементов по модулю числа, равного размерности матриц отношений.

Примем в качестве операции «пересечения отношений» частично ассоциативную операцию произведения строк на строки, названную комбинаторной операцией.

Убедимся в фундаментальности механизма эволюции изделий, поставленных в такие условия.

Зададим первичные отношения условием самовоздействия объектов

$$1 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Применим операции модульного суммирования и комбинаторного произведения

$$1+1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow 14, \quad 1 \times 1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Теперь у нас есть 3 модели взаимных отношений. Рассмотрим их «взаимодействие»:

$s$			
+	1	9	14
1	14	6	7
9	6	10	15
14	7	15	12

$k$			
×	1	9	14
1	1	9	4
9	5	9	16
14	6	14	9

Теперь в «игру» вступают 12 элементов

1	4	5	6	7	9	10	11	12	14	15	16
---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----

Они достаточны для генерации замкнутого множества, состоящего из 16 элементов, как на операции модульного суммирования, так и на операции комбинаторного произведения. Проиллюстрируем ситуацию таблицей «объединения» отношений:

$s$ +	1	4	5	6	7	9	10	11	12	14	15	16
1	14	9	10	15	12	6	3	8	1	7	4	5
4	9	16	13	10	15	12	2	7	4	6	3	8
5	10	13	14	11	16	2	7	4	5	3	8	1
6	15	10	11	16	9	3	8	1	6	4	5	2
7	12	15	16	9	14	4	5	2	7	1	6	3
9	6	12	2	3	4	10	11	12	9	15	16	13
10	3	2	7	8	5	11	12	9	10	16	13	14
11	8	7	4	1	2	12	9	10	11	13	14	15
12	1	4	5	6	7	9	10	11	12	14	15	16
14	7	6	3	4	1	15	16	13	14	12	9	10
15	4	3	8	5	6	16	13	14	15	9	10	11
16	5	8	1	2	3	13	14	15	16	10	11	12

Мы получили объекты 4 систем конформаций, обозначенных натуральными числами:

$$1 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, 2 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, 3 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 4 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$5 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 6 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 7 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, 8 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$9 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 10 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 11 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, 12 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$13 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, 14 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, 15 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 16 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Таблицы для их комбинаторного произведения и структурной суммы таковы:

$\begin{smallmatrix} k \\ \times \end{smallmatrix}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	9	16	11	14	13	12	15	10	1	8	3	6	5	4	7	2
2	14	9	16	11	10	13	12	15	2	5	4	7	6	1	8	3
3	11	14	9	16	15	10	13	12	3	6	1	8	7	2	5	4
4	16	11	14	9	12	15	10	13	4	7	2	5	8	3	6	1
5	13	12	15	10	9	16	11	14	5	4	7	2	1	8	3	6
6	10	13	12	15	14	9	16	11	6	1	8	3	2	5	4	7
7	15	10	13	12	11	14	9	16	7	2	5	4	3	6	1	8
8	12	15	10	13	16	11	14	9	8	3	6	1	4	7	2	5
9	5	8	7	6	1	4	3	2	9	12	11	10	13	16	15	14
10	2	1	4	3	6	5	8	7	10	9	12	11	14	13	16	15
11	7	6	5	8	3	2	1	4	11	10	9	12	15	14	13	16
12	4	3	2	1	8	7	6	5	12	11	10	9	16	15	14	13
13	1	4	3	2	5	8	7	6	13	16	15	14	9	12	11	10
14	6	5	8	7	2	1	4	3	14	13	16	15	10	9	12	11
15	3	2	1	4	7	6	5	8	15	14	13	16	11	10	9	12
16	8	7	6	5	4	3	2	1	16	15	14	13	12	11	10	9

$\begin{smallmatrix} st \\ + \end{smallmatrix}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	14	11	16	9	10	15	12	13	6	3	8	1	2	7	4	5
2	11	16	9	14	15	12	13	10	7	4	5	2	3	8	1	6
3	16	9	14	11	12	13	10	15	8	1	6	3	4	5	2	7
4	9	14	11	16	13	10	15	12	5	2	7	4	1	6	3	8
5	10	15	12	13	14	11	16	9	2	7	4	5	6	3	8	1
6	15	12	13	10	11	16	9	14	3	8	1	6	7	4	5	2
7	12	13	10	15	16	9	14	11	4	5	2	7	8	1	6	3
8	13	10	15	12	9	14	11	16	1	6	3	8	5	2	7	4
9	6	7	8	5	2	3	4	1	10	11	12	9	14	15	16	13
10	3	4	1	2	7	8	5	6	11	12	9	10	15	16	13	14
11	8	5	6	7	4	1	2	3	12	9	10	11	16	13	14	15
12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
13	2	3	4	1	6	7	8	5	14	15	16	13	10	11	12	9
14	7	8	5	6	3	4	1	2	15	16	13	14	11	12	9	10
15	4	1	2	3	8	5	6	7	16	13	14	15	12	9	10	11
16	5	6	7	8	1	2	3	4	13	14	15	16	9	10	11	12

## Аргументно инвариантные функции объектного множества $M^{16}$

Введем функции на элементах объектного множества

$$\omega(-) = x - xa, \quad \omega(\cdot) = x \cdot (xa), \quad \omega(+)= x + xa.$$

Проиллюстрируем их аргументную инвариантность на частной таблице значений:

$1-1 \cdot 1 = 1-9 = 8$	$1 \cdot 9 = 1$	$1+9 = 6$
$2-2 \cdot 1 = 2-14 = 8$	$1 \cdot 14 = 1$	$2+14 = 8$
$3-3 \cdot 1 = 3-11 = 8$	$3 \cdot 11 = 1$	$3+11 = 6$
$4-4 \cdot 1 = 4-16 = 8$	$4 \cdot 16 = 1$	$4+16 = 8$
$5-5 \cdot 1 = 5-13 = 8$	$5 \cdot 13 = 1$	$5+13 = 6$
$6-6 \cdot 1 = 6-10 = 8$	$6 \cdot 10 = 1$	$6+10 = 8$
$7-7 \cdot 1 = 7-15 = 8$	$7 \cdot 15 = 1$	$7+15 = 6$
$8-8 \cdot 1 = 8-12 = 8$	$8 \cdot 12 = 1$	$8+12 = 8$
$9-9 \cdot 1 = 9-5 = 8$	$9 \cdot 5 = 1$	$9+5 = 2$
$10-10 \cdot 1 = 10-2 = 8$	$10 \cdot 2 = 1$	$10+2 = 4$
$11-11 \cdot 1 = 11-7 = 8$	$11 \cdot 7 = 1$	$11+7 = 2$
$12-12 \cdot 1 = 12-4 = 8$	$12 \cdot 4 = 1$	$12+4 = 4$
$13-13 \cdot 1 = 13-1 = 8$	$13 \cdot 1 = 1$	$13+1 = 2$
$14-14 \cdot 1 = 14-6 = 8$	$14 \cdot 6 = 1$	$14+6 = 4$
$15-15 \cdot 1 = 15-3 = 8$	$15 \cdot 3 = 1$	$15+3 = 2$
$16-16 \cdot 1 = 16-8 = 8$	$16 \cdot 8 = 1$	$16+8 = 4$

Анализ подтверждает корректность выражений

$$\begin{aligned}x - xa &= a \cdot 10, \\1 - 15 &= 1 - 13 = 4 = 5 \cdot 10 = 4, \\10 - 10 \cdot 7 &= 10 - 8 = 2 = 7 \cdot 10 = 2, \dots\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x \cdot (xa) &= a, \\15 \cdot (15 \cdot 4) &= 15 \cdot 4 = 4, \\3 \cdot (3 \cdot 4) &= 3 \cdot 16 = 4, \dots\end{aligned}$$

В рассматриваемом случае

$$x + xa = [2, 4, 6, 8] \rightarrow a = 1.$$

В общей ситуации эти элементы дополняются еще 4 элементами

$$[10, 12, 14, 16].$$

Картина взаимных отношений между элементами объектного множества качественно иная по сравнению с привычными свойствами числовых множеств.

Принципиально иная картина получается при перемене параметров и аргументов. Введем функции

$$\mu(-) = a - ax, \quad \mu(\cdot) = x(a - ax), \quad \mu(+) = a + ax.$$

Проиллюстрируем их специфику на примерах:

$a - ax$	$x(a - ax)$	$a + ax$
$1 - 1 \cdot 1 = 1 - 9 = 8$	$1 \cdot 8 = 10$	$1 + 9 = 6$
$1 - 1 \cdot 2 = 1 - 16 = 5$	$2 \cdot 5 = 10$	$1 + 16 = 5$
$1 - 1 \cdot 3 = 1 - 11 = 6$	$3 \cdot 6 = 10$	$1 + 11 = 8$
$1 - 1 \cdot 4 = 1 - 14 = 7$	$4 \cdot 7 = 10$	$1 + 14 = 7$
$1 - 1 \cdot 5 = 1 - 13 = 4$	$5 \cdot 4 = 10$	$1 + 13 = 2$
$1 - 1 \cdot 6 = 1 - 12 = 1$	$6 \cdot 1 = 10$	$1 + 12 = 1$
$1 - 1 \cdot 7 = 1 - 15 = 2$	$7 \cdot 2 = 10$	$1 + 15 = 4$
$1 - 1 \cdot 8 = 1 - 10 = 3$	$8 \cdot 3 = 10$	$1 + 10 = 3$
$1 - 1 \cdot 9 = 1 - 1 = 12$	$9 \cdot 12 = 10$	$1 + 1 = 14$
$1 - 1 \cdot 10 = 1 - 8 = 9$	$10 \cdot 9 = 10$	$1 + 8 = 13$
$1 - 1 \cdot 11 = 1 - 3 = 10$	$11 \cdot 10 = 10$	$1 + 3 = 16$
$1 - 1 \cdot 12 = 1 - 6 = 11$	$12 \cdot 11 = 10$	$1 + 6 = 15$
$1 - 1 \cdot 13 = 1 - 5 = 16$	$13 \cdot 16 = 10$	$1 + 5 = 10$
$1 - 1 \cdot 14 = 1 - 4 = 13$	$14 \cdot 13 = 10$	$1 + 4 = 9$
$1 - 1 \cdot 15 = 1 - 7 = 14$	$15 \cdot 14 = 10$	$1 + 7 = 12$
$1 - 1 \cdot 16 = 1 - 2 = 15$	$16 \cdot 15 = 10$	$1 + 2 = 11$

Мультипликативная аргументно инвариантная функция имеет общее значение

$$\begin{aligned} \mu(\cdot) &= x(a - ax) = 10, \\ a = 5 &\rightarrow 1(5 - 5 \cdot 1) = 1 \cdot 8 = 10, \\ a = 14 &\rightarrow 1(14 - 14 \cdot 1) = 1 \cdot 8 = 10, \\ a = 3 &\rightarrow 1(3 - 3 \cdot 1) = 1 \cdot 8 = 10, \\ a = 3 &\rightarrow 14(3 - 3 \cdot 14) = 14 \cdot 13 = 10, \dots \end{aligned}$$

Анализ свидетельствует о коммутативности пар

$$(a - ax)(a + ax) = (a + ax)(a - ax).$$

Произведения генерируют конечное множество с элементами

$$[9, 11, 13, 15].$$

В частности, получим

$$(6 - 6 \cdot 5)(6 + 6 \cdot 5) = 4 \cdot 4 = 9, \quad (6 - 6 \cdot 10)(6 + 6 \cdot 10) = 9 \cdot 15 = 15 = 15 \cdot 9, \dots$$

## Расположение «змей» в магических квадратах

В числовом магическом квадрате Ло Шу магическое число равно 10 согласно структуре

$$\begin{pmatrix} 4 & 9 & 2 \\ 3 & 5 & 7 \\ 8 & 1 & 6 \end{pmatrix}.$$

Поставим в соответствие числам квадрата номера элементов объектного множества  $M^{16}$ . Проанализируем произведение элементов последовательности, ассоциированной с фигурой «змеи», голова которой располагается в одном из углов квадрата.

Получим 8 моделей с генерацией единого элемента объектного множества с номером 15:

$$2 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 8 = 15, \quad 6 \cdot 1 \cdot 8 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 4 = 15,$$

$$8 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 9 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 2 = 15, \quad 4 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 8 \cdot 1 \cdot 6 = 15,$$

$$2 \cdot 9 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 1 \cdot 8 = 15, \quad 4 \cdot 3 \cdot 8 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 6 = 15,$$

$$8 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 9 \cdot 2 = 15, \quad 6 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 8 \cdot 3 \cdot 4 = 15.$$

Таковы 2 типа сворачивания «змей» по часовой стрелке и против часовой стрелки. Случайно номер элемента объектного множества совпал с числовым значением длины цикла Луны.

Сворачивание элементов в форме «змей» выполним по аналогичному алгоритму при его начале с центрального элемента.

Получим 16 моделей с генерацией элемента с номером 13:

$$5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 8 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 9 = 13, \quad 5 \cdot 4 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 1 \cdot 8 \cdot 3 = 13,$$

$$5 \cdot 8 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 4 \cdot 3 = 13, \quad 5 \cdot 8 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 1 = 13,$$

$$5 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 8 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 7 = 13, \quad 5 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 1 \cdot 8 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 9 = 13,$$

$$5 \cdot 6 \cdot 1 \cdot 8 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 7 = 13, \quad 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 8 \cdot 1 = 13,$$

$$5 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 1 \cdot 8 \cdot 3 \cdot 4 = 13, \quad 5 \cdot 9 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 8 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 2 = 13,$$

$$5 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 1 \cdot 8 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 9 \cdot 2 = 13, \quad 5 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 8 \cdot 1 \cdot 6 = 13,$$

$$5 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 8 = 13, \quad 5 \cdot 1 \cdot 8 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 6 = 13,$$

$$5 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 1 \cdot 8 = 13, \quad 5 \cdot 3 \cdot 8 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 4 = 13.$$

Объединение пар с элементами 13,15 задает состояние объектного нуля:  $13+15=12=[0]$ .

Аналогично проанализируем объектный магический квадрат с магическим числом 10, в котором реализуется 54 модели суммирования элементов с этим же номером

$$\begin{pmatrix} 1 & 9 & 11 & 5 \\ 10 & 2 & 6 & 12 \\ 15 & 7 & 3 & 13 \\ 8 & 16 & 14 & 4 \end{pmatrix}.$$

Получим 4 «змеи» с номером 13 и 4 «змеи» с номером 15:

$$\begin{aligned}
 &1 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 5 \cdot 12 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 15 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 13 \cdot 4 \cdot 14 \cdot 16 \cdot 8 = 13, \\
 &1 \cdot 10 \cdot 15 \cdot 8 \cdot 16 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 14 \cdot 4 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 5 = 13, \\
 &5 \cdot 11 \cdot 9 \cdot 1 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 15 \cdot 8 \cdot 16 \cdot 14 \cdot 4 = 13, \\
 &5 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 4 \cdot 14 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 11 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 16 \cdot 8 \cdot 15 \cdot 10 \cdot 1 = 13, \\
 &4 \cdot 14 \cdot 16 \cdot 8 \cdot 15 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 1 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 5 = 15, \\
 &4 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 14 \cdot 16 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 1 \cdot 10 \cdot 15 \cdot 8 = 15, \\
 &8 \cdot 16 \cdot 14 \cdot 4 \cdot 13 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 15 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 12 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 9 \cdot 1 = 15, \\
 &8 \cdot 15 \cdot 10 \cdot 1 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 16 \cdot 14 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 11 \cdot 5 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 4 = 15.
 \end{aligned}$$

Дополнительно «проявляется» объектный ноль  $13+15=12=[0]$  и коммутативность пар

$$1 \cdot 5 = 13 = 5 \cdot 1, \quad 4 \cdot 8 = 13 = 8 \cdot 4, \quad 3 \cdot 5 = 15 = 5 \cdot 3, \quad 6 \cdot 4 = 15 = 4 \cdot 6, \dots$$

24 модели объектных нулей мы получаем на элементах этого объектного магического квадрата, приняв за начало последовательностей сумму 4 элементов, которые расположены в его центре

$$2 + 6 + 3 + 7 = 10.$$

Получим

$$\begin{array}{ll}
 10 \cdot 1 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 5 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 4 \cdot 14 \cdot 16 \cdot 8 \cdot 15 \cdot 10 = 12, & 10 \cdot 1 \cdot 10 \cdot 15 \cdot 8 \cdot 16 \cdot 14 \cdot 4 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 9 = 12, \\
 10 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 5 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 4 \cdot 14 \cdot 16 \cdot 8 \cdot 15 \cdot 10 \cdot 1 = 12, & 10 \cdot 10 \cdot 15 \cdot 8 \cdot 16 \cdot 14 \cdot 4 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 9 \cdot 1 = 12, \\
 10 \cdot 11 \cdot 5 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 4 \cdot 14 \cdot 16 \cdot 8 \cdot 15 \cdot 10 \cdot 1 \cdot 9 = 12, & 10 \cdot 15 \cdot 8 \cdot 16 \cdot 14 \cdot 4 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 9 \cdot 1 \cdot 10 = 12, \\
 10 \cdot 5 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 4 \cdot 14 \cdot 16 \cdot 8 \cdot 15 \cdot 10 \cdot 1 \cdot 9 \cdot 11 = 12, & 10 \cdot 8 \cdot 16 \cdot 14 \cdot 4 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 9 \cdot 1 \cdot 10 \cdot 15 = 12, \\
 10 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 4 \cdot 14 \cdot 16 \cdot 8 \cdot 15 \cdot 10 \cdot 1 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 5 = 12, & 10 \cdot 16 \cdot 14 \cdot 4 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 9 \cdot 1 \cdot 10 \cdot 15 \cdot 8 = 12, \\
 10 \cdot 13 \cdot 4 \cdot 14 \cdot 16 \cdot 8 \cdot 15 \cdot 10 \cdot 1 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 5 \cdot 12 = 12, & 10 \cdot 14 \cdot 4 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 9 \cdot 1 \cdot 10 \cdot 15 \cdot 8 \cdot 16 = 12, \\
 10 \cdot 4 \cdot 14 \cdot 16 \cdot 8 \cdot 15 \cdot 10 \cdot 1 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 5 \cdot 12 \cdot 13 = 12, & 10 \cdot 4 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 9 \cdot 1 \cdot 10 \cdot 15 \cdot 8 \cdot 16 \cdot 14 = 12, \\
 10 \cdot 14 \cdot 16 \cdot 8 \cdot 15 \cdot 10 \cdot 1 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 5 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 4 = 12, & 10 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 9 \cdot 1 \cdot 10 \cdot 15 \cdot 8 \cdot 16 \cdot 14 \cdot 4 = 12, \\
 10 \cdot 16 \cdot 8 \cdot 15 \cdot 10 \cdot 1 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 5 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 4 \cdot 14 = 12, & 10 \cdot 12 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 9 \cdot 1 \cdot 10 \cdot 15 \cdot 8 \cdot 16 \cdot 14 \cdot 4 \cdot 13 = 12, \\
 10 \cdot 8 \cdot 15 \cdot 10 \cdot 1 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 5 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 4 \cdot 14 \cdot 16 = 12, & 10 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 9 \cdot 1 \cdot 10 \cdot 15 \cdot 8 \cdot 16 \cdot 14 \cdot 4 \cdot 13 \cdot 12 = 12, \\
 10 \cdot 15 \cdot 10 \cdot 1 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 5 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 4 \cdot 14 \cdot 16 \cdot 8 = 12, & 10 \cdot 11 \cdot 9 \cdot 1 \cdot 10 \cdot 15 \cdot 8 \cdot 16 \cdot 14 \cdot 4 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 5 = 12, \\
 10 \cdot 10 \cdot 1 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 5 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 4 \cdot 14 \cdot 16 \cdot 8 \cdot 15 = 12, & 10 \cdot 9 \cdot 1 \cdot 10 \cdot 15 \cdot 8 \cdot 16 \cdot 14 \cdot 4 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 5 \cdot 11 = 12.
 \end{array}$$

Наличие обнаруженных свойств может иметь приложения в задачах моделирования спектра структурных объектов Реальности, которые взаимодействуют на ассоциативных, а также на неассоциативных операциях.

Объектные нули иллюстрируют наличие множества «скрытых», вакуумных состояний. Они способны превращаться в другие состояния при объединении с элементами объектного множества.

Магические квадраты представляют нам «кладовую» объектных состояний, значение и смысл которой непонятны и недостаточно исследованы. Компоновка объектов в форме таких квадратов предполагает наличие способностей объединения с «расчетной» ориентацией, что непривычно для теории, в которой такие возможности не учитывались ранее.

## Специфика решений объектных алгебраических уравнений

Квадратные объектные уравнения объектного множества  $M^{16}$  линейны в силу закона

$$y = x^2 + ax + b = [0] \leftrightarrow y = ax = [0] - b - 9.$$

По этой причине объектное квадратное уравнение, в указанной его форме, имеет только одно решение.

Ситуация меняется на модели, скрытой от разложения на бинарные произведения:

$$(x - a)(x - b) - ba = [0].$$

Это уравнение имеет решения на каждом элементе объектного множества, оно аргументно инвариантно.

Проиллюстрируем ситуацию примером при  $a = 5, b = 6, ba = 14$ :

$x$	$x - 5 = \alpha$	$x - 6 = \beta$	$\alpha \cdot \beta$
1	1 - 5 = 16	1 - 6 = 11	16 · 11 = 14
2	2 - 5 = 9	2 - 6 = 16	9 · 16 = 14
3	3 - 5 = 14	3 - 6 = 9	14 · 9 = 14
4	4 - 5 = 11	4 - 6 = 14	11 · 14 = 14
5	5 - 5 = 12	5 - 6 = 15	12 · 15 = 14
6	6 - 5 = 13	6 - 6 = 12	13 · 12 = 14
7	7 - 5 = 10	7 - 6 = 13	10 · 13 = 14
8	8 - 5 = 15	8 - 6 = 10	15 · 10 = 14
9	9 - 5 = 8	9 - 6 = 7	8 · 7 = 14
10	10 - 5 = 1	10 - 6 = 4	1 · 4 = 14
11	11 - 5 = 6	11 - 6 = 5	6 · 5 = 14
12	12 - 5 = 3	12 - 6 = 2	3 · 2 = 14
13	13 - 5 = 4	13 - 6 = 3	4 · 3 = 14
14	14 - 5 = 5	14 - 6 = 8	5 · 8 = 14
15	15 - 5 = 2	15 - 6 = 1	2 · 1 = 14
16	16 - 5 = 7	16 - 6 = 6	7 · 6 = 14

Объектное уравнение третьего порядка в указанной форме имеет одно решение, так как первая пара его компонент есть объектное число:

$$(x - a)(x - b)(x - c) = ba(x - c) = [0].$$

Ситуация усложняется с увеличением количества множителей. Уравнение порядка 4 имеет уже множество решений, так как оно не имеет алгоритма его сведения к линейному виду.

Все указанные «непривычные» свойства фундаментальны по двум причинам: во-первых, мы имеем дело с частично ассоциативным множеством элементов, во-вторых, множество не дистрибутивно.

С появлением нового качества отношений между элементами реальна новая логика.

Укажем аргументно инвариантную модель объектного уравнения

$$\theta = (x-a)(x-b)(x-c)(x-d)$$

на элементах  $a = 2, b = 4, c = 6, d = 8$ .

Получим на разных значениях независимой переменной спектр элементов :

$$\begin{aligned} x = 3, x+x = 14 : (3-2)(3-4)(3-6)(3-8) &= 13 \cdot 15 \cdot 9 \cdot 11 = 9 \rightarrow 15-14 = 9, \\ x = 5, x+x = 14 : (5-2)(5-4)(5-6)(5-8) &= 11 \cdot 9 \cdot 15 \cdot 13 = 9 \rightarrow 15-14 = 9, \\ x = 10, x+x = 12 : (10-2)(10-4)(10)(10-8) &= 8 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 2 = 15 \rightarrow 15-12 = 15, \\ x = 11, x+x = 10 : (11-2)(11-4)(11-6)(11-8) &= 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 13 \rightarrow 15-10 = 13, \\ x = 12, x+x = 12 : (12-2)(12-4)(12-6)(12-8) &= 6 \cdot 8 \cdot 2 \cdot 4 = 15 \rightarrow 15-12 = 15, \dots \end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned} abcd = \omega = dcba, \\ (x-a)(x-b)(x-c)(x-d) - \omega + (x+x) = [0]. \end{aligned}$$

Каждый элемент объектного множества есть решение этого обобщенного уравнения.

Укажем аргументно инвариантную модель объектного уравнения

$$\theta = (x-a)(x-b)(x-c)(x-d)$$

на элементах  $a = 12, b = 7, c = 14, d = 2, \quad \sigma = 12+7+14+2 = 11$ .

Получим на разных значениях независимой переменной спектр элементов :

$$\begin{aligned} x = 3, x+x = 14 : (3-12)(3-7)(3-14)(3-2) &= 3 \cdot 16 \cdot 5 \cdot 13 = 16 \rightarrow 14 \cdot 11 = 16, \\ x = 5, x+x = 14 : (5-12)(5-7)(5-14)(5-2) &= 5 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 11 = 16 \rightarrow 14 \cdot 11 = 16, \\ x = 9, x+x = 10 : (9-12)(9-7)(9-14)(9-2) &= 9 \cdot 6 \cdot 15 \cdot 3 = 12 \rightarrow 10 \cdot 11 = 12, \\ x = 11, x+x = 10 : (11-12)(11-7)(11-14)(11-2) &= 11 \cdot 8 \cdot 13 \cdot 11 = 12 \rightarrow 10 \cdot 11 = 12, \\ x = 12, x+x = 12 : (12-12)(12-7)(12-14)(12-2) &= 12 \cdot 1 \cdot 14 \cdot 6 = 10 \rightarrow 12 \cdot 11 = 10, \\ x = 14, x+x = 12 : (14-12)(14-7)(14-14)(13-2) &= 14 \cdot 7 \cdot 12 \cdot 4 = 10 \rightarrow 12 \cdot 11 = 10, \dots \end{aligned}$$

Аргументно инвариантное уравнение теперь имеет вид

$$(x-a)(x-b)(x-c)(x-d) - (x+x)(a+b+c+d) = [0].$$

На элементах  $a = 11, b = 1, c = 10, d = 2$  выполняется аргументно инвариантное уравнение

$$(x-a)(x-b)(x-c)(x-d) - (x+x) - x^2 = [0].$$

Очевидно наличие спектра функциональных условий. Например, есть вариант

$$(x-a)(x-b)(x-c)(x-d) - (x+x) - (abcd)^2 = [0].$$

Аргументно инвариантное уравнение для объектного алгебраического уравнения

$$\theta = (x-a)(x-b)(x-c)(x-d)(x-e) \equiv ba(x-c)(x-d)(x-e)$$

имеет такую структуру:  $\theta + \omega(x) - \Omega(a, b, c, d, e) = [0]$ .

Проиллюстрируем ситуацию примерами. Пусть  $a = 16, b = 1, c = 15, d = 2, e = 14$ .  
Получим величины на разных значения независимых переменных:

$$\begin{aligned} x = 1: & \quad 2(1-15)(1-2)(1-14) = 2 \cdot 2 \cdot 15 \cdot 7 = 5, & \quad 16-7 = 5, \\ x = 2: & \quad 2(2-15)(2-2)(2-14) = 2 \cdot 3 \cdot 12 \cdot 8 = 6, & \quad 16-6 = 6, \\ x = 13: & \quad 2(13-15)(13-2)(13-14) = 2 \cdot 10 \cdot 7 \cdot 11 = 9, & \quad 16-15 = 5, \\ x = 14: & \quad 2(14-15)(14-2)(14-14) = 2 \cdot 11 \cdot 4 \cdot 12 = 10, & \quad 16-14 = 10, \dots \\ \omega(x) = x + x + x, & \quad \omega(1) = 7, \omega(2) = 6, \omega(13) = 15, \omega(14) = 14, \\ \Omega(a, b, c, d, e) = a + b + c + d + e = 16. \end{aligned}$$

Пусть

$$a = 1, b = 2, c = 3, d = 4, e = 5.$$

Получим

$$\begin{aligned} x = 3: & \quad 14(3-3)(3-4)(3-5) = 14 \cdot 12 \cdot 15 \cdot 14 = 16, & \quad 1-5 = 16, \\ x = 10: & \quad 14(10-3)(10-4)(10-5) = 14 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 1 = 3, & \quad 1-10 = 3, \\ x = 9: & \quad 14(9-3)(9-4)(9-5) = 14 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 8 = 6, & \quad 1-11 = 6, \\ x = 12: & \quad 14(12-3)(12-4)(12-5) = 14 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 3 = 1, & \quad 1-12 = 1, \dots \\ \omega(x) = x + x + x, & \quad \omega(3) = 5, \omega(10) = 10, \omega(9) = 11, \omega(12) = 12, \\ 7 = (a + b + c + d + e) = abcde = edcba = 7, & \quad 7 + 7 + 7 = 1, \\ \Omega(a, b, c, d, e) = (a + b + c + d + e) + abcde + edcba = 1. \end{aligned}$$

Пусть

$$a = 1, b = 2, c = 1, d = 2, e = 1.$$

Получим

$$\begin{aligned} x = 5: & \quad 14(5-1)(5-2)(5-1) = 14 \cdot 16 \cdot 11 \cdot 16 = 14, & \quad 5-3 = 14, \\ x = 7: & \quad 14(7-1)(7-2)(7-1) = 14 \cdot 14 \cdot 9 \cdot 14 = 16, & \quad 5-1 = 16, \\ x = 8: & \quad 14(8-1)(8-2)(8-1) = 14 \cdot 11 \cdot 14 \cdot 11 = 9, & \quad 5-4 = 9, \\ x = 12: & \quad 14(12-1)(12-2)(12-1) = 14 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 7 = 5, & \quad 5-12 = 5, \dots \\ \omega(x) = x + x + x, & \quad \omega(5) = 3, \omega(7) = 1, \omega(8) = 4, \omega(12) = 12, \\ 3 = (a + b + c + d + e) = abcde = edcba = 3, & \quad 3 + 3 + 3 = 5, \\ \Omega(a, b, c, d, e) = (a + b + c + d + e) + abcde + edcba = 5. \end{aligned}$$

Объектные алгебраические уравнения генерируют аргументно инвариантные функции.

$$\begin{aligned} \omega(x) = x + x + x, & \quad \omega(3) = 5, \omega(10) = 10, \omega(9) = 11, \omega(12) = 12, \\ 7 = (a + b + c + d + e) = abcde = edcba = 7, & \quad 7 + 7 + 7 = 1, \\ \Omega(a, b, c, d, e) = (a + b + c + d + e) + abcde + edcba = 1. \end{aligned}$$

## Операционная зависимость аргументно инвариантных функций

В объектном множестве  $M^{16}$  действует аргументно инвариантное уравнение

$$(x+a)(x+b) = ab.$$

Проиллюстрируем его примерами:

$$\begin{array}{ll} (x+5)(x+10) = 5 \cdot 10 = 4, & (x+1)(x+11) = 1 \cdot 11 = 3, \\ (1+5)(1+10) = 10 \cdot 3 = 4, & (1+1)(1+11) = 14 \cdot 8 = 3, \\ (2+5)(2+10) = 15 \cdot 4 = 4, & (2+1)(2+11) = 11 \cdot 5 = 3, \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ (15+5)(15+10) = 8 \cdot 13 = 4, & (15+1)(15+11) = 4 \cdot 14 = 3, \\ (16+5)(16+10) = 1 \cdot 14 = 4, & (16+1)(16+11) = 5 \cdot 15 = 3. \end{array}$$

Оно функционально дополняет аргументно инвариантное уравнение

$$(x-a)(x-b) = ba.$$

Аргументно инвариантные уравнения при произведении пар элементов имеют бинарную структуру. Элемент с номером 12 (объектный ноль) соединяется с другими элементами на основе элемента с номером 9. Другие пары объединяются на основе элемента с номером 15.

Кроме этого, произведения учитывают порядковый номер управляющих элементов:

$$(xa)(xb) = \begin{cases} 15+(a+b), N(a) < N(b), a, b \neq 12, \\ 15-(a+b), N(a) > N(b), a, b \neq 12, \end{cases}$$

$$(xa)(xb) = \begin{cases} 9+(a+b), N(a) < N(b), a; b = 12, \\ 9-(a+b), N(a) > N(b), a; b = 12. \end{cases}$$

Подтвердим эти законы примерами:

$$\begin{array}{ll} (1 \cdot 1)(1 \cdot 16) = 9 \cdot 2 = 8 = 15 + (1+16), & (1 \cdot 16)(1 \cdot 1) = 2 \cdot 9 = 2 = 15 - (1+16), \\ (2 \cdot 1)(2 \cdot 16) = 14 \cdot 3 = 8, & (2 \cdot 16)(2 \cdot 1) = 3 \cdot 14 = 2, \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ (15 \cdot 1)(15 \cdot 16) = 3 \cdot 12 = 8, & (15 \cdot 16)(15 \cdot 1) = 12 \cdot 3 = 2, \\ (16 \cdot 1)(16 \cdot 16) = 8 \cdot 9 = 8, & (16 \cdot 16)(16 \cdot 1) = 9 \cdot 8 = 2. \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} (1 \cdot 12)(1 \cdot 7) = 6 \cdot 15 = 4 = 9 + 7, & (1 \cdot 7)(1 \cdot 12) = 15 \cdot 6 = 6 = 9 - 7, \\ (1 \cdot 12)(1 \cdot 14) = 6 \cdot 4 = 15 = 9 + 14, & (1 \cdot 14)(1 \cdot 12) = 4 \cdot 6 = 15 = 9 - 14, \dots \end{array}$$

Следовательно, элементы объектного множества имеют новое функциональное свойство: различать элементы согласно их действиям в этом множестве.

Эти различия ассоциированы со спектром применяемых операций.

## Бинарно инвариантные объектные функции

Определим бинарную инвариантность функций условием, что их значения одинаковы не только при перемене аргументов, но и при перемене параметров функций.

Такой алгоритм предъявляют объектные множества на функциях вида

$$\Xi = (x-a)(x-b) + (x+a)(x+b) = \text{const} = \varphi(x,a)\psi(x,a) + \psi(x,a)\varphi(x,a).$$

Убедимся в этом на примерах. Проанализируем ситуацию на 4 объектных множествах.

$$M^{16}$$

$$\begin{aligned}(1-3)(1-5) + (1+3)(1+5) &= 10 \cdot 16 + 16 \cdot 10 = 10, \\ (5-3)(5-5) + (5+3)(5+5) &= 14 \cdot 12 + 12 \cdot 14 = 15 + 15 = 10, \dots \\ (1-12)(1-16) + (1+12)(1+16) &= 1 \cdot 5 + 1 \cdot 5 = 13 + 13 = 10, \\ (10-12)(10-16) + (10+12)(10+16) &= 10 \cdot 14 + 10 \cdot 14 = 13 + 13 = 10, \dots \\ 3 \cdot 7 + 7 \cdot 3 &= 13 + 13 = 10, \quad 16 \cdot 2 + 2 \cdot 16 = 7 + 3 = 10 \dots\end{aligned}$$

$$M^{25}$$

$$\begin{aligned}(1-3)(1-5) + (1+3)(1+5) &= 18 \cdot 16 + 24 \cdot 21 = 19 + 18 = 17, \\ (5-3)(5-5) + (5+3)(5+5) &= 17 \cdot 20 + 23 \cdot 25 = 19 + 18 = 17, \dots \\ (1-12)(1-16) + (1+12)(1+16) &= 14 \cdot 5 + 9 \cdot 2 = 12 + 25 = 17, \\ (10-12)(10-16) + (10+12)(10+16) &= 2 \cdot 19 + 21 \cdot 25 = 12 + 25 = 17, \dots \\ 10 \cdot 7 + 7 \cdot 10 &= 18 + 19 = 17, \quad 1 \cdot 15 + 15 \cdot 1 = 25 + 12 = 17 \dots\end{aligned}$$

$$S^{27}$$

$$\begin{aligned}(1-3)(1-5) + (1+3)(1+5) &= 7 \cdot 5 + 4 \cdot 9 = 8, \\ (5-3)(5-5) + (5+3)(5+5) &= 2 \cdot 9 + 8 \cdot 1 = 5 + 3 = 8, \dots \\ (1-12)(1-16) + (1+12)(1+16) &= 26 \cdot 14 + 18 \cdot 23 = 8, \\ (10-12)(10-16) + (10+12)(10+16) &= 7 \cdot 5 + 13 \cdot 23 = 5 + 3 = 8, \dots \\ 10 \cdot 7 + 7 \cdot 10 &= 13 + 10 = 8, \quad 1 \cdot 15 + 15 \cdot 1 = 19 + 16 = 8 \dots\end{aligned}$$

$$M^{36}$$

$$\begin{aligned}(1-3)(1-5) + (1+3)(1+5) &= 16 \cdot 14 + 22 \cdot 24 = 17 + 15 = 14, \\ (5-3)(5-5) + (5+3)(5+5) &= 14 \cdot 18 + 20 \cdot 22 = 17 + 15 = 14, \dots \\ (1-12)(1-16) + (1+12)(1+16) &= 19 \cdot 3 + 13 \cdot 5 = 9 + 5 = 14, \\ (10-12)(10-16) + (10+12)(10+16) &= 16 \cdot 12 + 28 \cdot 8 = 9 + 5 = 14, \dots \\ 3 \cdot 8 + 8 \cdot 3 &= 30 + 20 = 14, \quad 5 \cdot 17 + 17 \cdot 5 = 7 + 11 = 14 \dots\end{aligned}$$

Найденные математические свойства инициируют поиск экспериментов, подтверждающих их применимость в жизненной практике. С одной стороны, привлекает интерес условие независимости результата от внешних и внутренних факторов. Кроме этого, естественен интерес к стабильности действующих функций.

## Ассоциативные подмножества в частично ассоциативном множестве $M^{16}$

Составим и проанализируем несколько таблиц для построения алгоритма нахождения спектра ассоциативных подмножеств в частично ассоциативном множестве:

$1 \cdot 1 = 9$	$2 \cdot 6 = 13$	$14 \cdot 1 = 6$
$1 \cdot 2 = 16$	$2 \cdot 5 = 10$	$14 \cdot 2 = 5$
$1 \cdot 3 = 11$	$2 \cdot 8 = 15$	$14 \cdot 3 = 8$
$1 \cdot 4 = 14$	$2 \cdot 7 = 12$	$14 \cdot 4 = 7$
$1 \cdot 5 = 13$	$2 \cdot 2 = 9$	$14 \cdot 5 = 2$
$1 \cdot 6 = 12$	$2 \cdot 1 = 14$	$14 \cdot 6 = 1$
$1 \cdot 7 = 15$	$2 \cdot 4 = 11$	$14 \cdot 7 = 4$
$1 \cdot 8 = 10$	$2 \cdot 3 = 16$	$14 \cdot 8 = 3$
$1 \cdot 9 = 1$	$2 \cdot 14 = 1$	$14 \cdot 9 = 14$
$1 \cdot 10 = 8$	$2 \cdot 13 = 6$	$14 \cdot 10 = 13$
$1 \cdot 11 = 3$	$2 \cdot 16 = 3$	$14 \cdot 11 = 16$
$1 \cdot 12 = 6$	$2 \cdot 15 = 8$	$14 \cdot 12 = 15$
$1 \cdot 13 = 5$	$2 \cdot 10 = 5$	$14 \cdot 13 = 10$
$1 \cdot 14 = 4$	$2 \cdot 9 = 2$	$14 \cdot 14 = 9$
$1 \cdot 15 = 7$	$2 \cdot 12 = 7$	$14 \cdot 15 = 12$
$1 \cdot 16 = 2$	$2 \cdot 11 = 4$	$14 \cdot 16 = 11$

$15 \cdot 1 = 3$	$13 \cdot 7 = 7$	$11 \cdot 1 = 7$
$15 \cdot 2 = 2$	$13 \cdot 6 = 8$	$11 \cdot 2 = 6$
$15 \cdot 3 = 1$	$13 \cdot 5 = 5$	$11 \cdot 3 = 5$
$15 \cdot 4 = 4$	$13 \cdot 8 = 6$	$11 \cdot 4 = 8$
$15 \cdot 5 = 7$	$13 \cdot 3 = 3$	$11 \cdot 5 = 3$
$15 \cdot 6 = 6$	$13 \cdot 2 = 4$	$11 \cdot 6 = 2$
$15 \cdot 7 = 5$	$13 \cdot 1 = 1$	$11 \cdot 7 = 1$
$15 \cdot 8 = 8$	$13 \cdot 4 = 2$	$11 \cdot 8 = 4$
$15 \cdot 9 = 15$	$13 \cdot 11 = 15$	$11 \cdot 9 = 11$
$15 \cdot 10 = 14$	$13 \cdot 10 = 16$	$11 \cdot 10 = 10$
$15 \cdot 11 = 13$	$13 \cdot 9 = 13$	$11 \cdot 11 = 9$
$15 \cdot 12 = 16$	$13 \cdot 12 = 14$	$11 \cdot 12 = 12$
$15 \cdot 13 = 11$	$13 \cdot 15 = 11$	$11 \cdot 13 = 15$
$15 \cdot 14 = 10$	$13 \cdot 14 = 12$	$11 \cdot 14 = 14$
$15 \cdot 15 = 9$	$13 \cdot 13 = 9$	$11 \cdot 15 = 13$
$15 \cdot 16 = 12$	$13 \cdot 16 = 10$	$11 \cdot 16 = 16$

$8 \cdot 1 = 12$	$15 \cdot 12 = 16$	$8 \cdot 1 = 12$
$8 \cdot 2 = 15$	$15 \cdot 15 = 9$	$8 \cdot 2 = 15$
$8 \cdot 3 = 10$	$15 \cdot 10 = 14$	$8 \cdot 3 = 10$
$8 \cdot 4 = 13$	$15 \cdot 13 = 11$	$8 \cdot 4 = 13$
$8 \cdot 5 = 16$	$15 \cdot 16 = 12$	$8 \cdot 5 = 16$
$8 \cdot 6 = 11$	$15 \cdot 11 = 13$	$8 \cdot 6 = 11$
$8 \cdot 7 = 14$	$15 \cdot 14 = 10$	$8 \cdot 7 = 14$
$8 \cdot 8 = 9$	$15 \cdot 8 = 15$	$8 \cdot 8 = 9$
$8 \cdot 9 = 8$	$15 \cdot 8 = 8$	$8 \cdot 9 = 8$
$8 \cdot 10 = 3$	$15 \cdot 3 = 1$	$8 \cdot 10 = 3$
$8 \cdot 11 = 6$	$15 \cdot 6 = 6$	$8 \cdot 11 = 6$
$8 \cdot 12 = 1$	$15 \cdot 1 = 3$	$8 \cdot 12 = 1$
$8 \cdot 13 = 4$	$15 \cdot 4 = 4$	$8 \cdot 13 = 4$
$8 \cdot 14 = 7$	$15 \cdot 7 = 5$	$8 \cdot 14 = 7$
$8 \cdot 15 = 2$	$15 \cdot 2 = 2$	$8 \cdot 15 = 2$
$8 \cdot 16 = 5$	$15 \cdot 5 = 7$	$8 \cdot 16 = 5$

$10 \cdot 1 = 2$	$2 \cdot 13 = 6$	$5 \cdot 1 = 13$
$10 \cdot 2 = 1$	$2 \cdot 12 = 7$	$5 \cdot 2 = 12$
$10 \cdot 3 = 4$	$2 \cdot 15 = 8$	$5 \cdot 3 = 15$
$10 \cdot 4 = 3$	$2 \cdot 10 = 5$	$5 \cdot 4 = 10$
$10 \cdot 5 = 6$	$2 \cdot 9 = 2$	$5 \cdot 5 = 9$
$10 \cdot 6 = 3$	$2 \cdot 16 = 3$	$5 \cdot 6 = 16$
$10 \cdot 7 = 8$	$2 \cdot 11 = 4$	$5 \cdot 7 = 11$
$10 \cdot 8 = 7$	$2 \cdot 14 = 1$	$5 \cdot 8 = 14$
$10 \cdot 9 = 10$	$2 \cdot 5 = 10$	$5 \cdot 9 = 5$
$10 \cdot 10 = 9$	$2 \cdot 4 = 11$	$5 \cdot 10 = 4$
$10 \cdot 11 = 12$	$2 \cdot 7 = 12$	$5 \cdot 11 = 7$
$10 \cdot 12 = 11$	$2 \cdot 2 = 9$	$5 \cdot 12 = 2$
$10 \cdot 13 = 14$	$2 \cdot 1 = 14$	$5 \cdot 13 = 1$
$10 \cdot 14 = 13$	$2 \cdot 8 = 15$	$5 \cdot 14 = 8$
$10 \cdot 15 = 16$	$2 \cdot 3 = 16$	$5 \cdot 15 = 3$
$10 \cdot 16 = 15$	$2 \cdot 6 = 13$	$5 \cdot 16 = 6$

Достаточно знать начальное произведение для пары элементов. В зависимости от того, в какой из 4 указанных «секторов» оно попадает, те значения задают искомые элементы:

$$2 \cdot 14 \cdot x = 1 \cdot x \rightarrow [1 \ 3 \ 5 \ 7], \quad 13 \cdot 11 \cdot x = 15 \cdot x \rightarrow [9 \ 11 \ 13 \ 15],$$

$$15 \cdot 8 \cdot x = 8 \cdot x \rightarrow [2 \ 4 \ 6 \ 8], \quad 2 \cdot 5 \cdot x = 10 \cdot x \rightarrow [10 \ 12 \ 14 \ 16].$$

## Объектные полувакуумные состояния в объектном множестве $M^{16}$

Объектным полувакуумным состоянием названа функция, аддитивное удвоение которой генерирует объектный ноль: элемент объектного множества с номером 12.

Это состояние обеспечивается функцией

$$\theta(a, b, c, d) = abcd + bcda + cdab + dabc.$$

Проиллюстрируем такое свойство на примере, приняв три первых элемента одинаковыми и меняя только 4 элемент в начальной последовательности произведений.

Например, получим спектр состояний:

$$8 \cdot 15 \cdot 1 \cdot 1 + 15 \cdot 1 \cdot 8 + 1 \cdot 1 \cdot 8 \cdot 15 + 1 \cdot 8 \cdot 15 \cdot 1 = 1 = 6 + 4 + 8 + 8 = 14,$$

$$8 \cdot 15 \cdot 1 \cdot 2 + 15 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 8 + 1 \cdot 2 \cdot 8 \cdot 15 + 2 \cdot 8 \cdot 15 \cdot 1 = 5 + 3 + 7 + 5 = 16,$$

$$8 \cdot 15 \cdot 1 \cdot 3 + 15 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 8 + 1 \cdot 3 \cdot 8 \cdot 15 + 3 \cdot 8 \cdot 15 \cdot 1 = 8 + 2 + 6 + 6 = 14,$$

$$8 \cdot 15 \cdot 1 \cdot 4 + 15 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 8 + 1 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 15 + 4 \cdot 8 \cdot 15 \cdot 1 = 7 + 1 + 5 + 7 = 16,$$

$$8 \cdot 15 \cdot 1 \cdot 5 + 15 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 8 + 1 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 15 + 5 \cdot 8 \cdot 15 \cdot 1 = 2 + 8 + 4 + 4 = 14,$$

$$8 \cdot 15 \cdot 1 \cdot 6 + 15 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 8 + 1 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 15 + 6 \cdot 8 \cdot 15 \cdot 1 = 1 + 7 + 3 + 1 = 16,$$

$$8 \cdot 15 \cdot 1 \cdot 7 + 15 \cdot 1 \cdot 7 \cdot 8 + 1 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 15 + 7 \cdot 8 \cdot 15 \cdot 1 = 4 + 6 + 2 + 2 = 14,$$

$$8 \cdot 15 \cdot 1 \cdot 8 + 15 \cdot 1 \cdot 8 \cdot 8 + 1 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 15 + 8 \cdot 8 \cdot 15 \cdot 1 = 3 + 5 + 1 + 3 = 16,$$

$$8 \cdot 15 \cdot 1 \cdot 9 + 15 \cdot 1 \cdot 9 \cdot 8 + 1 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 15 + 9 \cdot 8 \cdot 15 \cdot 1 = 14 + 12 + 16 + 12 = 10,$$

$$8 \cdot 15 \cdot 1 \cdot 10 + 15 \cdot 1 \cdot 10 \cdot 8 + 1 \cdot 10 \cdot 8 \cdot 15 + 10 \cdot 8 \cdot 15 \cdot 1 = 13 + 11 + 15 + 9 = 12,$$

$$8 \cdot 15 \cdot 1 \cdot 11 + 15 \cdot 1 \cdot 11 \cdot 8 + 1 \cdot 11 \cdot 8 \cdot 15 + 11 \cdot 8 \cdot 15 \cdot 1 = 16 + 10 + 14 + 10 = 10,$$

$$8 \cdot 15 \cdot 1 \cdot 12 + 15 \cdot 1 \cdot 12 \cdot 8 + 1 \cdot 12 \cdot 8 \cdot 15 + 12 \cdot 8 \cdot 15 \cdot 1 = 15 + 9 + 13 + 11 = 12,$$

$$8 \cdot 15 \cdot 1 \cdot 13 + 15 \cdot 1 \cdot 13 \cdot 8 + 1 \cdot 13 \cdot 8 \cdot 15 + 13 \cdot 8 \cdot 15 \cdot 1 = 10 + 16 + 12 + 16 = 10,$$

$$8 \cdot 15 \cdot 1 \cdot 14 + 15 \cdot 1 \cdot 14 \cdot 8 + 1 \cdot 14 \cdot 8 \cdot 15 + 14 \cdot 8 \cdot 15 \cdot 1 = 9 + 15 + 11 + 13 = 12,$$

$$8 \cdot 15 \cdot 1 \cdot 15 + 15 \cdot 1 \cdot 15 \cdot 8 + 1 \cdot 15 \cdot 8 \cdot 15 + 15 \cdot 8 \cdot 15 \cdot 1 = 12 + 14 + 10 + 14 = 10,$$

$$8 \cdot 15 \cdot 1 \cdot 16 + 15 \cdot 1 \cdot 16 \cdot 8 + 1 \cdot 16 \cdot 8 \cdot 15 + 16 \cdot 8 \cdot 15 \cdot 1 = 11 + 13 + 9 + 15 = 12.$$

Суммы пар полученных значений одинаковы

$$12 = 10 + 10 = 12 + 12 = 14 + 14 = 16 + 16 = 12.$$

Функции генерируют 3 полувакуумные состояния и одно вакуумное состояние. Объектное множество *косвенно* иллюстрирует модель физического пространства, в котором есть три пространственных измерения и одно временное. Эти физические слагаемые естествознания в данном случае ассоциированы со спектром полувакуумных и вакуумных состояний для элементов объектного множества.

Заметим, что медиальность элементов объектного множества обеспечивает множество моделей объектного вакуума в форме функциональных состояний такого вида

$$\begin{aligned} & [(xy)(zp)][(xz)(yp)] + [(yz)(px)][(yp)(zx)] + \\ & + [(zp)(xy)][(zx)(py)] + [(px)(yz)][(py)(xz)] = 12. \end{aligned}$$

## Отношения объектов в форме элементов логического пространства

Зададим логическое пространство 4 объектов множеством матриц размерности 4 с элементами  $[0,1]$ , замкнутых на спектре ассоциативных и неассоциативных операций.

Примем гипотезу о наличии пары свойств взаимных отношений объектов :  
 во-первых, пусть каждый из них может «притянуть» к себе остальные объекты, обеспечивая индивидуальную «конденсацию» конечного множества;  
 во-вторых, пусть при влиянии на любой объект пары других объектов данный объект влияет на объект, который остался без «внимания».

Представим морфологическую модель матрицами и графами отношений, обозначив их натуральными числами согласно структуре объектного множества  $M^{16}$ .

Получим 8 элементов логического пространства:

4	→	1
	↗	↑
3		2

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(9),

4		1
	↘	↓
3	→	2

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(10),

4		1
↓	↙	
3	←	2

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

(11),

4	←	1
↑	↖	
3		2

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(12),

4		1
↓	↗	
3	←	2

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

(13),

4		1
	↖	↓
3	→	2

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(14),

4	→	1
	↘	↑
3		2

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(15),

4	←	1
↑	↘	
3		2

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(16).

Сконструирована половина элементов объектного множества  $M^{16}$ . Из анализа следует, что подмножество с элементами

$$[10 \ 12 \ 14 \ 16]$$

на операции суммирования и произведения генерируют конформацию с элементами группы Клейна:

$\overset{s}{+}$	10	12	14	16
10	12	10	16	14
12	10	12	14	16
14	16	14	12	10
16	14	16	10	12

$\overset{k}{\times}$	10	12	14	16
10	9	11	13	15
12	11	9	15	13
14	13	15	9	11
16	15	13	11	9

Таковы эволюционно дополнительные элементы объектного множества

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1),$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (2),$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3),$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4).$$

Имеет место конформационное моделирование элементов объектного множества.

На данной стадии анализа обнаруживается операционная замкнутость 8 элементов:

$\begin{matrix} s \\ + \end{matrix}$	9	11	13	15	10	12	14	16
9	10	12	14	16	11	9	15	13
11	12	10	16	14	9	11	13	15
13	14	16	10	12	15	13	11	9
15	16	14	12	10	13	15	9	11
10	11	9	15	13	12	10	16	14
12	9	11	13	15	10	12	14	16
14	15	13	11	9	16	14	12	10
16	13	15	9	11	14	16	10	12

$\begin{matrix} k \\ \times \end{matrix}$	9	11	13	15	10	12	14	16
9	9	11	13	15	12	10	16	14
11	11	9	15	13	10	12	14	16
13	13	15	9	11	16	14	12	10
15	15	13	11	9	14	16	10	12
10	10	12	14	16	9	11	13	15
12	12	10	16	14	11	9	15	13
14	14	16	10	12	13	15	9	11
16	16	14	12	10	15	13	11	9

Соответственно генерируются 2 конформации по 8 элементов с матрицами размерности 8:

$$\begin{pmatrix} E & 0 \\ 0 & E \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & A \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} B & 0 \\ 0 & B \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} C & 0 \\ 0 & C \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & E \\ A & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & A \\ E & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & B \\ C & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & C \\ B & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} E & 0 \\ 0 & A \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & E \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} B & 0 \\ 0 & C \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & C \\ 0 & B \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & E \\ E & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & A \\ A & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & B \\ B & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & C \\ C & 0 \end{pmatrix}.$$

Они задают группу на матричной операции с нормальной подгруппой.

## Объектное множество $M^{25}$

Матрицы, посредством которых задаются элементы объектного множества, имеют одинаковые значения, которые равны единице на каждом из мест в матрицах. Этот метод применен для того, чтобы исследовать общие свойства и стороны системы объектов без учета ряда деталей, которые задаются величинами. В частности, так учитывается независимость от пространственных размеров, а также от «могущества» исследуемых объектов. Конечно, так формулируется качественно новая задача: найти законы, которые не зависят от индивидуальных свойств объектов, таких как размеры и величины, которые задают их жизненные свойства.

По сути дела, учитывается только структурность объектов и наличие отношений между ними. Они могут иметь разную размерность и разные виды взаимных отношений.

С математической точки зрения для решения задачи в такой постановке требуется найти множества матриц, которые могут иметь любую конечную размерность, а также учесть требование, что это множество должно быть замкнуто относительно ассоциативной операции суммирования и неассоциативной операции произведения.

В частности, это могут быть соответственно, операции структурного суммирования и операция комбинаторного произведения. Они обозначаются в модели символами суммы и произведения.

Конечно, не исключаются и не запрещаются другие операции суммирования и произведения. Их наличие и анализ дополнит то, что получается, если применяются указанные операции суммирования и произведения.

Сконструируем систему, состоящую из матриц размерности 5 на основе расширения матричной группы с матрицами размерности 4. Рассмотрим множество

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$E \qquad a \qquad b \qquad c$

На их основе зададим матрицы размерности 5:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Применим к ним операцию трансляции значимых мест. Проиллюстрируем ее примером

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \dots$$

На указанной операции имеем систему матриц размерности 5:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

(1)                      (2)                      (3)                      (4)                      (5)

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

(6)                      (7)                      (8)                      (9)                      (10)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

(11)                      (12)                      (13)                      (14)                      (15)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

(16)                      (17)                      (18)                      (19)                      (20)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

(21)                      (22)                      (23)                      (24)                      (25)

По строкам расположены 5 подмножеств объектного множества, каждое из которых заполняет все значимые места в матрицах своей размерности. Мы имеем 5 конформаций. Они едины с позиции их трансляционного конструирования. Кроме этого, как легко проверить, они образуют замкнутую систему на матричном произведении.

Структурное суммирование определено так: суммируются по модулю числа, равного размерности анализируемых матриц, номера мест значимых элементов по строкам матриц. Такой подход достаточно необычен, однако он не выводит модель за рамки системы конформаций.

Представим стандартную таблицу структурного суммирования:

$st$ +	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	22	23	24	25	21	16	17	18	19	20	8	9	10
2	23	24	25	21	22	17	18	19	20	16	9	10	6
3	24	25	21	22	23	18	19	20	16	17	10	6	7
4	25	21	22	23	24	19	20	16	17	18	6	7	8
5	21	22	23	24	25	20	16	17	18	19	7	8	9
6	16	17	18	19	20	15	11	12	13	14	21	22	23
7	17	18	19	20	16	11	12	13	14	15	22	23	24
8	18	19	20	16	17	12	13	14	15	11	23	24	25
9	19	20	16	17	18	13	14	15	11	12	24	25	21
10	20	16	17	18	19	14	15	11	12	13	25	21	22
11	8	9	10	6	7	21	22	23	24	25	2	3	4
12	9	10	6	7	8	22	23	24	25	21	3	4	5
13	10	6	7	8	9	23	24	25	21	22	4	5	1

$st$ +	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
14	6	7	8	9	10	24	25	21	22	23	5	1	2
15	7	8	9	10	6	25	21	22	23	24	1	2	3
16	2	3	4	5	1	7	8	9	10	6	12	13	14
17	3	4	5	1	2	8	9	10	6	7	13	14	15
18	4	5	1	2	3	9	10	6	7	8	14	15	11
19	5	1	2	3	4	10	6	7	8	9	15	11	12
20	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
21	12	13	14	15	11	1	2	3	4	5	17	18	19
22	13	14	15	11	12	2	3	4	5	1	18	19	20
23	14	15	11	12	13	3	4	5	1	2	19	20	16
24	15	11	12	13	14	4	5	1	2	3	20	16	17
25	11	12	13	14	15	5	1	2	3	4	16	17	18

$st$ +	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
1	6	7	2	3	4	5	1	12	13	14	15	11
2	7	8	3	4	5	1	2	13	14	15	11	12
3	8	9	4	5	1	2	3	14	15	11	12	13
4	9	10	5	1	2	3	4	15	11	12	13	14
5	10	6	1	2	3	4	5	11	12	13	14	15
6	24	25	7	8	9	10	6	1	2	3	4	5
7	25	21	8	9	10	6	7	2	3	4	5	1
8	21	22	9	10	6	7	8	3	4	5	1	2
9	22	23	10	6	7	8	9	4	5	1	2	3
10	23	24	6	7	8	9	10	5	1	2	3	4
11	5	1	12	13	14	15	11	17	18	19	20	16
12	1	2	13	14	15	11	12	18	19	20	16	17
13	2	3	14	15	11	12	13	19	20	16	17	18

$st$ +	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
14	3	4	15	11	12	13	14	20	16	17	18	19
15	4	5	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
16	15	11	17	18	19	20	16	22	23	24	25	21
17	11	12	18	19	20	16	17	23	24	25	21	22
18	12	13	19	20	16	17	18	24	25	21	22	23
19	13	14	20	16	17	18	19	25	21	22	23	24
20	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
21	20	16	22	23	24	25	21	8	9	10	6	7
22	16	17	23	24	25	21	22	9	10	6	7	8
23	17	18	24	25	21	22	23	10	6	7	8	9
24	18	19	25	21	22	23	24	6	7	8	9	10
25	19	20	21	22	23	24	25	7	8	9	10	6

Таблица не только удобна для применений. Она позволяет получить качественно новые функциональные условия и результаты, относящиеся к структуре и свойствам алгебр.

Заметим, что на этой основе обнаруживаются новые грани теории перестановок.

Комбинаторное произведение строк на строки имеет простую табличную структуру. Она обусловлена простым взаимным расположением значимых элементов.

Расчет генерирует необходимые связи между матрицами:

×	1 2 3 4 5	6 7 8 9 10	11 12 13 14 15	16 17 18 19 20	21 22 23 24 25
1	16 17 18 19 20	15 11 12 13 14	21 22 23 24 25	7 8 9 10 6	1 2 3 4 5
2	20 16 17 18 19	14 15 11 12 13	25 21 22 23 24	6 7 8 9 10	5 1 2 3 4
3	19 20 16 17 18	13 14 15 11 12	24 25 21 22 23	10 6 7 8 9	4 5 1 2 3
4	18 19 20 16 17	12 13 14 15 11	23 24 25 21 22	9 10 6 7 8	3 4 5 1 2
5	17 18 19 20 16	11 12 13 14 15	22 23 24 25 21	8 9 10 6 7	2 3 4 5 1

×	1 2 3 4 5	6 7 8 9 10	11 12 13 14 15	16 17 18 19 20	21 22 23 24 25
6	22 23 24 25 21	16 17 18 19 20	8 9 10 6 7	2 3 4 5 1	12 13 14 15 11
7	21 22 23 24 25	20 16 17 18 19	7 8 9 10 6	1 2 3 4 5	11 12 13 14 15
8	25 21 22 23 24	19 20 16 17 18	6 7 8 9 10	5 1 2 3 4	15 11 12 13 14
9	24 25 21 22 23	18 19 20 16 17	10 6 7 8 9	4 5 1 2 3	14 15 11 12 13
10	23 24 25 21 22	17 18 19 20 16	9 10 6 7 8	3 4 5 1 2	13 14 15 11 12

×	1 2 3 4 5	6 7 8 9 10	11 12 13 14 15	16 17 18 19 20	21 22 23 24 25
11	11 12 13 14 15	5 1 2 3 4	16 17 18 19 20	21 22 23 24 25	7 8 9 10 6
12	15 11 12 13 14	4 5 1 2 3	20 16 17 18 19	25 21 22 23 24	6 7 8 9 10
13	14 15 11 12 13	3 4 5 1 2	19 20 16 17 18	24 25 21 22 23	10 6 7 8 9
14	13 14 15 11 12	2 3 4 5 1	18 19 20 16 17	23 24 25 21 22	9 10 6 7 8
15	12 13 14 15 11	1 2 3 4 5	17 18 19 20 16	22 23 24 25 21	8 9 10 6 7

×	1 2 3 4 5	6 7 8 9 10	11 12 13 14 15	16 17 18 19 20	21 22 23 24 25
16	1 2 3 4 5	6 7 8 9 10	11 12 13 14 15	16 17 18 19 20	21 22 23 24 25
17	5 1 2 3 4	10 6 7 8 9	15 11 12 13 14	20 16 17 18 19	25 21 22 23 24
18	4 5 1 2 3	9 10 6 7 8	14 15 11 12 13	19 20 16 17 18	24 25 21 22 23
19	3 4 5 1 2	8 9 10 6 7	13 14 15 11 12	18 19 20 16 17	23 24 25 21 22
20	2 3 4 5 1	7 8 9 10 6	12 13 14 15 11	17 18 19 20 16	22 23 24 25 21

×	1 2 3 4 5	6 7 8 9 10	11 12 13 14 15	16 17 18 19 20	21 22 23 24 25
21	7 8 9 10 6	25 21 22 23 24	1 2 3 4 5	11 12 13 14 15	16 17 18 19 20
22	6 7 8 9 10	24 25 21 22 23	5 1 2 3 4	15 11 12 13 14	20 16 17 18 19
23	10 6 7 8 9	23 24 25 21 22	4 5 1 2 3	14 15 11 12 13	19 20 16 17 18
24	9 10 6 7 8	22 23 24 25 21	3 4 5 1 2	13 14 15 11 12	18 19 20 16 17
25	8 9 10 6 7	21 22 23 24 25	2 3 4 5 1	12 13 14 15 11	17 18 19 20 16

Таблица матричных произведений 25 матричных элементов дополняет спектр операций, которые указаны ранее.

Аналогично комбинаторным произведениям мы легко составим таблицу матричных произведений:

$m$	1 2 3 4 5	6 7 8 9 10	11 12 13 14 15	16 17 18 19 20	21 22 23 24 25
1	1 2 3 4 5	6 7 8 9 10	11 12 13 14 15	16 17 18 19 20	21 22 23 24 25
2	2 3 4 5 1	10 6 7 8 9	14 15 11 12 13	16 17 18 19 20	23 24 25 21 22
3	3 4 5 1 2	9 10 6 7 8	12 13 14 15 11	16 17 18 19 20	25 21 22 23 24
4	4 5 1 2 3	8 9 10 6 7	15 11 12 13 14	16 17 18 19 20	22 23 24 25 21
5	5 1 2 3 4	7 8 9 10 6	13 14 15 11 12	16 17 18 19 20	24 25 21 22 23

$m$	1 2 3 4 5	6 7 8 9 10	11 12 13 14 15	16 17 18 19 20	21 22 23 24 25
6	6 7 8 9 10	1 2 3 4 5	23 24 25 21 22	16 17 18 19 20	14 15 11 12 13
7	7 8 9 10 6	5 1 2 3 4	21 22 23 24 25	16 17 18 19 20	11 12 13 14 15
8	8 9 10 6 7	4 5 1 2 3	24 25 21 22 23	16 17 18 19 20	13 14 15 11 12
9	9 10 6 7 8	3 4 5 1 2	22 23 24 25 21	16 17 18 19 20	15 11 12 13 14
10	10 6 7 8 9	2 3 4 5 1	25 21 22 23 24	16 17 18 19 20	12 13 14 15 11

$m$	1 2 3 4 5	6 7 8 9 10	11 12 13 14 15	16 17 18 19 20	21 22 23 24 25
11	11 12 13 14 15	25 21 22 23 24	7 8 9 10 6	16 17 18 19 20	1 2 3 4 5
12	12 13 14 15 11	24 25 21 22 23	10 6 7 8 9	16 17 18 19 20	3 4 5 1 2
13	13 14 15 11 12	23 24 25 21 22	8 9 10 6 7	16 17 18 19 20	5 1 2 3 4
14	14 15 11 12 13	22 23 24 25 21	6 7 8 9 10	16 17 18 19 20	2 3 4 5 1
15	15 11 12 13 14	21 22 23 24 25	9 10 6 7 8	16 17 18 19 20	4 5 1 2 3

$m$	1 2 3 4 5	6 7 8 9 10	11 12 13 14 15	16 17 18 19 20	21 22 23 24 25
16	16 17 18 19 20	20 16 17 18 19	16 17 18 19 20	16 17 18 19 20	16 17 18 19 20
17	17 18 19 20 16	19 20 16 17 18	19 20 16 17 18	16 17 18 19 20	18 19 20 16 17
18	18 19 20 16 17	18 19 20 16 17	17 18 19 20 16	16 17 18 19 20	20 16 17 18 19
19	19 20 16 17 18	17 18 19 20 16	20 16 17 18 19	16 17 18 19 20	17 18 19 20 16
20	20 16 17 18 19	16 17 18 19 20	18 19 20 16 17	16 17 18 19 20	19 20 16 17 18

$m$	1 2 3 4 5	6 7 8 9 10	11 12 13 14 15	16 17 18 19 20	21 22 23 24 25
21	21 22 23 24 25	15 11 12 13 14	1 2 3 4 5	16 17 18 19 20	7 8 9 10 6
22	22 23 24 25 21	14 15 11 12 13	4 5 1 2 3	16 17 18 19 20	9 10 6 7 8
23	23 24 25 21 22	13 14 15 11 12	2 3 4 5 1	16 17 18 19 20	6 7 8 9 10
24	24 25 21 22 23	12 13 14 15 11	5 1 2 3 4	16 17 18 19 20	8 9 10 6 7
25	25 21 22 23 24	11 12 13 14 15	3 4 5 1 2	16 17 18 19 20	10 6 7 8 9

Эта таблица не аналогична по структуре таблице комбинаторных произведений. На основе такой операции получается множество новых законов, дополнительных законам, которые мы получаем на таблице неассоциативной операции.

## Структура, картина отношений и таблицы объектного множества $M^{36}$

Сконструируем по предложенному алгоритму множество, состоящее из 6 конформаций по 6 элементов на матрицах размерности 6.

Конформация А:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

(1)

(2)

(3)

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

(4)

(5)

(6)

Конформация В:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

(7)

(8)

(9)

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

(10)

(11)

(12)





Множество  $M^{36}$  подчинено таблице структурного суммирования:

$st$ +	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	20	21	22	23	24	19	14	15	16	17	18	13	2	3	4	5	6	1
2	21	22	23	24	19	20	15	16	17	18	13	14	3	4	5	6	1	2
3	22	23	24	19	20	21	16	17	18	13	14	15	4	5	6	1	2	3
4	23	24	19	20	21	22	17	18	13	14	15	16	5	6	1	2	3	4
5	24	19	20	21	22	23	18	13	14	15	16	17	6	1	2	3	4	5
6	19	20	21	22	23	24	13	14	15	16	17	18	1	2	3	4	5	6
7	14	15	16	17	18	13	26	27	28	29	30	25	8	9	10	11	12	7
8	15	16	17	18	13	14	27	28	29	30	25	26	9	10	11	12	7	8
9	16	17	18	13	14	15	28	29	30	25	26	27	10	11	12	7	8	9
10	17	18	13	14	15	16	29	30	25	26	27	28	11	12	7	8	9	10
11	18	13	14	15	16	17	30	25	26	27	28	29	12	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18	25	26	27	28	29	30	7	8	9	10	11	12
13	2	3	4	5	6	1	8	9	10	11	12	7	14	15	16	17	18	13
14	3	4	5	6	1	2	9	10	11	12	7	8	15	16	17	18	13	14
15	4	5	6	1	2	3	10	11	12	7	8	9	16	17	18	13	14	15
16	5	6	1	2	3	4	11	12	7	8	9	10	17	18	13	14	15	16
17	6	1	2	3	4	5	12	7	8	9	10	11	18	13	14	15	16	17
18	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

$st$ +	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
1	32	33	34	35	36	31	8	9	10	11	12	7	26	27	28	29	30	25
2	33	34	35	36	31	32	9	10	11	12	7	8	27	28	29	30	25	26
3	34	35	36	31	32	33	10	11	12	7	8	9	28	29	30	25	26	27
4	35	36	31	32	33	34	11	12	7	8	9	10	29	30	25	26	27	28
5	36	31	32	33	34	35	12	7	8	9	10	11	30	25	26	27	28	29
6	31	32	33	34	35	36	7	8	9	10	11	12	25	26	27	28	29	30
7	2	3	4	5	6	1	32	33	34	35	36	31	20	21	22	23	24	19
8	3	4	5	6	1	2	33	34	35	36	31	32	21	22	23	24	19	20
9	4	5	6	1	2	3	34	35	36	31	32	33	22	23	24	19	20	21
10	5	6	1	2	3	4	35	36	31	32	33	34	23	24	19	20	21	22
11	6	1	2	3	4	5	36	31	32	33	34	35	24	19	20	21	22	23
12	1	2	3	4	5	6	31	32	33	34	35	36	19	20	21	22	23	24
13	20	21	22	23	24	19	26	27	28	29	30	25	32	33	34	35	36	31
14	21	22	23	24	19	20	27	28	29	30	25	26	33	34	35	36	31	32
15	22	23	24	19	20	21	28	29	30	25	26	27	34	35	36	31	32	33
16	23	24	19	20	21	22	29	30	25	26	27	28	35	36	31	32	33	34
17	24	19	20	21	22	23	30	25	26	27	28	29	36	31	32	33	34	35
18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36

$st$ +	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
19	32	33	34	35	36	31	2	3	4	5	6	1	20	21	22	23	24	19
20	33	34	35	36	31	32	3	4	5	6	1	2	21	22	23	24	19	20
21	34	35	36	31	32	33	4	5	6	1	2	3	22	23	24	19	20	21
22	35	36	31	32	33	34	5	6	1	2	3	4	23	24	19	20	21	22
23	36	31	32	33	34	35	6	1	2	3	4	5	24	19	20	21	22	23
24	31	32	33	34	35	36	1	2	3	4	5	6	19	20	21	22	23	24
25	8	9	10	11	12	7	32	33	34	35	36	31	26	27	28	29	30	25
26	9	10	11	12	7	8	33	34	35	36	31	32	27	28	29	30	25	26
27	10	11	12	7	8	9	34	35	36	31	32	33	28	29	30	25	26	27
28	11	12	7	8	9	10	35	36	31	32	33	34	29	30	25	26	27	28
29	12	7	8	9	10	11	36	31	32	33	34	35	30	25	26	27	28	29
30	7	8	9	10	11	12	31	32	33	34	35	36	25	26	27	28	29	30
31	26	27	28	29	30	25	20	21	22	23	24	19	32	33	34	35	36	31
32	27	28	29	30	25	26	21	22	23	24	19	20	33	34	35	36	31	32
33	28	29	30	25	26	27	22	23	24	19	20	21	34	35	36	31	32	33
34	29	30	25	26	27	28	23	24	19	20	21	22	35	36	31	32	33	34
35	30	25	26	27	28	29	24	19	20	21	22	23	36	31	32	33	34	35
36	25	26	27	28	29	30	19	20	21	22	23	24	31	32	33	34	35	36

$st$ +	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
19	26	27	28	29	30	25	14	15	16	17	18	13	8	9	10	11	12	7
20	27	28	29	30	25	26	15	16	17	18	13	14	9	10	11	12	7	8
21	28	29	30	25	26	27	16	17	18	13	14	15	10	11	12	7	8	9
22	29	30	25	26	27	28	17	18	13	14	15	16	11	12	7	8	9	10
23	30	25	26	27	28	29	18	13	14	15	16	17	12	7	8	9	10	11
24	25	26	27	28	29	30	13	14	15	16	17	18	7	8	9	10	11	12
25	14	15	16	17	18	13	20	21	22	23	24	19	2	3	4	5	6	1
26	15	16	17	18	13	14	21	22	23	24	19	20	3	4	5	6	1	2
27	16	17	18	13	14	15	22	23	24	19	20	21	4	5	6	1	2	3
28	17	18	13	14	15	16	23	24	19	20	21	22	5	6	1	2	3	4
29	18	13	14	15	16	17	24	19	20	21	22	23	6	1	2	3	4	5
30	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	1	2	3	4	5	6
31	8	9	10	11	12	7	2	3	4	5	6	1	14	15	16	17	18	13
32	9	10	11	12	7	8	3	4	5	6	1	2	15	16	17	18	13	14
33	10	11	12	7	8	9	4	5	6	1	2	3	16	17	18	13	14	15
34	11	12	7	8	9	10	5	6	1	2	3	4	17	18	13	14	15	16
35	12	7	8	9	10	11	6	1	2	3	4	5	18	13	14	15	16	17
36	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	13	14	15	16	17	18

Множество  $M^{36}$  имеет неассоциативные отношения на комбинаторной операции:

$k \times$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	13	14	15	16	17	18	25	26	27	28	29	30	7	8	9	10	11	12
2	18	13	14	15	16	17	30	25	26	27	28	29	12	7	8	9	10	11
3	17	18	13	14	15	16	29	30	25	26	27	28	11	12	7	8	9	10
4	16	17	18	13	14	15	28	29	30	25	26	27	10	11	12	7	8	9
5	15	16	17	18	13	14	27	28	29	30	25	26	9	10	11	12	7	8
6	14	15	16	17	18	13	26	27	28	29	30	25	8	9	10	11	12	7
7	19	20	21	22	23	24	13	14	15	16	17	18	1	2	3	4	5	6
8	24	19	20	21	22	23	18	13	14	15	16	17	6	1	2	3	4	5
9	23	24	19	20	21	22	17	18	13	14	15	16	5	6	1	2	3	4
10	22	23	24	19	20	21	16	17	18	13	14	15	4	5	6	1	2	3
11	21	22	23	24	19	20	15	16	17	18	13	14	3	4	5	6	1	2
12	20	21	22	23	24	19	14	15	16	17	18	13	2	3	4	5	6	1
13	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
14	6	1	2	3	4	5	12	7	8	9	10	11	18	13	14	15	16	17
15	5	6	1	2	3	4	11	12	7	8	9	10	17	18	13	14	15	16
16	4	5	6	1	2	3	10	11	12	7	8	9	16	17	18	13	14	15
17	3	4	5	6	1	2	9	10	11	12	7	8	15	16	17	18	13	14
18	2	3	4	5	6	1	8	9	10	11	12	7	14	15	16	17	18	13

$k \times$	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
1	1	2	3	4	5	6	31	32	33	34	35	36	19	20	21	22	23	24
2	6	1	2	3	4	5	36	31	32	33	34	35	24	19	20	21	22	23
3	5	6	1	2	3	4	35	36	31	32	33	34	23	24	19	20	21	22
4	4	5	6	1	2	3	34	35	36	31	32	33	22	23	24	19	20	21
5	3	4	5	6	1	2	33	34	35	36	31	32	21	22	23	24	19	20
6	2	3	4	5	6	1	32	33	34	35	36	31	20	21	22	23	24	19
7	31	32	33	34	35	36	7	8	9	10	11	12	25	26	27	28	29	30
8	36	31	32	33	34	35	12	7	8	9	10	11	30	25	26	27	28	29
9	35	36	31	32	33	34	11	12	7	8	9	10	29	30	25	26	27	28
10	34	35	36	31	32	33	10	11	12	7	8	9	28	29	30	25	26	27
11	33	34	35	36	31	32	9	10	11	12	7	8	27	28	29	30	25	26
12	32	33	34	35	36	31	8	9	10	11	12	7	26	27	28	29	30	25
13	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
14	24	19	20	21	22	23	30	25	26	27	28	29	36	31	32	33	34	35
15	23	24	19	20	21	22	29	30	25	26	27	28	35	36	31	32	33	34
16	22	23	24	19	20	21	28	29	30	25	26	27	34	35	36	31	32	33
17	21	22	23	24	19	20	27	28	29	30	25	26	33	34	35	36	31	32
18	20	21	22	23	24	19	26	27	28	29	30	25	32	33	34	35	36	31

$k$ $\times$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
19	7	8	9	10	11	12	31	32	33	34	35	36	25	26	27	28	29	30
20	12	7	8	9	10	11	36	31	32	33	34	35	30	25	26	27	28	29
21	11	12	7	8	9	10	35	36	31	32	33	34	29	30	25	26	27	28
22	10	11	12	7	8	9	34	35	36	31	32	33	28	29	30	25	26	27
23	9	10	11	12	7	8	33	34	35	36	31	32	27	28	29	30	25	26
24	8	9	10	11	12	7	32	33	34	35	36	31	26	27	28	29	30	25
25	31	32	33	34	35	36	1	2	3	4	5	6	19	20	21	22	23	24
26	36	31	32	33	34	35	6	1	2	3	4	5	24	19	20	21	22	23
27	35	36	31	32	33	34	5	6	1	2	3	4	23	24	19	20	21	22
28	34	35	36	31	32	33	4	5	6	1	2	3	22	23	24	19	20	21
29	33	34	35	36	31	32	3	4	5	6	1	2	21	22	23	24	19	20
30	32	33	34	35	36	31	2	3	4	5	6	1	20	21	22	23	24	19
31	25	26	27	28	29	30	19	20	21	22	23	24	31	32	33	34	35	36
32	30	25	26	27	28	29	24	19	20	21	22	23	36	31	32	33	34	35
33	29	30	25	26	27	28	23	24	19	20	21	22	35	36	31	32	33	34
34	28	29	30	25	26	27	22	23	24	19	20	21	34	35	36	31	32	33
35	27	28	29	30	25	26	21	22	23	24	19	20	33	34	35	36	31	32
36	26	27	28	29	30	25	20	21	22	23	24	19	32	33	34	35	36	31

$k$ $\times$	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
19	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	1	2	3	4	5	6
20	18	13	14	15	16	17	24	19	20	21	22	23	6	1	2	3	4	5
21	17	18	13	14	15	16	23	24	19	20	21	22	5	6	1	2	3	4
22	16	17	18	13	14	15	22	23	24	19	20	21	4	5	6	1	2	3
23	15	16	17	18	13	14	21	22	23	24	19	20	3	4	5	6	1	2
24	14	15	16	17	18	13	20	21	22	23	24	19	2	3	4	5	6	1
25	25	26	27	28	29	30	13	14	15	16	17	18	7	8	9	10	11	12
26	30	25	26	27	28	29	18	13	14	15	16	17	12	7	8	9	10	11
27	29	30	25	26	27	28	17	18	13	14	15	16	11	12	7	8	9	10
28	28	29	30	25	26	27	16	17	18	13	14	15	10	11	12	7	8	9
29	27	28	29	30	25	26	15	16	17	18	13	14	9	10	11	12	7	8
30	26	27	28	29	30	25	14	15	16	17	18	13	8	9	10	11	12	7
31	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	13	14	15	16	17	18
32	12	7	8	9	10	11	6	1	2	3	4	5	18	13	14	15	16	17
33	11	12	7	8	9	10	5	6	1	2	3	4	17	18	13	14	15	16
34	10	11	12	7	8	9	4	5	6	1	2	3	16	17	18	13	14	15
35	9	10	11	12	7	8	3	4	5	6	1	2	15	16	17	18	13	14
36	8	9	10	11	12	7	2	3	4	5	6	1	14	15	16	17	18	13

## Структура и взаимодействие числовых пар

У математики всегда были минимум два источника и катализатора развития. С одной стороны, ее двигателем был и остается навсегда ментальный и чувственный интерес людей к описанию и расчету себя, граней и условий жизни с направлением и тенденцией на успех и саморазвитие. С другой стороны, таковы были потребности всесторонней практики, которая инициировала и новые задачи, и алгоритмы расчета, и была нацелена на предсказания нового и будущего. Соответственно, были помехи, ошибки и торможения по этим направлениям деятельности субъективного характера и объективной природы и сущности. В частности, они соответствовали уровню развития цивилизации и действию авторитарных сообществ.

Одним из примеров динамики математики и эволюции подходов можно назвать решение алгебраических уравнений разных степеней.

Уже уравнения степени 2 инициировали введение в математику «воображаемых» чисел. Такими длительное время были комплексные числа, объединившие действительные числа с числом, квадрат которого равен минус единице. Позже пришли в математику дуальные и двойные числа, числа Галуа и Куммера, Клиффорда, Грассмана, Гамильтона, октонионы и септенионы.

Значительные усилия талантливых исследователей привели нас к результату: не может быть решения в радикалах общих алгебраических уравнений при их степени, равной или больше 6.

При этом практически не был проанализирован вопрос о фундаментальной сущности алгебраических уравнений различных степеней. Представление их в форме произведения линейных слагаемых, составленных их разности между независимой переменной и корнями уравнения, исказило и «скрыло» общую картину ситуации.

Этот тезис проясняется, если от модели одного измерения мы переходим к моделям большего числа измерений, принимая точку зрения, что базовые координаты могут быть согласованы друг с другом.

Проиллюстрируем ситуацию примером на уравнениях степени 2. Введем функции и связи между координатами

$$\begin{aligned}\varphi &= ax + b, \psi = cy + d \rightarrow y = \alpha x \rightarrow \psi = \alpha cx + d, \\ \theta &= (ax + b)(\alpha cx + d) = Ax^2 + Bx + C.\end{aligned}$$

Алгебраическое уравнение степени 2 при таком подходе есть конструкция, характеризующая плоскость. На её координатных осях введены линейные функции, которые первично, по соотношению независимых переменных, и вторично, по произведению базовых функций, представляют в одном измерении двумерный объект с их взаимными отношениями.

Фактически речь идет о модели бинарных отношений для пары объектов. Поскольку это так, естественно и даже необходимо находить решения алгебраического уравнения степени 2 на основе матриц размерности 2.

Такой подход не исключает и не отрицает возможности и математической потребности искать и находить решения алгебраических уравнений разных степеней на основе развития моделей и теории алгебраических чисел. Это направление исследования фундаментально для теории чисел, свойства и применения которых могут и должны изучаться и применяться в расчетных моделях.

Матричное решение алгебраических уравнений разных степеней нацелено на анализ не столько чисел и их свойств, сколько на исследование отношений между конечным числом простых абстрактных объектов. «Внешний» вид анализируемых уравнений способен скрыть тонкости и «глубину» допускаемых и реализуемых «внутренних» состояний, инициируя ряд более общих подходов и оценок.

От Евдокса идет понимание экспериментального факта, что линии и плоскости есть не одно и то же, и что это требует корректного отношения к ситуациям с множествами разных измерений, а потому и с функциями в таких множествах.

В том числе требуется выработать глубинное понимание сути решений алгебраических уравнений с одной переменной.

Действительно, зададим на евклидовой плоскости выражение для «активной» площади

$$S^* = (a + x)(b + y).$$

Примем линейное согласование пары независимых переменных в форме связи

$$y = \alpha x + \beta.$$

Получим

$$S^* = (a + x)(a + \alpha x + \beta) = ab + a\alpha x + a\beta + xa + x\alpha x + x\beta.$$

При условии независимости произведений от порядка множителей и корректности закона дистрибутивности имеем базовое алгебраическое уравнение степени 2

$$f(x) = x^2 + Ax + B.$$

Здесь

$$A = a + \frac{b + \beta}{\alpha}, B = \beta + \frac{ab}{\alpha}.$$

Формальное решение уравнения

$$f(x) = x^2 + Ax + B = 0$$

обеспечивает значение независимой переменной, при котором имеет место «равновесие» квадратичного слагаемого и его линейной «тени»:

$$x^2 = -(Ax + B).$$

Эта задача представляет определенный интерес, но данного решения недостаточно, чтобы учесть и проанализировать спектр возможных значений второй независимой переменной, а также указанных параметров, ассоциированных с анализируемым спектром ситуаций.

Понимание предлагаемой специфики алгебраического уравнения степени 2 проясняет известную из расчетов структуру его решений.

С одной стороны, имеем пару решений. С другой стороны, есть решения, которые выходят «за границы» множества коэффициентов уравнения. Таковы квадратные корни из отрицательных чисел.

«Экспериментально» доказано, что размерность пространства решений для квадратного уравнения в 2 раза больше размерности пространства коэффициентов.

Естественно принять точку зрения, что в общем случае, действуя чисто алгебраически, мы получаем не просто скалярные, а матричные решения, представленные в скалярном виде.

В этом легко убедиться, записав известные решения в матричном виде, устраняя из теории «мистику» комплексных чисел и обеспечивает расширение спектра решений.

Речь идет не только о том, чтобы найти выражения для величин, при которых верно алгебраическое уравнение. Задача состоит в том, чтобы исследовать отношения для пары изделий, представленных простыми линейными функциями при согласовании отношений.

При таком подходе речь идет о построении счетного множества новых решений. Это так. Проиллюстрируем ситуацию примером. Запишем решения квадратного уравнения

$$x^2 + 4x + 5 = 0$$

в стандартном и матричном виде. Получим две формы их представления:

$$x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{-1} = -2 \pm i,$$

$$x_{1,2} = (-2) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \pm \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$x_1 = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, x_{1T} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}.$$

Комплексная единица вошла в математику как «свидетель» существования невидимого мира чисел и получила применение при решении ряда задач естествознания в модели векторного пространства, предложенного Гауссом. Решение квадратного уравнения по формуле Виета стало катализатором для аналогичных решений в радикалах алгебраических уравнений более высоких степеней.

С физической точки зрения этот подход плох, в первую очередь, тем, что комплексные единицы не допускают экспериментального измерения.

С математической точки зрения мы фактически изначально понимаем, что размерность числового пространства решений превосходит размерность пространства коэффициентов базового уравнения. В матричном представлении решения эта тонкость естественно и просто учтена.

Убедимся в корректности представленного матричного решения:

$$\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}^2 + 4 \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} + 5 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -4 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -8 & -4 \\ 4 & -8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}^2 + 4 \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} + 5 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -8 & 4 \\ -4 & -8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Речь идет не о том, что решение задает координаты точки. Имеет место решение в форме пар точек, если принять их координаты числами абсцисс и ординат этих точек. Фактически так задаются две пары линий на евклидовой плоскости взамен одной линии на «комплексной», воображаемой плоскости.

Координаты точек, представленные матрицами, имеют единые функциональные свойства:

$$Sp x_1 = Sp x_{1T} = -b = -4,$$

$$Det x_1 = Det x_{1T} = a = 5.$$

Пару решений образует пара взаимно транспонируемых матриц. Такова специфика темы.

Согласно специфике, найдем другие пары решений с аналогичными свойствами для шпуров и детерминантов.

Имеем, в частности, спектр решений:

$$\begin{array}{cc} \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & 20 \\ -4 & 11 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -5 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 20 & 11 \end{pmatrix}, \\ x_2 & x_2^2 & x_{2T} & x_T^2 \\ \begin{pmatrix} -5 & 20 \\ -4 & 11 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -20 \\ 4 & -16 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 20 & 11 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -20 & -16 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 8 & 7 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 8 \\ -4 & 7 \end{pmatrix}, \\ x_3 & x_3^2 & x_{3T} & x_{3T}^2 \\ \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 8 & 7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ -8 & -12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} -1 & 8 \\ -4 & 7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 & -8 \\ 4 & -12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \begin{pmatrix} -4 & -5 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 11 & 20 \\ -4 & -5 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ -5 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 11 & -4 \\ 20 & -5 \end{pmatrix} \\ x_4 & x_4^2 & x_{4T} & x_{4T}^2 \\ \begin{pmatrix} 11 & 20 \\ -4 & -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -16 & -20 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 11 & -4 \\ 20 & -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -16 & 4 \\ -20 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ 8 & -1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 & 10 \\ -4 & -1 \end{pmatrix} \\ x_5 & x_5^2 & x_2 & x \\ \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ 8 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -12 & 4 \\ -8 & -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 7 & 10 \\ -4 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -12 & -10 \\ 4 & -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \end{array}$$

Только первая пара решений квадратного уравнения издавна принята в качестве спектра «возможностей» квадратного алгебраического уравнения.

Учет свойств этого уравнения позволяет расширить общепринятый спектр и обобщить модель алгебраических решений. Запишем эти решения квадратного уравнения в форме таблицы:

$\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -4 & -5 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -5 & -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -4 & 1 \\ -5 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

Их спектр существенно шире, обеспечивая доступ к картине второго измерения и тем параметрам, посредством которых могут быть согласованы две независимые переменные.

Проанализируем по принятому алгоритму решения алгебраического уравнения

$$x^2 + 4x - 5 = 0.$$

Запишем его решение в скалярном и матричном виде:

$$x_{1,2} = -2 \pm 3 = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix} = X \rightarrow X^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 25 \end{pmatrix}.$$

Подстановка полученных значений в исходное уравнение обеспечивает тождество

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 25 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -20 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Согласно принятой концепции матриц как «картины» отношений между объектами, мы имеем модель «самовоздействия», подчиненного функциональному условию.

В рассматриваемом случае решение управляется парой величин

$$SpX = -4, DetX = -5.$$

Принимая модель управления решениями в качестве «катализатора» спектра решений, получим новые матричные решения, которые были «скрыты» в скалярном подходе.

Например, получим

$$X = \begin{pmatrix} -2 & a \\ b & -2 \end{pmatrix}, DetX = 4 - ba = -5, ba = 9.$$

Соответственно получим 3 решения: одно решение совпадает с транспонированным, зато второе решение отличается от транспонированного:

$$a = b = 3 \rightarrow \begin{pmatrix} 13 & -12 \\ -12 & 13 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -8 & 12 \\ 12 & -8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$a = 1, b = 9 \rightarrow \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 9 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 13 & -4 \\ -36 & 13 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -8 & 4 \\ 36 & -8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$a = 9, b = 1 \rightarrow \begin{pmatrix} -2 & 9 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 13 & -36 \\ -4 & 13 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -8 & 36 \\ 4 & -8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Квадратное алгебраическое уравнение имеем счетное количество матричных решений, если они конструируются согласно алгоритму управления ими. В частности, таковы модели

$$X_p \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -7 & -6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -7 \\ 1 & -6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 8 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 8 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}, \dots$$

Матричный алгоритм дополняет алгоритм скалярного числового решения уравнений.

Известно, что алгебраические уравнения имеют счетное множество решений в форме матриц, слагаемые которых зависят от натуральных чисел.

Так, матричные решения  $X$  уравнения степени 2 вида

$$x^2 + 4x + 5 = 0$$

при функциональном управлении

$$SpX = -4, DetX = -5$$

имеют, например, слагаемые, ассоциированные с натуральными числами в верхнем углу матриц.

Частичное множество решений выглядит так:

$n$	1	2	3	4	5
$X$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -10 & -5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -17 & -6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -26 & -7 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -37 & -8 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -50 & -9 \end{pmatrix}$ ,

$n$	6	7	8	9	10
$X$	$\begin{pmatrix} 6 & 1 \\ -65 & -9 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 7 & 1 \\ -82 & -10 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 8 & 1 \\ -101 & -12 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 9 & 1 \\ -122 & -13 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 10 & 1 \\ -145 & -14 \end{pmatrix}$ ,...

Абсолютные значения сумм элементов матриц образуют числовую последовательность:

$n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$-\sum_i x_i$	13	20	29	40	53	68	85	104	125	148

Она генерирует функциональный закон

$$X_{n+1} = X_n + 2(n-1) + 7.$$

Для уравнения  $x^2 + 4x - 5 = 0$  числовая последовательность

$n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$-\sum_i x_i$	3	10	19	30	43	58	75	94	115	138

генерирует аналогичный закон с той же константой

$$X_{n+1} = X_n + 2(n-1) + 7.$$

Разности соседних элементов каждой последовательности образуют геометрическую прогрессию.

Это же свойство имеет сумма элементов пары последовательностей, соответствующих одним номерам. Данный спектр свойств не исчерпывает всей совокупности.

Имеет место рекуррентная связь решений.

Заметим множественность матричных решений. Так, например, спектр матричных решений уравнения

$$x^2 + 4x + 5 = 0$$

имеет пару ростковых точек. С одной стороны, каждое решение может быть 2-кратно или 4-кратно размножено.

Проиллюстрируем ситуацию примером:

$$\begin{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -10 & -5 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -10 & -5 \end{pmatrix} & = & \begin{pmatrix} -9 & -4 \\ 40 & 15 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ -40 & -20 \end{pmatrix}, \\ x & x & & x^2 & 4x \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \begin{pmatrix} 1 & -10 \\ 1 & -5 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & -10 \\ 1 & -5 \end{pmatrix} & = & \begin{pmatrix} -9 & 40 \\ -4 & 15 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 4 & -40 \\ 4 & -20 \end{pmatrix}, \\ x & x & & x^2 & 4x \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -5 & -5 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -5 & -5 \end{pmatrix} & = & \begin{pmatrix} -9 & -8 \\ 20 & 15 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ -20 & -20 \end{pmatrix}, \\ x & x & & x^2 & 4x \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 2 & -5 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 2 & -5 \end{pmatrix} & = & \begin{pmatrix} -9 & 20 \\ -8 & 15 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 4 & -20 \\ 8 & -20 \end{pmatrix}. \\ x & x & & x^2 & 4x \end{matrix}$$

С другой стороны, матрицы другой размерности будут решениями при объединении базовых решений по диагонали такой матрицы. Например, получим

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ -10 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 1 \\ 0 & 0 & -145 & -14 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 6 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -65 & -10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -101 & -12 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -37 & -8 \end{pmatrix}, \dots$$

Изменение параметров анализируемых матриц позволяет ввести в теорию динамику отношений между количеством объектов, равных размерности матриц.

Конечно, указанные варианты относятся к простейшим ситуациям. В общем случае независимые переменные следует рассматривать с множителями и функционально связывать пару независимых переменных.

## Структура и взаимодействие объектных пар

Определим объектные изделия спектром функций на элементах  $(x_i, y_j, z_k)$  объектных множеств вида

$$P = \varphi(x_i)\psi(y_j) + \theta(z_k).$$

Их локальная структура задает для пары изделий закон взаимодействия с условием, что второй объект, обозначенный как  $y$ , «подстраивается» под структуру первого, который обозначен буквой  $x$

$$\phi(1,2) = (ax+b)(\xi y+d) = (ax+b)(\xi\alpha x+d) = (ax+b)(cx+d).$$

Приняв операционные правила, которым подчинены объектные множества, имеющие разные структурные элементы, проанализируем поведение функции

$$\phi(1,2) = (ax+b)(cx+d)$$

при изменении независимой переменной. Так мы получим законы взаимодействия пар при условии их взаимной гармонии.

Заметим, что объектные множества не имеют свойства дистрибутивности. Поэтому мы будем анализировать произведения согласно их выражениям в скобках.

$$M^9$$

$$\begin{array}{ll} (5x+3)(4x+2) = (5 \cdot 3)(4 \cdot 2) = 7 = A, & (6x+1)(7x+4) = (6 \cdot 1)(7 \cdot 4) = 9 = B, \\ x=1 \rightarrow (5 \cdot 1+3)(4 \cdot 1+2) = 9 \cdot 9 = 7, & x=1 \rightarrow (6 \cdot 1+1)(7 \cdot 1+4) = 9 \cdot 8 = 9, \\ x=5 \rightarrow (5 \cdot 5+3)(4 \cdot 5+2) = 1 \cdot 1 = 7, & x=5 \rightarrow (6 \cdot 5+1)(7 \cdot 5+4) = 1 \cdot 3 = 9, \\ x=9 \rightarrow (5 \cdot 9+3)(4 \cdot 9+2) = 5 \cdot 5 = 7, \dots & x=9 \rightarrow (6 \cdot 9+1)(7 \cdot 9+4) = 5 \cdot 7 = 9, \dots \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (ax+b)(cx+d) = (ab)(cd), \quad (ex+f)(gx+h) = (eg)(fh), \\ [(ax+b)(cx+d)][(ex+f)(gx+h)] = [(ab)(cd)][(eg)(fh)]. \end{array}$$

Имеет место независимость получаемых величин от независимой переменной. Согласно этому закону, каждая пара линейных изделий генерирует одинаковый результат при данных, которые им соответствуют.

Только при изменении  $[a, b, c, d], [e, f, g, h]$  меняется результат в каждой паре и потому он меняется в итоге их мультипликативного или аддитивного объединения. Результат сущностно зависит от того, с «кем» и «как» объединяются элементы, выполняющие функцию независимой переменной.

Этот закон пригоден для жизненной практики. Может быть так, что мы желаем как-то изменить ситуацию взаимодействия с другими людьми, которые согласованы с нами в том или ином смысле, меняя себя. При этом обнаруживается, что итог практики не меняется. Это подсказывает нам, с позиции законов объектного множества, что менять нужно свои связи и отношения и не тратить усилия на себя. Не так легко это понять и принять, но попробовать можно. Поскольку объектные множества неассоциативны, перемены могут относиться к информационному взаимодействию.

Аргументная инвариантность в объектном множестве  $M^{16}$  базируется на суммировании опорных слагаемых:

$$M^{16}$$

$$\begin{aligned}(ax+b)(cx+d) &= (a+b)(c+d), \\ (16x+10)(14x+6) &= (10+16)(14+6) = 7, \\ x=1 &\rightarrow (16 \cdot 1+10)(14 \cdot 1+6) = 6 \cdot 16 = 7, \\ x=5 &\rightarrow (16 \cdot 5+10)(14 \cdot 5+6) = 2 \cdot 12 = 7, \\ x=10 &\rightarrow (16 \cdot 10+10)(14 \cdot 10+6) = 13 \cdot 7 = 7, \\ x=14 &\rightarrow (16 \cdot 14+10)(14 \cdot 14+6) = 9 \cdot 13 = 7, \dots\end{aligned}$$

Несколько иначе анализируемые ситуации выглядят в объектном множестве  $M^{25}$ , в котором едины значения последовательных произведений четного количества аргументно инвариантных функций. Проиллюстрируем тезис примерами.

$$M^{25}$$

$$\begin{aligned}x=1 &\rightarrow (16 \cdot 1+10)(4 \cdot 1+3) = 20 \cdot 1 = 2, & x=1 &\rightarrow (17 \cdot 1+9)(20 \cdot 1+6) = 18 \cdot 17 = 20, \\ x=5 &\rightarrow (16 \cdot 5+10)(4 \cdot 5+3) = 19 \cdot 5 = 2, & x=5 &\rightarrow (17 \cdot 5+9)(20 \cdot 5+6) = 17 \cdot 16 = 20, \\ x=10 &\rightarrow (16 \cdot 10+10)(4 \cdot 10+3) = 13 \cdot 10 = 2, & x=10 &\rightarrow (17 \cdot 10+9)(20 \cdot 10+6) = 11 \cdot 15 = 20, \\ x=14 &\rightarrow (16 \cdot 14+10)(4 \cdot 14+3) = 23 \cdot 14 = 2, & x=14 &\rightarrow (17 \cdot 14+9)(20 \cdot 14+6) = 21 \cdot 25 = 20.\end{aligned}$$

$$\theta_1 = (ax+b)(cx+d) = (ab)(cd) = 2, \quad \theta_2 = (ex+f)(gx+h) = (ef)(gh) = 20,$$

$$\theta_{1,2} = (ab)(cd)(ef)(gh) = 1,$$

$$\theta_{1,2} \neq \theta_{1,2}^*,$$

$$\theta_{1,2}^* = [(ab)(cd)][(ef)(gh)] = 10.$$

Аналогичные свойства предьявляет сад  $S^{27}$ . В нем четные количества функций аргументно инвариантны, но последовательные произведения не равны произведению пары.

$$S^{27}$$

$$\begin{aligned}x=1 &\rightarrow (14 \cdot 1+7)(15 \cdot 1+23) = 18 \cdot 14 = 22, & x=1 &\rightarrow (16 \cdot 1+3)(3 \cdot 1+6) = 25 \cdot 5 = 17, \\ x=5 &\rightarrow (14 \cdot 5+7)(15 \cdot 5+23) = 22 \cdot 25 = 22, & x=5 &\rightarrow (16 \cdot 5+3)(3 \cdot 5+6) = 20 \cdot 9 = 17, \\ x=10 &\rightarrow (14 \cdot 10+7)(15 \cdot 10+23) = 13 \cdot 5 = 22, & x=10 &\rightarrow (16 \cdot 10+3)(3 \cdot 10+6) = 9 \cdot 16 = 17, \\ x=14 &\rightarrow (14 \cdot 14+7)(15 \cdot 14+23) = 8 \cdot 23 = 22, & x=14 &\rightarrow (16 \cdot 14+3)(3 \cdot 14+6) = 10 \cdot 25 = 17.\end{aligned}$$

$$\theta_{1,2} = (ab)(cd)(ef)(gh) = 13,$$

$$\theta_{1,2} \neq \theta_{1,2}^*,$$

$$\theta_{1,2}^* = [(ab)(cd)][(ef)(gh)] = 5.$$

Объектное множество  $M^{36}$  имеет одинаковые значения на паре указанных произведений

$$\begin{aligned}\theta_{1,2} &= (ab)(cd)(ef)(gh), \\ \theta_{1,2} &= \theta_{1,2}^*, \\ \theta_{1,2}^* &= [(ab)(cd)][(ef)(gh)].\end{aligned}$$

Подтвердим закон примерами.

$M^{36}$

$$\begin{aligned}x=1 &\rightarrow (14 \cdot 1 + 7)(15 \cdot 1 + 23) = 13 \cdot 34 = 34, & x=1 &\rightarrow (6 \cdot 1 + 17)(10 \cdot 1 + 3) = 13 \cdot 31 = 31, \\ x=5 &\rightarrow (14 \cdot 5 + 7)(15 \cdot 5 + 23) = 17 \cdot 32 = 34, & x=5 &\rightarrow (6 \cdot 5 + 17)(10 \cdot 5 + 3) = 17 \cdot 35 = 31, \\ x=20 &\rightarrow (14 \cdot 20 + 7)(15 \cdot 20 + 23) = 2 \cdot 23 = 34, & x=10 &\rightarrow (6 \cdot 10 + 17)(10 \cdot 10 + 3) = 2 \cdot 26 = 31, \\ x=17 &\rightarrow (14 \cdot 17 + 7)(15 \cdot 17 + 23) = 11 \cdot 20 = 34, & x=14 &\rightarrow (6 \cdot 14 + 17)(3 \cdot 14 + 3) = 11 \cdot 23 = 31.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\theta_{1,2}^* &= 34 \cdot 31 = 16, \\ \theta_{1,2} &= (ab)(cd)(ef)(gh) = 16.\end{aligned}$$

Обратим внимание на возможности объектной пары при мультипликативном изменении одного базового элемента.

На разных элементах  $\alpha$  объектного множества  $M^{16}$  найдем значения выражений

$$\theta_\alpha = (ax + b)(\alpha cx + d).$$

Пусть  $a = 10, b = 6, c = 4, d = 13$ . Получим

$$\begin{aligned}\theta &= 8(1 \cdot 4 + 13) = 8 \cdot 11 = 6, & \theta &= 8(1 \cdot 4 + 13) = 8 \cdot 11 = 6, \\ \theta_1 &= 8(1 \cdot 4 + 13) = 8 \cdot 11 = 6, & \theta_9 &= 8(9 \cdot 4 + 13) = 8 \cdot 7 = 14, \\ \theta_2 &= 8(2 \cdot 4 + 13) = 8 \cdot 16 = 5, & \theta_{10} &= 8(10 \cdot 4 + 13) = 8 \cdot 4 = 13, \\ \theta_3 &= 8(3 \cdot 4 + 13) = 8 \cdot 9 = 8, & \theta_{11} &= 8(11 \cdot 4 + 13) = 8 \cdot 5 = 16, \\ \theta_4 &= 8(4 \cdot 4 + 13) = 8 \cdot 14 = 7, & \theta_{12} &= 8(12 \cdot 4 + 13) = 8 \cdot 2 = 15, \\ \\ \theta_5 &= 8(5 \cdot 4 + 13) = 8 \cdot 15 = 2, & \theta_{13} &= 8(13 \cdot 4 + 13) = 8 \cdot 3 = 10, \\ \theta_6 &= 8(6 \cdot 4 + 13) = 8 \cdot 12 = 1, & \theta_{14} &= 8(14 \cdot 4 + 13) = 8 \cdot 8 = 9, \\ \theta_7 &= 8(7 \cdot 4 + 13) = 8 \cdot 13 = 4, & \theta_{15} &= 8(15 \cdot 4 + 13) = 8 \cdot 1 = 12, \\ \theta_8 &= 8(8 \cdot 4 + 13) = 8 \cdot 10 = 3, & \theta_{16} &= 8(16 \cdot 4 + 13) = 8 \cdot 6 = 11.\end{aligned}$$

Здесь проиллюстрирован факт коррекции достигаемых значений при изменении одной базовой величины. В жизненной практике так может быть, когда один объект не может или не хочет менять ни себя и свои связи, ни влияние внешнего окружения, а активен только один элемент второго объекта. Тем не менее, в такой модели достижимы все возможности для генерации любых элементов объектного множества (новых итогов, состояний).

Понятно, что есть оптимум получения желаемого результата при двойной активности.

## Аналог скалярного произведения в магическом квадрате

Введем для магического квадрата на элементах объектного множества  $M^{16}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 9 & 11 & 5 \\ 10 & 2 & 6 & 12 \\ 15 & 7 & 3 & 13 \\ 8 & 16 & 14 & 4 \end{pmatrix}$$

аналог скалярного произведения на его строках

$$S = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 + a_4b_4 = s_1 + s_2 + s_3 + s_4.$$

Получим доказательство, что каждая такая сумма есть объектный ноль. Проиллюстрируем ситуацию примерами:

$$\begin{array}{ccc} \begin{array}{cccc} 1 & 9 & 11 & 5 \\ 10 & 2 & 6 & 12 \\ \hline 8 & 8 & 2 & 2 \end{array} & , & \begin{array}{cccc} 1 & 9 & 11 & 5 \\ 13 & 7 & 3 & 13 \\ \hline 7 & 3 & 5 & 1 \end{array} & , & \begin{array}{cccc} 1 & 9 & 11 & 5 \\ 8 & 16 & 14 & 4 \\ \hline 10 & 14 & 14 & 10 \end{array} \\ \\ \begin{array}{cccc} 10 & 2 & 6 & 12 \\ 1 & 9 & 11 & 5 \\ \hline 2 & 2 & 8 & 8 \end{array} & , & \begin{array}{cccc} 10 & 2 & 6 & 12 \\ 15 & 7 & 3 & 13 \\ \hline 16 & 12 & 12 & 16 \end{array} & , & \begin{array}{cccc} 10 & 2 & 6 & 12 \\ 8 & 16 & 14 & 4 \\ \hline 7 & 3 & 5 & 1 \end{array} \\ \\ \begin{array}{cccc} 15 & 7 & 3 & 13 \\ 10 & 2 & 6 & 12 \\ \hline 14 & 10 & 10 & 14 \end{array} & , & \begin{array}{cccc} 15 & 7 & 3 & 13 \\ 1 & 9 & 11 & 5 \\ \hline 3 & 7 & 1 & 5 \end{array} & , & \begin{array}{cccc} 15 & 7 & 3 & 13 \\ 8 & 16 & 14 & 4 \\ \hline 8 & 8 & 2 & 2 \end{array} \\ \\ \begin{array}{cccc} 8 & 16 & 14 & 4 \\ 15 & 7 & 3 & 13 \\ \hline 2 & 2 & 8 & 8 \end{array} & , & \begin{array}{cccc} 8 & 16 & 14 & 4 \\ 10 & 2 & 6 & 12 \\ \hline 3 & 7 & 1 & 5 \end{array} & , & \begin{array}{cccc} 8 & 16 & 14 & 4 \\ 1 & 9 & 11 & 5 \\ \hline 12 & 16 & 16 & 12 \end{array} \end{array}$$

Аналогичные свойства имеют элементы столбцов:

$$\begin{array}{ccc} \begin{array}{cc|c} 1 & 9 & 1 \\ 10 & 2 & 1 \\ 15 & 7 & 5 \\ \hline 8 & 16 & 5 \end{array} & , & \begin{array}{cc|c} 1 & 11 & 3 \\ 10 & 6 & 5 \\ 15 & 3 & 1 \\ \hline 8 & 14 & 7 \end{array} & , & \begin{array}{cc|c} 1 & 5 & 13 \\ 10 & 12 & 11 \\ 15 & 13 & 11 \\ \hline 8 & 4 & 13 \end{array} \\ \\ \begin{array}{cc|c} 9 & 1 & 5 \\ 2 & 10 & 5 \\ 7 & 15 & 1 \\ \hline 16 & 8 & 1 \end{array} & , & \begin{array}{cc|c} 9 & 11 & 11 \\ 2 & 6 & 13 \\ 7 & 3 & 13 \\ \hline 16 & 14 & 11 \end{array} & , & \begin{array}{cc|c} 9 & 5 & 1 \\ 2 & 12 & 7 \\ 7 & 13 & 3 \\ \hline 16 & 4 & 5 \end{array} \end{array}$$

## Спектр матричных решений алгебраического уравнения степени 5

Общее алгебраическое уравнение степени 5, как известно, после преобразований зависит от 2 параметров согласно его структуре

$$x^5 + ax + b = 0.$$

Его частное решение в матричном виде имеет обобщение в форме спектра решений при задании свободного слагаемого произведением 2 или более элементов:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -b \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -a \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow (-b) = \alpha\beta \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha \\ \beta & 0 & 0 & 0 & -a \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$x$   $x$

Имеем выражения, подтверждающие тезис:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -a & \alpha\beta \\ \beta & 0 & 0 & 0 & -a \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a & \alpha\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -a & \alpha\beta \\ \beta & 0 & 0 & 0 & -a \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$x^2$   $x^3$

$$\begin{pmatrix} 0 & \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -a & \alpha\beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a & \alpha\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -a & \alpha\beta \\ \beta & 0 & 0 & 0 & -a \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \alpha\beta & 0 & 0 & 0 & -\alpha a \\ -\beta a & \alpha\beta & 0 & 0 & a^2 \\ 0 & -a & \alpha\beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a & \alpha\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -a & \alpha\beta \end{pmatrix},$$

$x^4$   $x^5$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha a \\ \beta a & 0 & 0 & 0 & -a^2 \\ 0 & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -\alpha\beta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\alpha\beta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\alpha\beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha\beta \end{pmatrix}.$$

$ax$   $b$

Наличие спектра решений дополняет алгоритм решения алгебраических уравнений степени 5, базирующийся на их функциональном числовом представлении.



## Связь группы перестановок с матричным решением алгебраических уравнений

Зададим матричное решение алгебраического уравнения степени 4

$$x^4 + ax^2 + bx + c = 0$$

вида

$$x = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -c \\ 1 & 0 & 0 & -b \\ 0 & 1 & 0 & -a \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

рисунком отношений в системе из 4 объектов

$$\begin{array}{ccc} 4 & \leftarrow & 1 \\ & \searrow \nearrow & \\ 3 & \rightarrow & 2 \end{array}$$

Следуя паре моделей замкнутых «стрелочных» циклов, получим пару матриц

$$a = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Выполним взаимные произведения этих элементов и объединим их с квадратами элементов, а также с новыми элементами. Получим, как легко проверить, всю группу перестановок для системы, состоящей из 4 элементов.

Так косвенно обнаруживается связь матричных решений алгебраического уравнения с группой перестановок элементов, количество которых равно размерности матриц.

Выполним циклические перестановки значимых элементов для указанных матриц:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Получены 8 матриц из группы перестановок, расширяя спектр элементов для генерации всей группы. Заметим, что они не образуют группу порядка 8.

Эти же матрицы сложнее получаются, конечно, согласно произведениям базовых и новых элементов на основе указанной начальной пары.

## Специфика компенсационных операций

Зададим натуральными числами элементы объектного множества  $M^{16}$ :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

(1)                      (2)                      (3)                      (4)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

(5)                      (6)                      (7)                      (8)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

(9)                      (10)                      (11)                      (12)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

(13)                      (14)                      (15)                      (16)

С целью анализа структуры множества объединим элементы в подмножества:

$A$	$\rightarrow$	2	4	10	12
$B$	$\rightarrow$	5	7	13	15
$C$	$\rightarrow$	6	8	14	16
$H$	$\rightarrow$	1	3	9	11

Проанализируем поведение элементов и подмножеств на двух операциях:

а) размерностного суммирования;

б) частично ассоциативного произведения элементов симметрического пространства, индуцированного операцией  $x * y = (xy)x$  элементов объектного множества.

Таблица размерностного суммирования такова:

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	2	3	4	1	14	15	16	13	10	11	12	9	6	7	8	5
2	3	4	1	2	7	8	5	6	11	12	9	10	15	16	13	14
3	4	1	2	3	16	13	14	15	12	9	10	11	8	5	6	7
4	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
5	14	7	16	5	10	3	12	1	6	15	8	13	2	11	4	9
6	15	8	13	6	3	12	1	10	7	16	5	14	11	4	9	2
7	16	5	14	7	12	1	10	3	8	13	6	15	4	9	2	11
8	13	6	15	8	1	10	3	12	5	14	7	16	9	2	11	4
9	10	11	12	9	6	7	8	5	2	3	4	1	14	15	16	13
10	11	12	9	10	15	16	13	14	3	4	1	2	7	8	5	6
11	12	9	10	11	8	5	6	7	4	1	2	3	16	13	14	15
12	9	10	11	12	13	14	15	16	1	2	3	4	5	6	7	8
13	6	15	8	13	2	11	4	9	14	7	16	5	10	3	12	1
14	7	16	5	14	11	4	9	2	15	8	13	6	3	12	1	10
15	8	13	6	15	4	9	2	11	16	5	14	7	12	1	10	3
16	5	14	7	16	9	2	11	4	13	6	15	8	1	10	3	12

Дополним ее таблицей частично ассоциативных произведений:

$\begin{matrix} k \\ \times \end{matrix}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
2	4	1	2	3	16	13	14	15	12	9	10	11	8	5	6	7
3	3	4	1	2	7	8	5	6	11	12	9	10	15	16	13	14
4	2	3	4	1	14	15	16	13	10	11	12	9	6	7	8	5
5	13	6	15	8	1	10	3	12	5	14	7	16	9	2	11	4
6	16	5	14	7	12	1	10	3	8	13	6	15	4	9	2	11
7	15	8	13	6	3	12	1	10	7	16	5	14	11	4	9	2
8	14	7	16	5	10	3	12	1	6	15	8	13	2	11	4	9
9	9	10	11	12	13	14	15	16	1	2	3	4	5	6	7	8
10	12	9	10	11	8	5	6	7	4	1	2	3	16	13	14	15
11	11	12	9	10	15	16	13	14	3	4	1	2	7	8	5	6
12	10	11	12	9	6	7	8	5	2	3	4	1	14	15	16	13
13	5	14	7	16	9	2	11	4	13	6	15	8	1	10	3	12
14	8	13	6	15	4	9	2	11	16	5	14	7	12	1	10	3
15	7	16	5	14	11	4	9	2	15	8	13	6	3	12	1	10
16	6	15	8	13	2	11	4	9	14	7	16	5	10	3	12	1

Объектное множество  $M^{16}$  имеет функциональные свойства, имеющие аналогию с моделями алгебр Грассмана и Клиффорда.

В модели Грассмана базовыми являются функциональные связи двойного уровня

$$\begin{aligned}\alpha_i \bullet \alpha_j &= \alpha_i \cdot \alpha_j - \alpha_j \cdot \alpha_i = -\alpha_j \bullet \alpha_i, \\ \alpha_i \bullet \alpha_j + \alpha_j \bullet \alpha_i &= 0, \\ \alpha_i \bullet \alpha_i &= 0.\end{aligned}$$

В модели Клиффорда базовыми являются функциональные связи одного уровня:

$$\begin{aligned}\alpha_i \cdot \alpha_j + \alpha_j \cdot \alpha_i &= 0, \\ \alpha_i \cdot \alpha_i &= 1.\end{aligned}$$

Они выполняются на реперах соответствующих векторных пространств, подчиня алгебры, ассоциированные с ними, условию ассоциативности и дистрибутивности на суммировании.

Объектное множество  $M^{16}$  имеет обобщенные свойства на каждой паре его элементов, которые имеют косвенную аналогию с реперами векторного пространства.

Выполняются такие фундаментальные законы:

$$\begin{aligned}(a-b)(c-d) + (c-d)(a-b) &= 2, \\ (ab)(cd) + (cd)(ab) &= 2 \leftrightarrow xy + yx = 2, \\ (a+b)(c+d) + (c+d)(a+b) &= 2, \\ (ab)(ba) &= (ba)(ab), \\ ab + ab &= ba + ba.\end{aligned}$$

Они иллюстрируют богатство и глубину функциональных свойств объектного множества.

В объектном множестве  $M^{16}$  действует новый закон, имеющий аналогию с условиями для законов Грассмана и Клиффорда:

$$\begin{aligned}e_i * e_j &= e_i \times^k e_j + e_j \times^s e_i = e_j * e_i, \\ e_i * e_j + e_j * e_i &= 0, \\ e_i * e_i &= 2 = 1 + 1.\end{aligned}$$

Кроме них выполняется спектр других законов. В частности, имеем условия

$$\begin{aligned}x \circ y &= xy - yx + (xy)(yx) - (x+y)^2 = 0, \\ x \circ x &= 0.\end{aligned}$$

Есть также ряд других законов:

$$\begin{aligned}(xy - yx) - (yx - xy) &= 0, \\ xy + xy &= yx + yx, \\ (xy - yx)(yx - xy) + (yx - xy)(xy - yx) &= 2,\end{aligned}$$

Следовательно, объектное множество, владея спектром ассоциативных, а также и неассоциативных операций, имеет признаки и черты классических числовых множеств.

Принципиальное различие в том, что законы выполняются на неассоциативной операции произведения, что существенно меняет смысл и содержание получаемых законов.

*Числовые законы* Грассмана и Клиффорда, с позиции объектного множества, есть только математические этюды реальных отношений и связей, имеющих место между объектами. Они отображают физиологические аспекты «жизни» реальных объектов, не указывая ни их структуры, ни их информационного взаимодействия в форме проявления Сознаний и Чувств. Элементы объектных множеств изначально структурны, они подчинены спектру различных операций, «самостоятельно» отображая законы жизни множества.

Наполнение объектного множества знаками не только генерирует кватернионы и антикватернионы, например, с такими элементами

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Они объединяют их в единое множество, замкнутое на ассоциативной операции. Кроме этого, они аддитивно генерируют все элементы матричной алгебры, обеспечивая условия для записи любой расчетной модели через кватернионы и антикватернионы.

Так подтверждается гипотеза Гамильтона о фундаментальном значении кватернионов, усиливаясь и утверждаясь расчетной моделью электродинамики Максвелла, первоначально представленной в кватернионной форме.

Объектное множество с матрицами размерности 4 инициирует и развивает точку зрения, что естествознание базируется на неких 4 фундаментальных слагаемых. Электродинамика простыми логическими средствами, опираясь на экспериментальные данные, «ведет» нас к возможности наличия пары электрических предзарядов с противоположными знаками и пары гравитационных предзарядов с противоположными знаками.

Более того, дифференциальное расширение уравнений электродинамики Максвелла дает обобщенные тензорные уравнения с решениями в форме антисимметричных тензоров, а также с симметричными тензорами физической модели гравитации.

Согласно ментальному анализу, мы имеем возможность анализировать ряд ситуаций, в которых электромагнетизм и гравитация существуют как пара взаимно дополнительных начал материи.

В частности, атомы света имеют пару гравитационных предзарядов в центре изделия и пару электрических предзарядов на периферии.

Атомы гравитации имеют обратную структуру, образуя скрытый свет, который дает энергию и жизнь всей физической Реальности.

По указанным причинам естественно проанализировать объектные множества и спектр их законов для приближения не только к форме, но и к сути предлагаемых физических Тел, учитывая, что объектные множества косвенно указывают на наличие у Света и Гравитации Сознаний и Чувств. Понятно, что в силу их длительной эволюции они превосходят людей по ряду свойств, характеристик и возможностей. Есть чему у них поучиться.

Заметим, что на конечном количестве пар элементов объектного множества выполняются законы:

$$(xy) + x = (x + y)x, (xy) + y = (x + y)y, \dots (xuyxy) + x = (x + y + x + y + x + y)x, \dots$$

$$x \tilde{+} y = \left( \overset{s}{x} + \overset{s}{y} + \overset{s}{x} + \overset{s}{y} \right)^k \times x \equiv x \tilde{\times} y = \left( x \overset{k}{\times} y \overset{k}{\times} x \overset{k}{\times} y \right)^s + x.$$

Для двух пар элементов имеем *идентичные* таблицы произведений и сумм:

$\tilde{\times}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	2	4	2	4	10	12	10	12	2	4	2	4	10	12	10	12
2	1	3	1	3	9	11	9	11	1	3	1	3	9	11	9	11
3	4	2	4	2	12	10	12	10	4	2	4	2	12	10	12	10
4	3	1	3	1	11	9	11	9	3	1	3	1	11	9	11	9
5	6	8	6	8	14	16	14	16	6	8	6	8	14	16	14	16
6	5	7	5	7	13	15	13	15	5	7	5	7	13	15	13	15
7	8	6	8	6	16	14	16	14	8	6	8	6	16	14	16	14
8	7	5	7	5	15	13	15	13	7	5	7	5	15	13	15	13
9	10	12	10	12	2	4	2	4	10	12	10	12	2	4	2	4
10	9	11	9	11	1	3	1	3	9	11	9	11	1	3	1	3
11	12	10	12	10	4	2	4	2	12	10	12	10	4	2	4	2
12	11	9	11	9	3	1	3	1	11	9	11	9	3	1	3	1
13	14	16	14	16	6	8	6	8	14	16	14	16	6	8	6	8
14	13	15	13	15	5	7	5	7	13	15	13	15	5	7	5	7
15	16	14	16	14	8	6	9	6	16	14	16	14	8	6	8	6
16	15	13	15	13	7	5	7	5	15	13	15	13	7	5	7	5

$\tilde{+}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	2	4	2	4	10	12	10	12	2	4	2	4	10	12	10	12
2	1	3	1	3	9	11	9	11	1	3	1	3	9	11	9	11
3	4	2	4	2	12	10	12	10	4	2	4	2	12	10	12	10
4	3	1	3	1	11	9	11	9	3	1	3	1	11	9	11	9
5	6	8	6	8	14	16	14	16	6	8	6	8	14	16	14	16
6	5	7	5	7	13	15	13	15	5	7	5	7	13	15	13	15
7	8	6	8	6	16	14	16	14	8	6	8	6	16	14	16	14
8	7	5	7	5	15	13	15	13	7	5	7	5	15	13	15	13
9	10	12	10	12	2	4	2	4	10	12	10	12	2	4	2	4
10	9	11	9	11	1	3	1	3	9	11	9	11	1	3	1	3
11	12	10	12	10	4	2	4	2	12	10	12	10	4	2	4	2
12	11	9	11	9	3	1	3	1	11	9	11	9	3	1	3	1
13	14	16	14	16	6	8	6	8	14	16	14	16	6	8	6	8
14	13	15	13	15	5	7	5	7	13	15	13	15	5	7	5	7
15	16	14	16	14	8	6	9	6	16	14	16	14	8	6	8	6
16	15	13	15	13	7	5	7	5	15	13	15	13	7	5	7	5

Укажем несколько законов, характерных для объектного множества с таким типом операций.

Например, только *частично* выполняется геометрическое условие для 4 элементов объектного множества, расположенных на прямой линии:

$$ac + bd = ad + bc,$$

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>ac</i>	<i>bd</i>	<i>ad</i>	<i>bc</i>
2	7	12	10	3	6	3	6
1	16	11	9	2	15	2	15

Выполняются уникальные свойства, недопустимые в классических множествах:

$$\begin{aligned} x \tilde{+} y &\neq y \tilde{+} x, & x \tilde{\times} (a \tilde{+} b) &\neq x \tilde{\times} a \tilde{+} x \tilde{\times} b, \\ x \tilde{+} y &= A = x \tilde{=} y, & x \tilde{\times} y &= B = x \tilde{=} y, & A &= B, \\ x &= (x \tilde{+} x) \tilde{+} x = (x \tilde{+} x) \tilde{\times} x = (x \tilde{\times} x) \tilde{+} x = (x \tilde{\times} x) \tilde{\times} x = x. \end{aligned}$$

Компенсационные операции генерируют новые отношения между элементами множества и новые функциональные законы.

Последовательность операций на повторяющихся элементах, в силу тождественности компенсационных произведений и сумм, генерирует первичный элемент в модели на пяти слагаемых

$$\begin{aligned} x \tilde{\otimes} y &= x \tilde{\times} y \tilde{\times} x \tilde{\times} y \tilde{+} x = x, \\ x \tilde{\oplus} y &= x \tilde{+} y \tilde{+} x \tilde{+} y \tilde{\times} x = x, \\ x \tilde{\tau} y &= x \tilde{\times} y \tilde{+} x \tilde{+} y \tilde{\times} x = x, \dots \end{aligned}$$

*Операционное «углубление» обеспечивает превращение неассоциативного множества с малым количеством элементов в форме «микромра» в ассоциативную модель с большим количеством элементов в форме «макромра»:*

$$(x \tilde{\otimes} y) \tilde{\otimes} z = x = x \tilde{\otimes} (y \tilde{\otimes} z).$$

Если экспериментальные данные получаются при наличии спектра действующих операции и на *небинарном* количестве элементов, ассоциативность результатов может скрывать внутреннюю неассоциативность элементов анализируемого множества.

С другой стороны, понятно, усложнение информационного взаимодействия может стать фактором реализации ассоциативного (телесного) множества. В частности, так проявляют себя ментальные произведения в форме выполняемых модельных расчетов.

В частично ассоциативном множестве указанные возможности содержатся в форме «семян» ментального творчества, способных проявить новые законов и эксперименты.

Соответственно обобщается тождество Якоби

$$x \tilde{\otimes} (y \tilde{\otimes} z) + y \tilde{\otimes} (z \tilde{\otimes} x) + z \tilde{\otimes} (x \tilde{\otimes} y) = x + y + z.$$

Имеют место не просто непривычные законы. Открывается новая реальность, математика которой не встречается или пока не обнаружена в действующей практике.

Не исключено, что мы нашли некоторые свойства духовной Реальности.

## Возможности алгоритма Плюккера в модели объектного множества

Примем во внимание формальную сторону алгоритма Плюккера, сопоставляя, например, восьми элементам объектного множества, расположенным в определенном порядке, спектр из шести новых элементов, индуцированных значениями определителей матриц.

Зададим «корзину» элементов

$$A = \begin{pmatrix} a & b & e & f \\ c & d & g & h \end{pmatrix}.$$

Комбинаторно объединяя столбцы «корзины» в пары, двигаясь слева, составим 8 матриц

$$\begin{matrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} a & e \\ c & g \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} a & f \\ c & h \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} b & e \\ d & g \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} b & f \\ d & h \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix}. \\ P_{12} & P_{13} & P_{14} & P_{23} & P_{24} & P_{34} \end{matrix}$$

Заполним «корзину» элементами объектного множества  $M^{16}$  и найдем определители спектра матриц.

В частности, получим такие данные:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 7 & 8 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = 2, \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 7 \end{pmatrix} = 12, \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 3 & 8 \end{pmatrix} = 10, \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} = 10, \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 4 & 8 \end{pmatrix} = 12, \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} = 2,$$

$$[ 2 \quad 12 \quad 10 \quad 10 \quad 12 \quad 2 ],$$

$$2 \cdot 12 \cdot 10 = 4 = 10 \cdot 12 \cdot 2, \quad 2 + 12 + 10 = 4,$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 7 & 8 \\ 3 & 4 & 9 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = 2, \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 3 & 9 \end{pmatrix} = 8, \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 3 & 10 \end{pmatrix} = 14, \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 4 & 9 \end{pmatrix} = 6, \begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 4 & 10 \end{pmatrix} = 16, \begin{pmatrix} 7 & 8 \\ 9 & 10 \end{pmatrix} = 10,$$

$$[ 2 \quad 8 \quad 14 \quad 6 \quad 16 \quad 10 ],$$

$$2 \cdot 8 \cdot 14 + (6 + 16 + 10) = 12 = (2 + 8 + 14) + 6 \cdot 16 \cdot 10,$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 13 & 14 \end{pmatrix} = 10, \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 13 & 15 \end{pmatrix} = 4, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 13 & 16 \end{pmatrix} = 10, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 14 & 15 \end{pmatrix} = 10, \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 14 & 16 \end{pmatrix} = 4, \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 15 & 16 \end{pmatrix} = 10,$$

$$[ 10 \quad 4 \quad 10 \quad 10 \quad 4 \quad 10 ],$$

$$10 \cdot 4 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 4 \cdot 10 = 1, \quad 10 + 4 + 10 + 10 + 4 + 10 = 4, \dots$$

Алгоритм Плюккера обеспечил выборку элементов с четными номерами из объектного множества

$$Q \rightarrow [ 2 \quad 4 \quad 6 \quad 8 \quad 10 \quad 12 \quad 14 \quad 16 ].$$

Эти элементы образуют группу на операции суммирования согласно таблице

+	2	4	6	8	10	12	14	16
2	4	2	8	6	12	10	16	14
4	2	4	6	8	10	12	14	16
6	8	6	12	10	16	14	4	2
8	6	8	10	12	14	16	2	4
10	12	10	16	14	4	2	8	6
12	10	12	14	16	2	4	6	8
14	16	14	4	2	8	6	12	10
16	14	16	2	4	6	8	10	12

Эта группа задает центральное расширение для группы на операции суммирования в полном составе объектного множества  $M^{16}$ .

Элементы с нечетными номерами замкнуты на неассоциативном произведении:

$\begin{matrix} k \\ \times \end{matrix}$	1	3	5	7	9	11	13	15
1	1	3	5	7	9	11	13	15
3	3	1	7	5	11	9	15	13
5	13	15	1	3	5	7	9	11
7	15	13	3	1	7	5	11	9
9	9	11	13	15	1	3	5	7
11	11	9	15	13	3	1	7	5
13	5	7	9	11	13	15	1	3
15	7	5	11	9	15	13	3	1

При их объединении с элементами, имеющими четные номера, мы получаем множество, замкнутое на неассоциативной операции.

Оно замкнуто также на ассоциативной матричной операции с повторяющимися элементами.

Конформация таблицы произведений задается матрицами:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$E$   $a$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$b$   $c$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$d$   $e$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$d^{-1}$   $e^{-1}$

С таблицей произведения ассоциирована группа на матричном произведении. В ней элементы

$$[E \quad a \quad b \quad c]$$

задают нормальную подгруппу. Множество из 8 матриц есть ее центральное расширение в силу выполнения условий коммутативности, как в нормальной подгруппе, так и со спектром ее произведений с остальными элементами.

Действительно, имеем, например, условия

$$\begin{aligned} bd &= c = db, \\ ce &= d^{-1} = ec, \dots \end{aligned}$$

Проанализируем на алгоритме Плюккера связи конформаций объектного множества  $M^{25}$ .  
Получим, например, такие элементы:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 6 & 7 \end{pmatrix} = 17, \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} = 19, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 6 & 9 \end{pmatrix} = 16, \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 6 & 10 \end{pmatrix} = 18, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} = 17,$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 7 & 9 \end{pmatrix} = 19, \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 10 \end{pmatrix} = 16, \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 8 & 9 \end{pmatrix} = 17, \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 8 & 10 \end{pmatrix} = 19, \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 9 & 10 \end{pmatrix} = 18,$$

$$\theta = [16 \ 17 \ 18 \ 19] + 20.$$

Алгоритм генерирует (с учетом дополнения элементом с номером 20) конформацию в форме нормальной подгруппы объектного множества  $M^{25}$ .

Укажем ситуацию, когда генерируются все элементы конформации. Имеем

$$A = \begin{pmatrix} 16 & 17 & 18 & 19 & 20 \\ 21 & 22 & 23 & 24 & 25 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 16 & 17 \\ 21 & 22 \end{pmatrix} = 17, \begin{pmatrix} 16 & 18 \\ 21 & 23 \end{pmatrix} = 19, \begin{pmatrix} 16 & 19 \\ 21 & 24 \end{pmatrix} = 16, \begin{pmatrix} 16 & 20 \\ 21 & 25 \end{pmatrix} = 18, \begin{pmatrix} 17 & 18 \\ 22 & 23 \end{pmatrix} = 17,$$

$$\begin{pmatrix} 17 & 19 \\ 22 & 24 \end{pmatrix} = 19, \begin{pmatrix} 17 & 20 \\ 22 & 25 \end{pmatrix} = 20, \begin{pmatrix} 18 & 19 \\ 23 & 24 \end{pmatrix} = 17, \begin{pmatrix} 18 & 20 \\ 23 & 25 \end{pmatrix} = 19, \begin{pmatrix} 19 & 20 \\ 24 & 25 \end{pmatrix} = 17,$$

$$\theta = [16 \ 17 \ 18 \ 19 \ 20].$$

Таблица суммирования подтверждает свойства группы на этих элементах

+	16	17	18	19	20
16	17	18	19	20	16
17	18	19	20	16	17
18	19	20	16	17	18
19	20	16	17	18	19
20	16	17	18	19	20

Специфика расположения элементов в таблице такова, что ассоциированные квадраты этих матриц генерируют единичную матрицу.

Сумма элементов есть объектный ноль

$$16 + 17 + 18 + 19 + 20 = 20 \rightarrow 0(M^{25}).$$

Применим алгоритм Плюккера на условиях матричной операции. На элементах объектного множества  $M^{25}$  получим

$$\begin{array}{ll}
 A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \end{pmatrix} & A = \begin{pmatrix} 16 & 17 & 18 & 19 & 20 \\ 21 & 22 & 23 & 24 & 25 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 6 & 7 \end{pmatrix} = 18, & \begin{pmatrix} 16 & 17 \\ 21 & 22 \end{pmatrix} = 19, \\
 \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} = 19, & \begin{pmatrix} 16 & 18 \\ 21 & 23 \end{pmatrix} = 18, \\
 \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 6 & 9 \end{pmatrix} = 16, & \begin{pmatrix} 16 & 19 \\ 21 & 24 \end{pmatrix} = 17, \\
 \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 6 & 10 \end{pmatrix} = 18, & \begin{pmatrix} 16 & 20 \\ 21 & 25 \end{pmatrix} = 16, \\
 \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} = 18, & \begin{pmatrix} 17 & 18 \\ 22 & 23 \end{pmatrix} = 19, \\
 \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 7 & 9 \end{pmatrix} = 19, & \begin{pmatrix} 17 & 19 \\ 22 & 24 \end{pmatrix} = 18, \\
 \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 10 \end{pmatrix} = 16, & \begin{pmatrix} 17 & 20 \\ 22 & 25 \end{pmatrix} = 17, \\
 \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 8 & 9 \end{pmatrix} = 18, & \begin{pmatrix} 18 & 19 \\ 23 & 24 \end{pmatrix} = 19, \\
 \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 8 & 10 \end{pmatrix} = 19, & \begin{pmatrix} 18 & 20 \\ 23 & 25 \end{pmatrix} = 18, \\
 \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 9 & 10 \end{pmatrix} = 18. & \begin{pmatrix} 19 & 20 \\ 24 & 25 \end{pmatrix} = 19.
 \end{array}$$

Элементы нормальной подгруппы на операции суммирования генерируются частично

$$\theta_1 = [16 \ 18 \ 19], \quad \theta_2 = [16 \ 17 \ 18 \ 19].$$

Можно предположить, что генерационные свойства неассоциативной операции превосходят свойства матричной операции. Это естественно с философской и с логической точки зрения, так как дополнение «телесных» отношений информационным взаимодействием способно «обогащать» творческий потенциал.

Из практики жизни такой результат получается при отсутствии мутаций Сознаний и Чувств у взаимодействующих структурных изделий. На этом примере мы можем заключить, что объектные множества указанных нарушений либо не имеют, либо они скрыты алгоритмом анализа.

Алгоритм Плюккера косвенно выделяет генерируемое подмножество из пространства состояний всего множества. Аналогично, заметим, алгебра Грассмана имеет косвенную связь с моделью расчета определителей матриц, подчиненных ассоциативным операциям.

Конечно, эти иллюстрации не исчерпывают всех возможностей алгоритма Плюккера.

## Объектные алгоритмы компенсации неассоциативности и недистрибутивности

Объектным множествам присущи аддитивные и мультипликативные связи для пары различных элементов.

Имеет место закон

$$x - y + xy = const.$$

На элементах объектного множества  $M^{16}$  он иллюстрируется примерами

$$1 = 1 - 2 + 1 \cdot 2 = 5 - 13 + 5 \cdot 13 = 11 - 10 + 11 \cdot 10 = 15 - 1 + 15 \cdot 1 = \dots = 1.$$

На элементах объектного множества  $M^{16}$  получим

$$13 = 15 - 12 + 15 \cdot 12 = 7 - 8 + 7 \cdot 8 = 21 - 30 + 21 \cdot 30 = \dots = 13.$$

Функцию константы выполняет правая единица объектного множества.

Следовательно, имеет место *аддитивный закон компенсации* неассоциативности или нарушения дистрибутивности:

$$\begin{aligned} x &= abc, & y &= a(bc), \\ x &= (a+b)(c+d), & y &= ac + ad + bc + bd, \dots \end{aligned}$$

Мультипликативная компенсация имеет внутренний алгоритм и спектр внешних алгоритмов. Она базируется на законе, связывающем пары элементов объектного множества с единичными суммами:

$$\begin{aligned} x + y &= \theta = a + b, \\ x &= ayb = bya = x. \end{aligned}$$

В частности, выполняется закон

$$x = xyy = yux = x.$$

Проиллюстрируем ситуацию примерами на функциях

$$\begin{aligned} x &= (a+b)(c+d), \\ y &= ac + ad + bc + bd. \end{aligned}$$

Получим, например, величины

$$\begin{aligned} x &= (5+16)(7+10) = 9 \cdot 13 = 5, \\ y &= 5 \cdot 7 + 5 \cdot 10 + 16 \cdot 7 + 16 \cdot 10 = 3 + 14 + 4 + 7 = 12. \end{aligned}$$

Имеем

$$\theta = 5 + 12 = 13 = 7 + 10 = 8 + 1 = 9 + 16 = \dots$$

Из алгоритма следуют равенства

$$\begin{aligned} 5 &= 5 \cdot 12 \cdot 12 = 5, & 5 &= 12 \cdot 12 \cdot 5, \\ 5 &= 7 \cdot 12 \cdot 10 = 5, & 5 &= 10 \cdot 12 \cdot 7 = 5, \\ 5 &= 8 \cdot 12 \cdot 1 = 5, & 5 &= 1 \cdot 12 \cdot 8 = 5, \\ 5 &= 9 \cdot 12 \cdot 16 = 5, & 5 &= 16 \cdot 12 \cdot 9 = 5, \dots \end{aligned}$$

Следовательно, возможна внутренняя компенсация (на «своих» элементах) и внешний ее вариант на паре элементов, согласованных с исследуемыми различиями величин.

## Творческий ресурс объектных магических квадратов

Выполним матричное произведение пары объектных магических квадратов объектного множества  $M^{16}$

$$\begin{pmatrix} 2 & 15 & 13 & 12 \\ 7 & 10 & 4 & 5 \\ 14 & 3 & 1 & 8 \\ 11 & 6 & 16 & 9 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 4 & 10 & 12 & 2 \\ 7 & 5 & 15 & 13 \\ 14 & 8 & 6 & 16 \\ 11 & 9 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

(2,2,2)                      (4,4,4)

Получим на произведении элементов единые величины при суммировании элементов и на их произведениях:

$$\begin{aligned} 2 \cdot 4 + 15 \cdot 7 + 13 \cdot 14 + 12 \cdot 11 &= 3 + 9 + 10 + 4 = 2, & \rightarrow & 3 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 4 = 1, \\ 2 \cdot 10 + 15 \cdot 5 + 13 \cdot 8 + 12 \cdot 9 &= 9 + 11 + 4 + 3 = 2, & \rightarrow & 9 \cdot 11 \cdot 4 \cdot 3 = 1, \\ 2 \cdot 12 + 15 \cdot 15 + 13 \cdot 6 + 12 \cdot 3 &= 11 + 1 + 2 + 12 = 2, & \rightarrow & 11 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 12 = 1, \\ 2 \cdot 2 + 15 \cdot 13 + 13 \cdot 16 + 12 \cdot 1 &= 1 + 3 + 12 + 10 = 2, & \rightarrow & 1 \cdot 3 \cdot 12 \cdot 10 = 1, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7 \cdot 4 + 10 \cdot 7 + 4 \cdot 14 + 4 &= 5 \cdot 11 = 6 + 6 + 7 + 7 = 2, & \rightarrow & 6 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 7 = 1, \\ 7 \cdot 10 + 10 \cdot 5 + 4 \cdot 8 + 5 \cdot 9 &= 16 + 8 + 13 + 5 = 2, & \rightarrow & 16 \cdot 8 \cdot 13 \cdot 5 = 1, \\ 7 \cdot 12 + 10 \cdot 15 + 4 \cdot 6 + 5 \cdot 3 &= 14 + 14 + 15 + 15 = 2, & \rightarrow & 14 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 15 = 1, \\ 7 \cdot 2 + 10 \cdot 13 + 4 \cdot 16 + 5 \cdot 1 &= 8 + 16 + 5 + 13 = 2, & \rightarrow & 8 \cdot 16 \cdot 5 \cdot 13 = 1, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 14 \cdot 4 + 3 \cdot 7 + 1 \cdot 14 + 8 \cdot 11 &= 15 + 5 + 14 + 8 = 2, & \rightarrow & 15 \cdot 5 \cdot 14 \cdot 8 = 1, \\ 14 \cdot 10 + 3 \cdot 5 + 1 \cdot 8 + 8 \cdot 9 &= 5 + 7 + 8 + 6 = 2, & \rightarrow & 5 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 6 = 1, \\ 14 \cdot 12 + 3 \cdot 15 + 1 \cdot 6 + 8 \cdot 3 &= 7 + 13 + 6 + 16 = 2, & \rightarrow & 7 \cdot 13 \cdot 6 \cdot 16 = 1, \\ 14 \cdot 2 + 3 \cdot 13 + 1 \cdot 16 + 8 \cdot 1 &= 13 + 15 + 16 + 14 = 2, & \rightarrow & 13 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 14 = 1, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 11 \cdot 4 + 6 \cdot 7 + 16 \cdot 14 + 9 \cdot 11 &= 10 + 10 + 3 + 3 = 2, & \rightarrow & 10 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 3 = 1, \\ 11 \cdot 10 + 6 \cdot 5 + 16 \cdot 8 + 9 \cdot 9 &= 9 + 11 + 4 + 3 = 2, & \rightarrow & 9 \cdot 11 \cdot 4 \cdot 3 = 1, \\ 11 \cdot 12 + 6 \cdot 15 + 16 \cdot 6 + 9 \cdot 3 &= 11 + 1 + 2 + 12 = 2, & \rightarrow & 11 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 12 = 1, \\ 11 \cdot 2 + 6 \cdot 13 + 16 \cdot 16 + 9 \cdot 1 &= 1 + 3 + 12 + 10 = 2, & \rightarrow & 1 \cdot 3 \cdot 12 \cdot 10 = 1. \end{aligned}$$

В итоге генерируется пары объектных квадратов с одинаковыми элементами

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Такие ситуации могут иметь место при проведении экспериментов, обеспечивая единство получаемых значений в разных условиях и ситуациях. На основе этих экспериментов мы не имеем права говорить об отсутствии скрытой структуры и аналогичной динамики. Она может иметь место, но быть «недоступной» для измерительной техники и ее алгоритмов.

Заменим произведение анализируемых элементов их суммами или разностями:

$$\begin{aligned} 2+4+15+7+13+14+12+11 &= 2+2+3+3=2, & \rightarrow 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3=1, \\ 2+10+15+5+13+8+12+9 &= 12+4+9+1=2, & \rightarrow 12 \cdot 4 \cdot 9 \cdot 1=1, \\ 2+12+15+15+13+6+12+3 &= 10+10+11+11=2, & \rightarrow 10 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 11=1, \\ 2+2+15+13+13+16+12+1 &= 4+12+1+9=2, & \rightarrow 4 \cdot 12 \cdot 1 \cdot 9=1, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7+4+10+7+4+14+4+5+11 &= 7+13+14+8=2, & \rightarrow 7 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 8=1, \\ 7+10+10+5+4+8+5+9 &= 13+15+8+6=2, & \rightarrow 13 \cdot 15 \cdot 8 \cdot 6=1, \\ 7+12+10+15+4+6+5+3 &= 15+5+6+16=2, & \rightarrow 15 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 16=1, \\ 7+2+10+13+4+16+5+1 &= 5+7+16+14=2, & \rightarrow 5 \cdot 7 \cdot 16 \cdot 14=1, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 14+4+3+7+1+14+8+11 &= 14+14+7+7=2, & \rightarrow 14 \cdot 14 \cdot 7 \cdot 7=1, \\ 14+10+3+5+1+8+8+9 &= 8+16+13+5=2, & \rightarrow 8 \cdot 16 \cdot 13 \cdot 5=1, \\ 14+12+3+15+1+6+8+3 &= 6+6+15+15=2, & \rightarrow 6 \cdot 6 \cdot 15 \cdot 15=1, \\ 14+2+3+13+1+16+8+1 &= 16+8+5+13=2, & \rightarrow 16 \cdot 8 \cdot 5 \cdot 13=1, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 11+4+6+7+16+14+9+11 &= 11+1+10+4=2, & \rightarrow 11 \cdot 1 \cdot 10 \cdot 4=1, \\ 11+10+6+5+16+8+9+9 &= 1+3+4+2=2, & \rightarrow 1 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 2=1, \\ 11+12+6+15+16+6+9+3 &= 3+9+2+12=2, & \rightarrow 3 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 12=1, \\ 11+2+6+13+16+16+9+1 &= 9+11+12+10=2, & \rightarrow 9 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 10=1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2-4+15-7+13-14+12-11 &= 2+12+11+1=2, & \rightarrow 2 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 1=1, \\ 2-10+15-5+13-8+12-9 &= 12+10+1+3=2, & \rightarrow 12 \cdot 10 \cdot 1 \cdot 3=1, \\ 2-12+15-15+13-6+12-3 &= 10+4+3+9=2, & \rightarrow 10 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 9=1, \\ 2-2+15-13+13-16+12-1 &= 4+2+9+11=2, & \rightarrow 4 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 11=1, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7-4+10-7+4-14+4+5-11 &= 7+7+6+6=2, & \rightarrow 7 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 6=1, \\ 7-10+10-5+4-8+5-9 &= 13+5+16+8=2, & \rightarrow 13 \cdot 5 \cdot 16 \cdot 8=1, \\ 7-12+10-15+4-6+5-3 &= 15+15+14+14=2, & \rightarrow 15 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 14=1, \\ 7-2+10-13+4-16+5-1 &= 5+13+8+16=2, & \rightarrow 5 \cdot 13 \cdot 8 \cdot 16=1, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 14-4+3-7+1-14+8-11 &= 14+8+15+5=2, & \rightarrow 14 \cdot 8 \cdot 15 \cdot 5=1, \\ 14-10+3-5+1-8+8-9 &= 8+6+5+7=2, & \rightarrow 8 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 7=1, \\ 14-12+3-15+1-6+8-3 &= 6+16+7+13=2, & \rightarrow 6 \cdot 16 \cdot 7 \cdot 13=1, \\ 14-2+3-13+1-16+8-1 &= 16+14+13+15=2, & \rightarrow 16 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 15=1, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 11-4+6-7+16-14+9-11 &= 11+11+2+2=2, & \rightarrow 11 \cdot 11 \cdot 2 \cdot 2=1, \\ 11-10+6-5+16-8+9-9 &= 1+9+12+4=2, & \rightarrow 1 \cdot 9 \cdot 12 \cdot 4=1, \\ 11-12+6-15+16-6+9-3 &= 3+3+10+10=2, & \rightarrow 3 \cdot 3 \cdot 10 \cdot 10=1, \\ 11-2+6-13+16-16+9-1 &= 9+1+4+12=2, & \rightarrow 9 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 12=1. \end{aligned}$$

Выполним построчное произведение пары объектных магических квадратов объектного множества  $M^{16}$

$$\begin{pmatrix} 2 & 15 & 13 & 12 \\ 7 & 10 & 4 & 5 \\ 14 & 3 & 1 & 8 \\ 11 & 6 & 16 & 9 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 4 & 10 & 12 & 2 \\ 7 & 5 & 15 & 13 \\ 14 & 8 & 6 & 16 \\ 11 & 9 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

(2,2,2)                      (4,4,4)

Получим на произведении элементов единые величины, как при суммировании элементов, так и на их произведениях:

$$\begin{aligned} 2 \cdot 4 + 15 \cdot 10 + 13 \cdot 12 + 12 \cdot 2 &= 3 + 8 + 8 + 11 = 2, & \rightarrow & 3 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 11 = 9, \\ 2 \cdot 7 + 15 \cdot 5 + 13 \cdot 15 + 12 \cdot 13 &= 14 + 11 + 3 + 14 = 2, & \rightarrow & 14 \cdot 11 \cdot 3 \cdot 14 = 9, \\ 2 \cdot 14 + 15 \cdot 8 + 13 \cdot 6 + 12 \cdot 16 &= 5 + 2 + 2 + 13 = 2, & \rightarrow & 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 13 = 9, \\ 2 \cdot 11 + 15 \cdot 9 + 13 \cdot 3 + 12 \cdot 1 &= 10 + 15 + 7 + 10 = 2, & \rightarrow & 10 \cdot 15 \cdot 7 \cdot 10 = 9, \\ \\ 7 \cdot 4 + 10 \cdot 10 + 4 \cdot 12 + 5 \cdot 2 &= 6 + 1 + 9 + 6 = 2, & \rightarrow & 6 \cdot 1 \cdot 9 \cdot 6 = 9, \\ 7 \cdot 7 + 10 \cdot 5 + 4 \cdot 15 + 5 \cdot 13 &= 1 + 8 + 8 + 9 = 2, & \rightarrow & 1 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 9 = 9, \\ 7 \cdot 14 + 10 \cdot 8 + 4 \cdot 6 + 5 \cdot 16 &= 4 + 7 + 15 + 4 = 2, & \rightarrow & 4 \cdot 7 \cdot 15 \cdot 4 = 9, \\ 7 \cdot 11 + 10 \cdot 9 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot 1 &= 5 + 4 + 4 + 13 = 2, & \rightarrow & 5 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 13 = 9, \\ \\ 14 \cdot 4 + 3 \cdot 10 + 1 \cdot 12 + 8 \cdot 2 &= 15 + 12 + 12 + 7 = 2, & \rightarrow & 15 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 7 = 9, \\ 14 \cdot 7 + 3 \cdot 5 + 1 \cdot 15 + 8 \cdot 13 &= 2 + 7 + 15 + 2 = 2, & \rightarrow & 2 \cdot 7 \cdot 15 \cdot 2 = 9, \\ 14 \cdot 14 + 3 \cdot 8 + 1 \cdot 6 + 8 \cdot 16 &= 1 + 6 + 6 + 9 = 2, & \rightarrow & 1 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 9 = 9, \\ 14 \cdot 11 + 3 \cdot 9 + 1 \cdot 3 + 8 \cdot 1 &= 14 + 11 + 3 + 14 = 2, & \rightarrow & 14 \cdot 11 \cdot 3 \cdot 14 = 9, \\ \\ 11 \cdot 4 + 6 \cdot 10 + 16 \cdot 12 + 9 \cdot 2 &= 10 + 13 + 5 + 10 = 2, & \rightarrow & 10 \cdot 13 \cdot 5 \cdot 10 = 9, \\ 11 \cdot 7 + 6 \cdot 5 + 16 \cdot 15 + 9 \cdot 13 &= 13 + 12 + 12 + 5 = 2, & \rightarrow & 13 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 5 = 9, \\ 11 \cdot 14 + 6 \cdot 8 + 16 \cdot 6 + 9 \cdot 16 &= 8 + 3 + 11 + 8 = 2, & \rightarrow & 8 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 8 = 9, \\ 11 \cdot 11 + 6 \cdot 9 + 16 \cdot 3 + 9 \cdot 1 &= 1 + 8 + 8 + 9 = 2, & \rightarrow & 1 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 9 = 9. \end{aligned}$$

В итоге генерируется пары объектных квадратов с одинаковыми элементами

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Построчное произведение матриц неассоциативно. По этой причине естественно ожидать принципиального различия расчетных значений. Из анализа модели объектного множества практически нет отличия в результатах. Это логически непонятно. Получается так, что спектр элементов объектного множества имеет свойство «скрытности» неассоциативности. Пары физически различных ситуаций имеют одинаковые параметры, как на физическом, так и на информационном взаимодействии.

Заменим произведение анализируемых элементов их суммами или разностями:

$$\begin{aligned} 2+4+15+10+13+12+12+2 &= 2+5+5+10=2, & \rightarrow & 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 10=9, \\ 2+7+15+5+13+15+12+13 &= 5+4+12+5=2, & \rightarrow & 5 \cdot 4 \cdot 12 \cdot 5=9, \\ 2+14+15+8+13+6+12+16 &= 16+11+11+8=2, & \rightarrow & 16 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 8=9, \\ 2+11+15+9+13+3+12+1 &= 9+16+8+9=2, & \rightarrow & 9 \cdot 16 \cdot 8 \cdot 9=9, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7+4+10+10+4+12+5+2 &= 7+4+12+7=2, & \rightarrow & 7 \cdot 4 \cdot 12 \cdot 7=9, \\ 7+7+10+5+4+15+5+13 &= 10+15+15+2=2, & \rightarrow & 10 \cdot 15 \cdot 15 \cdot 2=9, \\ 7+14+10+8+4+6+5+16 &= 9+14+6+9=2, & \rightarrow & 9 \cdot 14 \cdot 6 \cdot 9=9, \\ 7+11+10+9+4+3+5+1 &= 6+3+3+14=2, & \rightarrow & 6 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 14=9, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 14+4+3+10+1+12+8+2 &= 14+9+9+6=2, & \rightarrow & 14 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 6=9, \\ 14+7+3+5+1+15+8+13 &= 9+16+8+9=2, & \rightarrow & 9 \cdot 16 \cdot 8 \cdot 9=9, \\ 14+14+3+8+1+6+8+16 &= 12+15+15+4=2, & \rightarrow & 12 \cdot 15 \cdot 15 \cdot 4=9, \\ 14+11+3+9+1+3+8+1 &= 13+12+4+13=2, & \rightarrow & 13 \cdot 12 \cdot 4 \cdot 13=9, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 11+4+6+10+16+12+9+2 &= 11+16+8+11=2, & \rightarrow & 11 \cdot 16 \cdot 8 \cdot 11=9, \\ 11+7+6+5+16+15+9+13 &= 6+3+3+14=2, & \rightarrow & 6 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 14=9, \\ 11+14+6+8+16+6+9+16 &= 13+10+2+13=2, & \rightarrow & 13 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 13=9, \\ 11+11+6+9+16+3+9+1 &= 2+7+7+10=2, & \rightarrow & 2 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 10=9. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2-4+15-10+13-12+12-2 &= 2+5+5+10=2, & \rightarrow & 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 10=9, \\ 2-7+15-5+13-15+12-13 &= 15+10+2+15=2, & \rightarrow & 15 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 15=9, \\ 2-14+15-8+13-6+12-16 &= 8+3+3+16=2, & \rightarrow & 8 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 16=9, \\ 2-11+15-9+13-3+12-1 &= 11+14+6+11=2, & \rightarrow & 11 \cdot 14 \cdot 6 \cdot 11=9, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7-4+10-10+4-12+5-2 &= 7+4+12+7=2, & \rightarrow & 7 \cdot 4 \cdot 12 \cdot 7=9, \\ 7-7+10-5+4-15+5-13 &= 4+5+5+12=2, & \rightarrow & 4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 12=9, \\ 7-14+10-8+4-6+5-16 &= 1+6+14+1=2, & \rightarrow & 1 \cdot 6 \cdot 14 \cdot 1=9, \\ 7-11+10-9+4-3+5-1 &= 8+1+1+16=2, & \rightarrow & 8 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 16=9, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 14-4+3-10+1-12+8-2 &= 14+9+9+6=2, & \rightarrow & 14 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 6=9, \\ 14-7+3-5+1-15+8-13 &= 3+6+14+3=2, & \rightarrow & 3 \cdot 6 \cdot 14 \cdot 3=9, \\ 14-14+3-8+1-6+8-16 &= 4+7+7+12=2, & \rightarrow & 4 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 12=9, \\ 14-11+3-9+1-3+8-1 &= 15+10+2+15=2, & \rightarrow & 15 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 15=9, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 11-4+6-10+16-12+9-2 &= 11+16+8+11=2, & \rightarrow & 11 \cdot 16 \cdot 8 \cdot 11=9, \\ 11-7+6-5+16-15+9-13 &= 16+9+9+8=2, & \rightarrow & 16 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 8=9, \\ 11-14+6-8+16-6+9-16 &= 5+2+10+5=2, & \rightarrow & 5 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 5=9, \\ 11-11+6-9+16-3+9-1 &= 4+5+5+12=2, & \rightarrow & 4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 12=9. \end{aligned}$$

Неассоциативное произведение аналогично ассоциативному произведению. Это непонятно.



Подтвердим результаты расчетом. Получим на матричной операции такие значения:

$$1 \cdot 11 + 4 \cdot 12 + 12 \cdot 13 + 5 \cdot 14 = 11 + 9 + 14 + 2 = 16,$$

$$1 \cdot 8 + 4 \cdot 9 + 12 \cdot 10 + 5 \cdot 1 = 8 + 10 + 3 + 13 = 2,$$

$$1 \cdot 3 + 4 \cdot 4 + 12 \cdot 5 + 5 \cdot 2 = 3 + 1 + 6 + 6 = 12,$$

$$1 \cdot 6 + 4 \cdot 7 + 12 \cdot 16 + 5 \cdot 15 = 6 + 16 + 13 + 11 = 14,$$

$$1 + 11 + 4 + 12 + 12 + 13 + 5 + 14 = 12 + 12 + 5 + 11 = 8,$$

$$1 + 8 + 4 + 9 + 12 + 10 + 5 + 1 = 13 + 9 + 2 + 14 = 10,$$

$$1 + 3 + 4 + 4 + 12 + 5 + 5 + 2 = 4 + 4 + 13 + 7 = 4,$$

$$1 + 6 + 4 + 7 + 12 + 16 + 5 + 15 = 15 + 7 + 8 + 4 = 6,$$

$$1 - 11 + 4 \cdot 12 + 12 - 13 + 5 - 14 = 10 + 12 + 15 + 3 = 8,$$

$$1 - 8 + 4 - 9 + 12 - 10 + 5 - 1 = 5 + 11 + 2 + 16 = 2,$$

$$1 - 3 + 4 - 4 + 12 - 5 + 5 - 2 = 2 + 4 + 7 + 7 = 12,$$

$$1 - 6 + 4 - 7 + 12 - 16 + 5 - 15 = 7 + 13 + 16 + 10 = 6,$$

$$3 \cdot 11 + 10 \cdot 12 + 8 \cdot 13 + 6 \cdot 14 = 9 + 3 + 2 + 9 = 3,$$

$$3 \cdot 8 + 10 \cdot 9 + 8 \cdot 10 + 6 \cdot 1 = 6 + 4 + 15 + 16 = 13,$$

$$3 \cdot 3 + 10 \cdot 4 + 8 \cdot 5 + 6 \cdot 2 = 1 + 11 + 10 + 5 = 7,$$

$$3 \cdot 6 + 10 \cdot 7 + 8 \cdot 16 + 6 \cdot 15 = 8 + 6 + 9 + 2 = 1,$$

$$3 + 11 + 10 + 12 + 8 + 13 + 6 + 14 = 10 + 2 + 9 + 4 = 1,$$

$$3 + 8 + 10 + 9 + 8 + 10 + 6 + 1 = 15 + 3 + 14 + 15 = 15,$$

$$3 + 3 + 10 + 4 + 8 + 5 + 6 + 2 = 2 + 10 + 1 + 8 = 5,$$

$$3 + 6 + 10 + 7 + 8 + 16 + 6 + 15 = 13 + 13 + 4 + 9 = 3,$$

$$3 - 11 + 10 - 12 + 8 - 13 + 6 - 14 = 12 + 2 + 3 + 12 = 1,$$

$$3 - 8 + 10 - 9 + 8 - 10 + 6 - 1 = 7 + 1 + 14 + 13 = 7,$$

$$3 - 3 + 10 - 4 + 8 - 5 + 6 - 2 = 4 + 10 + 11 + 8 = 13,$$

$$3 - 6 + 10 - 7 + 8 - 16 + 6 - 15 = 5 + 7 + 12 + 3 = 3,$$

$$2 \cdot 11 + 11 \cdot 12 + 13 \cdot 13 + 7 \cdot 14 = 10 + 2 + 1 + 4 = 9,$$

$$2 \cdot 8 + 11 \cdot 9 + 13 \cdot 10 + 7 \cdot 1 = 15 + 3 + 6 + 15 = 7,$$

$$2 \cdot 3 + 11 \cdot 4 + 13 \cdot 5 + 7 \cdot 2 = 2 + 10 + 9 + 8 = 13,$$

$$2 \cdot 6 + 11 \cdot 7 + 13 \cdot 16 + 7 \cdot 15 = 13 + 13 + 12 + 9 = 11,$$

$$2 + 11 + 11 + 12 + 13 + 13 + 7 + 14 = 9 + 3 + 10 + 9 = 11,$$

$$2 + 8 + 11 + 9 + 13 + 10 + 7 + 1 = 6 + 4 + 7 + 16 = 5,$$

$$2 + 3 + 11 + 4 + 13 + 5 + 7 + 2 = 1 + 11 + 2 + 5 = 15,$$

$$2 + 6 + 11 + 7 + 13 + 16 + 7 + 15 = 8 + 6 + 1 + 2 = 9,$$

$$2-11+11-12+13-13+7-14=11+3+4+1=11,$$

$$2-8+11-9+13-10+7-1=14+2+7+14=13,$$

$$2-3+11-4+13-5+7-2=3+11+12+5=7,$$

$$2-6+11-7+13-16+7-15=16+16+9+12=9,$$

$$9\cdot 11+14\cdot 12+15\cdot 13+16\cdot 14=3+7+3+3=16,$$

$$9\cdot 8+14\cdot 9+15\cdot 10+16\cdot 1=16+16+8+6=2,$$

$$9\cdot 3+14\cdot 4+15\cdot 5+16\cdot 2=11+15+11+15=12,$$

$$9\cdot 6+14\cdot 7+15\cdot 16+16\cdot 15=14+2+10+12=14,$$

$$9+11+14+12+15+13+16+14=4+6+12+10=8,$$

$$9+8+14+9+15+10+16+1=5+15+5+5=10,$$

$$9+3+14+4+15+5+16+2=12+14+4+14=4,$$

$$9+6+14+7+15+16+16+15=7+9+3+3=6,$$

$$9-11+14-12+15-13+16-14=2+6+2+2=8,$$

$$9-8+14-9+15-10+16-1=13+13+5+7=2,$$

$$9-3+14-4+15-5+16-2=10+14+10+14=12,$$

$$9-6+14-7+15-16+16-15=15+3+11+9=6.$$

Построчное, неассоциативное произведение генерирует 3 новые объектные квадрата:

$$1\cdot 11+4\cdot 8+12\cdot 3+5\cdot 6=11+13+12+10=14,$$

$$1\cdot 12+4\cdot 9+12\cdot 4+5\cdot 7=12+10+9+3=10,$$

$$1\cdot 13+4\cdot 10+12\cdot 5+5\cdot 16=13+11+6+4=2,$$

$$1\cdot 14+4\cdot 1+12\cdot 2+5\cdot 15=14+2+11+11=14,$$

$$11+11+4+8+12+3+5+6=12+8+12+3=6,$$

$$1+12+4+9+12+4+5+7=9+9+12+12=2,$$

$$1+13+4+10+12+5+5+16=6+10+13+9=10,$$

$$1+14+4+1+12+2+5+15=7+1+10+4=4,$$

$$1-11+4-8+12-3+5-6=10+16+9+11=6,$$

$$1-12+4-9+12-4+5-7=9+11+12+2=10,$$

$$1-13+4-10+12-5+5-16=16+10+7+1=2,$$

$$1-14+4-1+12-2+5-15=15+3+10+10=6,$$

$$3\cdot 11+10\cdot 8+8\cdot 3+6\cdot 6=9+7+16+1=1,$$

$$3\cdot 12+10\cdot 9+8\cdot 4+6\cdot 7=10+4+5+10=5,$$

$$3\cdot 13+10\cdot 10+8\cdot 5+6\cdot 16=15+1+10+11=13,$$

$$3\cdot 14+10\cdot 1+8\cdot 2+6\cdot 15=16+12+7+2=1,$$

$$\begin{aligned}
3+11+10+8+8+3+6+6 &= 10+14+15+12 = 3, \\
3+12+10+9+8+4+6+7 &= 11+3+8+1 = 7, \\
3+13+10+10+8+5+6+16 &= 8+4+1+2 = 15, \\
3+14+10+1+8+2+6+15 &= 5+11+6+9 = 3,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
3-11+10-8+8-3+6-6 &= 12+6+13+4 = 3, \\
3-12+10-9+8-4+6-7 &= 11+1+8+11 = 15, \\
3-13+10-10+8-5+6-16 &= 14+4+11+10 = 7, \\
3-14+10-1+8-2+6-15 &= 13+9+6+3 = 3,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2 \cdot 11 + 11 \cdot 8 + 13 \cdot 3 + 7 \cdot 6 &= 10+14+7+12 = 11, \\
2 \cdot 12 + 11 \cdot 9 + 13 \cdot 4 + 7 \cdot 7 &= 11+3+16+1 = 15, \\
2 \cdot 13 + 11 \cdot 10 + 13 \cdot 5 + 7 \cdot 16 &= 8+4+9+2 = 7, \\
2 \cdot 14 + 11 \cdot 1 + 13 \cdot 2 + 7 \cdot 15 &= 5+11+14+9 = 11,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2+11+11+8+13+3+7+6 &= 9+7+8+1 = 9, \\
2+12+11+9+13+4+7+7 &= 10+4+13+10 = 13, \\
2+13+11+10+13+5+7+16 &= 15+1+2+11 = 5, \\
2+14+11+1+13+2+7+15 &= 16+12+15+2 = 9,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2-11+11-8+13-3+7-6 &= 11+15+6+9 = 9, \\
2-12+11-9+13-4+7-7 &= 10+2+13+4 = 5, \\
2-13+11-10+13-5+7-16 &= 5+1+12+3 = 13, \\
2-14+11-1+13-2+7-15 &= 8+10+15+12 = 9,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
9 \cdot 11 + 14 \cdot 8 + 15 \cdot 3 + 16 \cdot 6 &= 3+11+5+11 = 14, \\
9 \cdot 12 + 14 \cdot 9 + 15 \cdot 4 + 16 \cdot 7 &= 4+16+14+4 = 10, \\
9 \cdot 13 + 14 \cdot 10 + 15 \cdot 5 + 16 \cdot 16 &= 5+5+11+1 = 2, \\
9 \cdot 14 + 14 \cdot 1 + 15 \cdot 2 + 16 \cdot 15 &= 6+8+16+12 = 14,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
9+11+14+8+15+3+16+6 &= 4+2+6+2 = 6, \\
9+12+14+9+15+4+16+7 &= 1+15+15+11 = 2, \\
9+13+14+10+15+5+16+16 &= 14+8+4+12 = 10, \\
9+14+14+1+15+2+16+15 &= 15+7+13+3 = 6,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
9-11+14-8+15-3+16-6 &= 2+10+8+10 = 6, \\
9-12+14-9+15-4+16-7 &= 1+13+15+1 = 10, \\
9-13+14-10+15-5+16-16 &= 8+8+10+4 = 2, \\
9-14+14-1+15-2+16-15 &= 7+5+13+9 = 6.
\end{aligned}$$

## Объектные квадраты множества $M^{16}$

Сконструируем подмножества объектного множества

$$[\alpha \ \beta \ \gamma \ \delta \ \varepsilon \ \omega]$$

на элементах, подчиненных условию  $a_i a_{i+1} = a_{i+2}$ , объединив их по совпадающим элементам в форме правильных 4-угольников с парами диагоналей.

Из анализа следует правило нахождения элемента  $\beta$  согласно условию

$$\beta\alpha = \omega.$$

На элементах конформаций в углах 4-угольников его подмножества из 4 элементов, расположенные на его углах, в сумме генерируют элементы аналогичного подмножества, расположенного в центре. Сумма 5 подмножеств есть объектный ноль множества.

Проиллюстрируем ситуацию примерами. Получим, например, такие модели

4	4	1	2	2	1
2	3			3	4
2		4	3		4
2		1	2		1
4	3			3	2
3	2	4	3	4	2

8	12	13	14	10	5
10	3			3	12
15		16	15		16
14		13	14		13
12	3			3	10
7	10	16	15	12	6

12	4	9	10	2	9
2	3			3	4
11		12	11		12
10		9	10		9
4	3			3	2
11	2	12	11	4	10

16	12	5	6	10	13
10	3			3	12
7		8	7		8
6		5	6		5
12	3			3	10
15	10	8	7	12	14

Мы получим дополнительно спектр объектных треугольников, выделяя их из квадратов.

В общем случае отношения между элементами сложнее:

3	5	7	3	13	15
6	16			10	4
8		14	8		14
3		7	3		7
16	12			6	2
14	11	14	8	11	8

Однако и в этом случае сумма 5 подмножеств из 4 элементов генерирует объектный ноль. Суммы элементов по углам квадрата только частично задают элементы в центре.

Сконструируем подмножества объектного множества

$$[\alpha \ \beta \ \gamma \ \delta \ \varepsilon \ \omega]$$

на элементах, подчиненных условию  $a_i a_{i+2} = a_{i+1}$ , объединив их по совпадающим элементам в форме правильных 4-угольников с парами диагоналей.

Из анализа следует правило нахождения элемента  $\beta$  согласно условию

$$\alpha\beta = \omega.$$

Подтвердим его корректность расчетом. Получим, например, такие связи элементов:

15	1	15	15	9	7	*	15	1	...	$\rightarrow 15 \cdot 1 = 7,$
15	2	8	13	12	16	*	15	2	...	$\rightarrow 15 \cdot 2 = 16,$
15	3	13	15	11	5	*	15	3	...	$\rightarrow 15 \cdot 3 = 5,$
15	4	6	13	10	14	*	15	4	...	$\rightarrow 15 \cdot 4 = 14,$
15	5	3	7	5	11	*	15	5	...	$\rightarrow 15 \cdot 5 = 11,$
15	6	12	5	8	4	*	15	6	...	$\rightarrow 15 \cdot 6 = 4,$
15	7	1	7	7	9	*	15	7	...	$\rightarrow 15 \cdot 7 = 9,$
15	8	10	5	6	2	*	15	8	...	$\rightarrow 15 \cdot 8 = 2,$
15	9	7	15	1	15	*	15	9	...	$\rightarrow 15 \cdot 9 = 15,$
15	10	16	13	4	8	*	15	10	...	$\rightarrow 15 \cdot 10 = 8,$
15	11	5	15	3	13	*	15	11	...	$\rightarrow 15 \cdot 11 = 13,$
15	12	14	13	2	6	*	15	12	...	$\rightarrow 15 \cdot 12 = 6,$
15	13	11	7	13	3	*	15	13	...	$\rightarrow 15 \cdot 13 = 3,$
15	14	4	5	16	12	*	15	14	...	$\rightarrow 15 \cdot 14 = 12,$
15	15	9	7	15	1	*	15	15	...	$\rightarrow 15 \cdot 15 = 1,$
15	16	2	5	16	12	*	15	16	...	$\rightarrow 15 \cdot 16 = 12.$

Указанный алгоритм позволяет на основе таблицы произведения элементов получить спектр объектных квадратов, в которых имеется совпадение элементов. В частности, имеем квадрат

6	14	9	6	8	3
12	2			13	7
5		15	7		5
8		11	8		11
4	13			10	15
15	3	13	15	11	5

При обратном «прочтении» последовательностей имеем закон  $\omega\beta = \alpha$ .

Проанализируем последовательности, ассоциированные с условием

$$a_i a_{i+1} = \sigma.$$

При  $\sigma = 2$  есть последовательности, ассоциированные с подгруппой группы перестановок

1	2	3	4	*	1	2	...	9	10	11	12	*	9	10	...
2	3	4	1	*	2	3	...	10	11	12	9	*	10	11	...
3	4	1	2	*	3	4	...	11	2	9	10	*	11	12	...
4	1	2	3	*	4	1	...	12	9	10	11	*	12	9	...

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

6 последовательностей удобно объединить (с определенной ориентацией) в объектный квадрат:

5	11	13	3	*	5	11	...
11	13	3	5	*	11	13	...
13	3	5	11	*	13	3	...
3	5	11	13	*	3	5	...
13	5	13	5	*	13	5	...
11	3	11	3	*	11	3	...

↓

11	13	3	5
5	3	13	11
3	5	11	13
13	11	5	3

Произведения и суммы элементов по строкам, столбцам и диагоналям при их объединении одинаковы, иллюстрируя объектный магический квадрат с парой объединенных операций:

$$3+5+11+13=22, \quad 11+3+11+3=28=13+5+13+5,$$

$$5 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 3 = 2205 = 3 \cdot 13 \cdot 11 \cdot 5,$$

$$3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 13 = 2205 = 13 \cdot 11 \cdot 5 \cdot 3, \quad 11 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 3 = 121 = 3 \cdot 11 \cdot 3 \cdot 11,$$

$$13 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 = 2205 = 11 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 13, \quad 13 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 5 = 4225 = 5 \cdot 13 \cdot 5 \cdot 13,$$

$$11 \cdot 13 \cdot 3 \cdot 5 = 2205 = 5 \cdot 3 \cdot 13 \cdot 11,$$

Равенство обеспечивается условиями  $12+9=21=1+4$ .

## Иллюстрация подчинения объектного хаоса объектному порядку

На элементах объектного множества  $M^{16}$  составим два объектных квадрата с указанием сумм элементов по строкам, столбцам и диагоналям:

2	15	13	12	→ 2
7	10	4	5	→ 2
14	3	1	8	→ 2
11	6	16	9	→ 2
2	↓	↓	↓	↓
2	2	2	2	2

1	9	11	5	→ 14
10	2	6	12	→ 6
15	7	3	13	→ 6
8	16	14	4	→ 14
2	↓	↓	↓	↓
2	2	10	10	2

Составим таблицу матричных произведений на произведении элементов. Получим

$$2 \cdot 1 + 15 \cdot 10 + 13 \cdot 15 + 12 \cdot 8 = 4 + 8 + 3 + 5 = 4,$$

$$2 \cdot 9 + 15 \cdot 2 + 13 \cdot 7 + 12 \cdot 16 = 12 + 16 + 11 + 13 = 4,$$

$$2 \cdot 11 + 15 \cdot 6 + 13 \cdot 3 + 12 \cdot 14 = 10 + 4 + 7 + 15 = 12,$$

$$2 \cdot 5 + 15 \cdot 12 + 13 \cdot 13 + 12 \cdot 4 = 16 + 6 + 1 + 9 = 12,$$

$$7 \cdot 1 + 10 \cdot 10 + 4 \cdot 15 + 5 \cdot 8 = 15 + 1 + 8 + 12 = 4,$$

$$7 \cdot 9 + 10 \cdot 2 + 4 \cdot 7 + 5 \cdot 16 = 7 + 9 + 16 + 4 = 4,$$

$$7 \cdot 11 + 10 \cdot 6 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot 14 = 5 + 5 + 4 + 2 = 12,$$

$$7 \cdot 5 + 10 \cdot 12 + 4 \cdot 13 + 5 \cdot 4 = 3 + 3 + 6 + 8 = 12,$$

$$14 \cdot 1 + 3 \cdot 10 + 1 \cdot 15 + 8 \cdot 8 = 8 + 12 + 15 + 1 = 4,$$

$$14 \cdot 9 + 3 \cdot 2 + 1 \cdot 7 + 8 \cdot 16 = 16 + 4 + 7 + 9 = 4,$$

$$14 \cdot 11 + 3 \cdot 6 + 1 \cdot 3 + 8 \cdot 14 = 10 + 4 + 7 + 15 = 12,$$

$$14 \cdot 5 + 3 \cdot 12 + 1 \cdot 13 + 8 \cdot 4 = 4 + 10 + 13 + 5 = 12,$$

$$11 \cdot 1 + 6 \cdot 10 + 16 \cdot 15 + 9 \cdot 8 = 11 + 13 + 12 + 16 = 4,$$

$$11 \cdot 9 + 6 \cdot 2 + 16 \cdot 7 + 9 \cdot 16 = 3 + 5 + 4 + 8 = 4,$$

$$11 \cdot 11 + 6 \cdot 6 + 16 \cdot 3 + 9 \cdot 14 = 1 + 1 + 8 + 6 = 12,$$

$$11 \cdot 5 + 6 \cdot 12 + 16 \cdot 13 + 9 \cdot 4 = 15 + 15 + 10 + 12 = 12.$$

Составим таблицу матричных произведений на сумме элементов. Получим

$$2 + 1 + 15 + 10 + 13 + 15 + 12 + 8 = 3 + 5 + 12 + 16 = 4,$$

$$2 + 9 + 15 + 2 + 13 + 7 + 12 + 16 = 11 + 13 + 4 + 8 = 4,$$

$$2 + 11 + 15 + 6 + 13 + 3 + 1 + 14 = 9 + 9 + 8 + 6 = 12,$$

$$2 + 5 + 15 + 12 + 13 + 13 + 12 + 4 = 7 + 7 + 10 + 12 = 12,$$

$$7+1+10+10+4+15+5+8=16+4+15+1=4,$$

$$7+9+10+2+4+7+5+16=8+12+7+9=4,$$

$$7+11+10+6+4+3+5+14=6+16+3+11=12,$$

$$7+5+10+12+4+13+5+4=12+2+13+5=12,$$

$$14+1+3+10+1+15+8+8=7+9+8+12=4,$$

$$14+9+3+2+1+7+8+16=16+1+16+4=4,$$

$$14+11+3+6+1+3+8+14=13+13+4+2=12,$$

$$14+5+3+12+1+13+8+4=11+11+6+8=12,$$

$$11+1+6+10+16+15+9+8=12+16+3+5=4,$$

$$11+9+6+2+16+7+9+16=4+8+11+13=4,$$

$$11+11+6+6+16+3+9+14=2+12+7+15=12,$$

$$11+5+6+12+16+13+9+4=8+14+1+9=12.$$

Составим таблицу матричных произведений на разности элементов. Получим

$$2-1+15-10+13-15+12-8=1+5+2+8=4,$$

$$2-9+15-2+13-7+12-16=9+13+10+16=4,$$

$$2-11+15-6+13-3+12-14=11+1+6+14=12,$$

$$2-5+15-12+13-13+12-4=13+7+4+12=12,$$

$$7-1+10-10+4-15+5-8=14+4+5+9=4,$$

$$7-9+10-2+4-7+5-16=6+12+13+1=4,$$

$$7-11+10-6+4-3+5-14=8+8+1+3=12,$$

$$7-5+10-12+4-13+5-4=2+2+7+5=12,$$

$$14-1+3-10+1-15+8-8=5+9+14+4=4,$$

$$14-9+3-2+1-7+8-16=13+1+6+12=4,$$

$$14-11+3-6+1-3+8-14=15+5+2+10=12,$$

$$14-5+3-12+1-13+8-4=1+11+16+8=12,$$

$$11-1+6-10+16-15+9-8=10+16+9+13=4,$$

$$11-9+6-2+16-7+9-16=2+8+1+5=4,$$

$$11-11+6-6+16-3+9-14=4+4+5+7=12,$$

$$11-5+6-12+16-13+9-4=14+14+11+9=12.$$

Во всех ситуациях генерируется матрица объектного порядка

$$\begin{pmatrix} 4 & 4 & 12 & 12 \\ 4 & 4 & 12 & 12 \\ 4 & 4 & 12 & 12 \\ 4 & 4 & 12 & 12 \end{pmatrix}.$$

Изменим порядок влияния двух объектных квадратов:

1	9	11	5	→ 14
10	2	6	12	→ 6
15	7	3	13	→ 6
8	16	14	4	→ 14
	↓	↓	↓	↓
2	2	2	10	10

2	15	13	12	→ 2
7	10	4	5	→ 2
14	3	1	8	→ 2
11	6	16	9	→ 2
	↓	↓	↓	↓
2	2	2	2	2

Составим таблицу матричных произведений на произведении элементов. Получим

$$1 \cdot 2 + 9 \cdot 7 + 11 \cdot 14 + 5 \cdot 11 = 2 + 15 + 8 + 7 = 8,$$

$$1 \cdot 15 + 9 \cdot 10 + 11 \cdot 3 + 5 \cdot 6 = 15 + 2 + 9 + 10 = 8,$$

$$1 \cdot 13 + 9 \cdot 4 + 11 \cdot 1 + 5 \cdot 16 = 13 + 12 + 11 + 4 = 8,$$

$$1 \cdot 12 + 9 \cdot 5 + 11 \cdot 8 + 5 \cdot 9 = 12 + 13 + 14 + 5 = 8,$$

$$10 \cdot 2 + 2 \cdot 7 + 6 \cdot 14 + 12 \cdot 11 = 9 + 14 + 9 + 4 = 16,$$

$$10 \cdot 15 + 2 \cdot 10 + 6 \cdot 3 + 12 \cdot 6 = 14 + 9 + 14 + 7 = 16,$$

$$10 \cdot 13 + 2 \cdot 4 + 6 \cdot 1 + 12 \cdot 16 = 16 + 3 + 16 + 13 = 16,$$

$$10 \cdot 12 + 2 \cdot 5 + 6 \cdot 8 + 12 \cdot 9 = 3 + 16 + 3 + 2 = 16,$$

$$15 \cdot 2 + 7 \cdot 7 + 3 \cdot 14 + 13 \cdot 11 = 16 + 1 + 16 + 15 = 16,$$

$$15 \cdot 15 + 7 \cdot 10 + 3 \cdot 3 + 13 \cdot 6 = 1 + 16 + 1 + 2 = 16,$$

$$15 \cdot 13 + 7 \cdot 4 + 3 \cdot 1 + 13 \cdot 16 = 3 + 6 + 3 + 12 = 16,$$

$$15 \cdot 12 + 7 \cdot 5 + 3 \cdot 8 + 13 \cdot 9 = 6 + 3 + 6 + 13 = 16,$$

$$8 \cdot 2 + 16 \cdot 7 + 14 \cdot 14 + 4 \cdot 11 = 7 + 4 + 1 + 12 = 8,$$

$$8 \cdot 15 + 16 \cdot 10 + 14 \cdot 3 + 4 \cdot 6 = 4 + 7 + 6 + 15 = 8,$$

$$8 \cdot 13 + 16 \cdot 4 + 14 \cdot 1 + 4 \cdot 16 = 2 + 13 + 8 + 5 = 8,$$

$$8 \cdot 12 + 16 \cdot 5 + 14 \cdot 8 + 4 \cdot 9 = 13 + 2 + 11 + 10 = 8.$$

Имеем объектный квадрат, имеющий объектный порядок

	8	8	8	8	→ 12
	16	16	16	16	→ 12
	8	8	8	8	→ 12
	16	16	16	16	→ 12
	↓	↓	↓	↓	↓
12	12	12	12	12	12

В обоих случаях пара генерирует объектный квадрат с объектным порядком. Влияние матрицы с порядком на матрицу без порядка дает матрицу с порядком. Влияние объектной матрицы без порядка на матрицу с порядком тоже дает матрицу с порядком.

Вселенная, согласно объектной теории, «настроила» изделия на стремление к порядку.

## Возможность приложения объектных множеств к моделированию атомов материи

Матричная форма полной системы уравнений электродинамики для движущихся сред с применением пары кватернионов в форме матриц размерности 4 инициировала структурную точку зрения для атома света.

С математической точки зрения, согласно структуре единичных кватернионов, теория света базируется на модели дискретного объектного множества, иллюстрирующего наличие 4 изделий, отношения которых заданы матрицами. Есть основания полагать, что слагаемые таких изделий фундаментальны для естествознания, так как любые физические модели могут быть заданы на этих матрицах, дополненных парой базовых антикватернионов.

С практической точки зрения проясняется возможность придания ожидаемым слагаемым физического смысла и содержания. Поскольку частицы света не имеют ни электрического, ни гравитационного заряда, а сами заряды из чего-то должны «делаться», принята гипотеза о наличии 4 предзарядов. Есть пара электрических предзарядов с разными знаками, образуя нейтральную систему. Есть также пара гравитационных предзарядов с разными знаками, объединенных в нейтральную систему.

Предложена модель атома света в форме аналога планетной системы. В ее центральной части находится пара гравитационных предзарядов. На периферии находятся электрические предзаряды. Эта система живет в праматерии, элементы которой обеспечивают структуру предзарядов и спектр взаимодействий, достаточный для обеспечения жизнедеятельности.

Атомы гравитации образованы из этих же предзарядов. Они отличаются от атомов света ориентацией по расположению: электрические предзаряды расположены в центре, вторая пара предзарядов расположена на периферии. Фактически гравитация есть форма скрытого света.

Анализ объектных последовательностей на моделях объектных множеств утвердил точку зрения, что они имеют циклическую структуру, в состав которой входит 6 элементов того множества, из которого они генерируются.

Математическая «конечность» таких изделий, с позиции естествознания, обеспечивает глубинные условия для генерации физических изделий с конечными пространственными и другими размерами.

Примем точку зрения, следуя Фарадею и Кельвину, что элементарные частицы имеют систему силовых линий, образованных из объектных последовательностей, состоящих из атомов света и атомов гравитации.

Таковы, в частности, протоны и электроны. Согласно гипотезе, в простейшем случае мы имеем силовые линии, длина которых есть сумма длин каждой последовательности атомов света или гравитации.

Упростим анализ, полагая, что каждая последовательность имеет единую длину  $l_0$ . Тогда длина отрезка силовой линии, отсчитываемая от центра в форме протона или электрона, есть величина

$$L_0 = l_0 n.$$

Система силовых линий образует циклические объектные последовательности, которые расположены на расстояниях, зависящих от числа  $n$  объектных последовательностей на этих линиях.

Следовательно, плотность энергии на каждом слое зависит от энергии на нем и от расстояния от центра

$$\rho_n = \frac{E_n}{\pi l_0^2} \frac{1}{n^2}.$$

На каждом слое может находиться одинаковое число объектных последовательностей (ячеек для энергии).

Тогда мы получаем единое значение энергии  $E_n \equiv E_0$  на каждом слое и потому единое значение для плотности энергии

$$\rho_n = \pi l_1^2 \frac{E_0}{\pi l_0^2} \frac{1}{n^2} = P_0(E_n) \frac{1}{n^2}.$$

Дифференциал этого выражения, характеризующий изменение плотности энергии в зависимости от числа  $n$ , есть

$$d\rho_n = -2P_0(E_n) \frac{1}{n^3} dn = d\left(P_0(E_n) \frac{1}{n^2}\right).$$

Интеграл от данного выражения есть «компенсация» знака дифференциала в пределах от значения  $n_1$  до значения  $n_2$ :

$$\Delta E = P_0(E_n) \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right).$$

Выражение аналогичного вида экспериментально обосновано в теории спектра излучения атома водорода:

$$\Delta E = R \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right).$$

С физической точки зрения атом водорода представлен структурным изделием. Структурные свойства протона и электрона здесь никак не представлены кроме предположения, что обе фундаментальные частицы образованы из 4 предзарядов, которые структурно «обеспечены» свойствами праматерии и живут согласно ее свойствам.

Полевая (внешняя) структура образована предзарядами в форме последовательностей, состоящих из элементов объектных множеств. Эти последовательности цикличны с циклом из 6 элементов. Каждый цикл рассматривается в качестве энергетической ячейки, в которой находятся и функционируют атомы света.

Движущийся электрон при взаимодействии своих силовых линий с силовыми линиями протона способен «удалить» часть этих линий в диапазоне от одной силовой оболочки до другой силовой оболочки.

Удаляемый «блок» силовых линий перестраивается в самостоятельное изделие вне атома водорода в форме молекулы света, двигаясь от ядра на периферию с набором скорости для перехода от покоя в состояние, равновесное для него с позиции сохранения структуры и спектра жизни.

Праматерия «ремонтует» атом водорода после удаления атома света, обеспечивая условия для повторного единства энергетического состояния нарушенных уровней.

В первичном структурном анализе отсутствуют данные об изменении энергетических и структурных свойств электрона. Нет данных о гравитационных силовых линиях, энергетика которых может проявляться в структуре и свойствах гравитационного излучения в форме молекул гравитации.

Поскольку оба типа силовых линий имеют аналогичную структуру, естественно ожидать наличия дискретных спектров гравитационного излучения из атома водорода с константой, зависящей от массовых характеристик.

Поток молекул экспериментально видимого света может и должен быть дополнен как в теории, так на практике, потоками гравитационных молекул с учетом и принятием новых структурных возможностей.

## Объектные аналоги алгебр Грассмана и Клиффорда

Введем в объектном множестве  $M^{16}$  операцию Грассмана

$$x * y = xy - yx.$$

Получим таблицу произведений

*	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	4	2	4	2	12	10	12	10	4	2	4	2	12	10	12	10
2	2	4	2	4	10	12	10	12	2	4	2	4	10	12	10	12
3	4	2	4	2	12	10	12	10	4	2	4	2	12	10	12	10
4	2	4	2	4	10	12	10	12	2	4	2	4	10	12	10	12
5	12	10	12	10	4	2	4	2	12	10	12	10	4	2	4	2
6	10	12	10	12	2	4	2	4	10	12	10	12	2	4	2	4
7	12	10	12	10	4	2	4	2	12	10	12	10	4	2	4	2
8	10	12	10	12	2	4	2	4	10	12	10	12	2	4	2	4
9	4	2	4	2	12	10	12	10	4	2	4	2	12	10	12	10
10	2	4	2	4	10	12	10	12	2	4	2	4	10	12	10	12
11	4	2	4	2	12	10	12	10	4	2	4	2	12	10	12	10
12	2	4	2	4	12	10	12	10	2	4	2	4	12	10	12	10
13	12	10	12	10	4	2	4	2	12	10	12	10	4	2	4	2
14	10	12	10	12	2	4	2	4	10	12	10	12	2	4	2	4
15	12	10	12	10	4	2	4	2	12	10	12	10	4	2	4	2
16	10	12	10	12	2	4	2	4	10	12	10	12	2	4	2	4

Имеет место двойное дублирование расчетных величин. С одной стороны у конформаций есть дублирование по четным и нечетным номерам элементов множества. С другой стороны, есть дублирование по четным и нечетным номерам в расположении самих конформаций.

Генерируемые элементы образуют коммутативные группы на операции суммирования:

$$\begin{aligned} g(1) &\rightarrow [4], \\ g(2) &\rightarrow [2, 4], \\ g(4) &\rightarrow [2, 4, 10, 12]. \end{aligned}$$

Есть 3 группы с разным количеством элементов, матрицы которых, с физической точки зрения, соответствуют конденсации в форме изделия, к которому присоединены еще три других изделия.

Объектное множество имеет 4 подгруппы в форме центрального расширения :

$$g^1(8) = [2, 4, 10, 12, 5, 7, 13, 15], g^2(8) = [2, 4, 10, 12, 6, 8, 14, 16], g^3(8) = [2, 4, 10, 12, 1, 3, 9, 11],$$

$$g^*(16) = [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16].$$

Введем в объектном множестве  $M^{16}$  мультипликативный аналог операции Грассмана

$$x \circ y = (xy)(yx).$$

Получим таблицу

o	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	1	3	1	3	9	11	9	11	1	3	1	3	9	11	9	11
2	3	1	3	1	11	9	11	9	3	1	3	1	11	9	11	9
3	1	3	1	3	9	11	9	11	1	3	1	3	9	11	9	11
4	3	1	3	1	11	9	11	9	3	1	3	1	11	9	11	9
5	9	11	9	11	1	3	1	3	9	11	9	11	1	3	1	3
6	11	9	11	9	3	1	3	1	11	9	11	9	3	1	3	1
7	0	11	9	11	1	3	1	3	9	11	9	11	1	3	1	3
8	11	9	11	9	3	1	3	1	11	9	11	9	3	1	3	1
9	1	3	1	3	9	11	9	11	1	3	1	3	9	11	9	11
10	3	1	3	1	11	9	11	9	3	1	3	1	11	9	11	9
11	1	3	1	3	9	11	9	11	1	3	1	3	9	11	9	11
12	3	1	3	1	11	9	11	9	3	1	3	1	11	9	11	9
13	9	11	9	11	1	3	1	3	9	11	9	11	1	3	1	3
14	11	9	11	9	3	1	3	1	11	9	11	9	3	1	3	1
15	9	11	9	11	1	3	1	3	9	11	9	11	1	3	1	3
16	11	9	11	9	3	1	3	1	11	9	11	9	3	1	3	1

Объектное множество  $M^{16}$  частично ассоциативно. По этой причине элементы множества образуют группы и квазигруппы.

Имеем спектр подмножеств

$$\begin{aligned} q(1) &\rightarrow [1,1], \\ q(2) &\rightarrow [1,3], \quad [1,9], \quad [1,11], \\ q(4) &\rightarrow [1,3,9,11]. \end{aligned}$$

Естественен спектр квазигрупп

$$\begin{aligned} q(8) &= [1,3,9,11], \quad [2,4,10,12], \\ q(8) &= [1,3,9,11], \quad [5,7,13,15], \\ q(8) &= [1,3,9,11], \quad [6,8,14,16]. \end{aligned}$$

Объектное множество в целом есть квазигруппа

$$q(16) \rightarrow [1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16].$$

Следовательно, указанные операции, действующие в объектных множествах, генерируют аналоги нормальных подмножеств.

## Скрытая структура и группы автоморфизмов объектного множества $M^{16}$

Проанализируем генерацию спектров подмножеств объектного множества при выборе одного из подмножеств, например, в форме конформации

$$x_1 = 5, x_2 = 6, x_3 = 7, x_4 = 8,$$

подчинив ее произведениям слева на элемент  $x_{(i)}$  из этой же конформации.

Примем алгоритм

$$\alpha = x_i, \beta = x_{(i)}x_i, \gamma = x_{(i)}(x_{(i)}x_i), \delta = x_{(i)}(x_{(i)}(x_{(i)}x_i)), \varepsilon = x_{(i)}(x_{(i)}(x_{(i)}(x_{(i)}x_i))),$$

$$\alpha = x_i, \beta = x_{(i)}x_i, \gamma = x_{(i)}\beta, \delta = x_{(i)}\gamma, \varepsilon = x_{(i)}\delta.$$

Получим таблицы значений

$x_1 = 5 \rightarrow$	<table border="1" style="display: inline-table;"><thead><tr><th><math>\alpha</math></th><th><math>\beta</math></th><th><math>\gamma</math></th><th><math>\delta</math></th><th><math>\varepsilon</math></th></tr></thead><tbody><tr><td>5</td><td>1</td><td>13</td><td>9</td><td>5</td></tr><tr><td>6</td><td>10</td><td>14</td><td>2</td><td>6</td></tr><tr><td>7</td><td>3</td><td>15</td><td>11</td><td>7</td></tr><tr><td>8</td><td>12</td><td>16</td><td>4</td><td>8</td></tr></tbody></table>	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\varepsilon$	5	1	13	9	5	6	10	14	2	6	7	3	15	11	7	8	12	16	4	8	,
$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\varepsilon$																							
5	1	13	9	5																							
6	10	14	2	6																							
7	3	15	11	7																							
8	12	16	4	8																							

$x_2 = 6 \rightarrow$	<table border="1" style="display: inline-table;"><thead><tr><th><math>\alpha</math></th><th><math>\beta</math></th><th><math>\gamma</math></th><th><math>\delta</math></th><th><math>\varepsilon</math></th></tr></thead><tbody><tr><td>5</td><td>12</td><td>15</td><td>2</td><td>5</td></tr><tr><td>6</td><td>1</td><td>16</td><td>11</td><td>6</td></tr><tr><td>7</td><td>10</td><td>13</td><td>4</td><td>7</td></tr><tr><td>8</td><td>3</td><td>14</td><td>9</td><td>8</td></tr></tbody></table>	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\varepsilon$	5	12	15	2	5	6	1	16	11	6	7	10	13	4	7	8	3	14	9	8	,
$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\varepsilon$																							
5	12	15	2	5																							
6	1	16	11	6																							
7	10	13	4	7																							
8	3	14	9	8																							

$x_3 = 7 \rightarrow$	<table border="1" style="display: inline-table;"><thead><tr><th><math>\alpha</math></th><th><math>\beta</math></th><th><math>\gamma</math></th><th><math>\delta</math></th><th><math>\varepsilon</math></th></tr></thead><tbody><tr><td>5</td><td>3</td><td>13</td><td>11</td><td>5</td></tr><tr><td>6</td><td>12</td><td>14</td><td>4</td><td>6</td></tr><tr><td>7</td><td>1</td><td>15</td><td>9</td><td>7</td></tr><tr><td>8</td><td>10</td><td>16</td><td>2</td><td>8</td></tr></tbody></table>	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\varepsilon$	5	3	13	11	5	6	12	14	4	6	7	1	15	9	7	8	10	16	2	8	,
$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\varepsilon$																							
5	3	13	11	5																							
6	12	14	4	6																							
7	1	15	9	7																							
8	10	16	2	8																							

$x_4 = 8 \rightarrow$	<table border="1" style="display: inline-table;"><thead><tr><th><math>\alpha</math></th><th><math>\beta</math></th><th><math>\gamma</math></th><th><math>\delta</math></th><th><math>\varepsilon</math></th></tr></thead><tbody><tr><td>5</td><td>10</td><td>15</td><td>4</td><td>5</td></tr><tr><td>6</td><td>3</td><td>16</td><td>9</td><td>6</td></tr><tr><td>7</td><td>12</td><td>13</td><td>2</td><td>7</td></tr><tr><td>8</td><td>1</td><td>14</td><td>11</td><td>8</td></tr></tbody></table>	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\varepsilon$	5	10	15	4	5	6	3	16	9	6	7	12	13	2	7	8	1	14	11	8	.
$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\varepsilon$																							
5	10	15	4	5																							
6	3	16	9	6																							
7	12	13	2	7																							
8	1	14	11	8																							

Определим таблицы структуры в расположении элементов и позиции мест.

Получим такие данные для  $x_1 = 5$ :

$$[1 \ 2 \ 3 \ 4] \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, [5 \ 6 \ 7 \ 8] \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$s \qquad \qquad g \qquad \qquad \qquad s \qquad \qquad g$

$$[9 \ 10 \ 11 \ 12] \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, [13 \ 14 \ 15 \ 16] \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$s \qquad \qquad g \qquad \qquad \qquad s \qquad \qquad g$

Получим похожие данные, соответственно, для элементов  $x_2 = 6, x_3 = 7, x_4 = 8$ :

$$[1 \ 2 \ 3 \ 4] \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, [5 \ 6 \ 7 \ 8] \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$s$                        $g$                        $s$                        $g$

$$[9 \ 10 \ 11 \ 12] \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, [13 \ 14 \ 15 \ 16] \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$s$                        $g$                        $s$                        $g$

$$[1 \ 2 \ 3 \ 4] \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, [5 \ 6 \ 7 \ 8] \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$s$                        $g$                        $s$                        $g$

$$[9 \ 10 \ 11 \ 12] \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, [13 \ 14 \ 15 \ 16] \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$s$                        $g$                        $s$                        $g$

$$[1 \ 2 \ 3 \ 4] \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, [5 \ 6 \ 7 \ 8] \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$s$                        $g$                        $s$                        $g$

$$[9 \ 10 \ 11 \ 12] \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, [13 \ 14 \ 15 \ 16] \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$s$                        $g$                        $s$                        $g$

С одной стороны, таблицы иллюстрируют структуру элементов объектного множества, с другой стороны порядок их расположения генерирует четверную группу Клейна.

Пары элементов объектного множества «способны», следуя предложенному алгоритму, «возродить» все множество, имея в наличии одну конформацию:

$$\begin{pmatrix} 13 \\ 5 \\ 13 \\ 5 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 5 & 9 & 13 \\ 2 & 6 & 10 & 14 \\ 3 & 7 & 11 & 15 \\ 4 & 8 & 12 & 16 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 6 \\ 16 \\ 6 \\ 16 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 5 & 12 & 15 \\ 1 & 6 & 11 & 16 \\ 4 & 7 & 10 & 13 \\ 3 & 8 & 9 & 14 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 8 \\ 14 \\ 8 \\ 14 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 4 & 5 & 10 & 15 \\ 3 & 6 & 9 & 16 \\ 2 & 7 & 12 & 13 \\ 1 & 8 & 11 & 14 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 15 \\ 7 \\ 15 \\ 7 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 5 & 11 & 13 \\ 4 & 6 & 12 & 14 \\ 1 & 7 & 9 & 15 \\ 2 & 8 & 10 & 16 \end{pmatrix}, \dots$$

Структурное расположение элементов одной конформации во всех этих ситуациях задается матрицами «глюонного» типа

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Взаимное расположение элементов конформаций в таблицах обеспечивается четверной группой Клейна

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Таблица

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 11 & 13 \\ 4 & 6 & 12 & 14 \\ 1 & 7 & 9 & 15 \\ 2 & 8 & 10 & 16 \end{pmatrix}$$

генерирует матричную группу из 2 элементов

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Проанализируем аддитивные и мультипликативные значения элементов в строках этих матриц.

Получим

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 9 & 13 \\ 2 & 6 & 10 & 14 \\ 3 & 7 & 11 & 15 \\ 4 & 8 & 12 & 16 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{array}{l} 1+5+9+13=12, \\ 2+6+10+14=12, \\ 3+7+11+15=12, \\ 4+8+12+16=12, \end{array} \quad \begin{array}{l} 1 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 13 = 9 = 13 \cdot 9 \cdot 5 \cdot 1, \\ 2 \cdot 6 \cdot 10 \cdot 14 = 9 = 14 \cdot 10 \cdot 6 \cdot 2, \\ 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 15 = 9 = 15 \cdot 11 \cdot 7 \cdot 3, \\ 4 \cdot 8 \cdot 12 \cdot 16 = 9 = 16 \cdot 12 \cdot 8 \cdot 2, \end{array}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 & 12 & 15 \\ 1 & 6 & 11 & 16 \\ 4 & 7 & 10 & 13 \\ 3 & 8 & 9 & 14 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{array}{l} 2+5+12+15=10, \\ 1+6+11+16=10, \\ 4+7+10+13=10, \\ 3+8+9+14=10, \end{array} \quad \begin{array}{l} 2 \cdot 5 \cdot 12 \cdot 15 = 11 = 15 \cdot 12 \cdot 5 \cdot 2, \\ 1 \cdot 6 \cdot 11 \cdot 16 = 11 = 16 \cdot 11 \cdot 6 \cdot 1, \\ 4 \cdot 7 \cdot 10 \cdot 13 = 11 = 13 \cdot 10 \cdot 7 \cdot 4, \\ 3 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 14 = 11 = 14 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 3, \end{array}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 11 & 13 \\ 4 & 6 & 12 & 14 \\ 1 & 7 & 9 & 15 \\ 2 & 8 & 10 & 16 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{array}{l} 3+5+11+13=12, \\ 4+6+12+14=12, \\ 1+7+9+15=12, \\ 2+8+10+16=12, \end{array} \quad \begin{array}{l} 3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 13 = 9 = 13 \cdot 11 \cdot 5 \cdot 3, \\ 4 \cdot 6 \cdot 12 \cdot 14 = 9 = 14 \cdot 12 \cdot 6 \cdot 2, \\ 1 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 15 = 9 = 15 \cdot 9 \cdot 7 \cdot 1, \\ 2 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 16 = 9 = 16 \cdot 10 \cdot 8 \cdot 2, \end{array}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 5 & 10 & 15 \\ 3 & 6 & 9 & 16 \\ 2 & 7 & 12 & 13 \\ 1 & 8 & 11 & 14 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{array}{l} 4+5+10+15=10, \\ 3+6+9+16=10, \\ 2+7+12+13=10, \\ 1+8+11+14=10, \end{array} \quad \begin{array}{l} 4 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 15 = 11 = 15 \cdot 10 \cdot 5 \cdot 4, \\ 3 \cdot 6 \cdot 9 \cdot 16 = 11 = 16 \cdot 9 \cdot 6 \cdot 3, \\ 2 \cdot 7 \cdot 12 \cdot 13 = 11 = 13 \cdot 12 \cdot 7 \cdot 2, \\ 1 \cdot 8 \cdot 11 \cdot 14 = 11 = 14 \cdot 11 \cdot 8 \cdot 1. \end{array}$$

Дополним анализ еще одной матрицей, распределяющей элементы объектного множества на подмножества

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 10 & 12 \\ 1 & 3 & 9 & 11 \\ 5 & 7 & 13 & 15 \\ 6 & 8 & 14 & 16 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{array}{l} 2+4+10+12=4, \\ 1+3+9+11=4, \\ 5+7+13+15=4, \\ 6+8+14+16=4, \end{array} \quad \begin{array}{l} 2 \cdot 4 \cdot 10 \cdot 12 = 1 = 12 \cdot 10 \cdot 4 \cdot 2, \\ 1 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 11 = 1 = 11 \cdot 9 \cdot 3 \cdot 1, \\ 5 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 15 = 1 = 15 \cdot 13 \cdot 7 \cdot 5, \\ 6 \cdot 8 \cdot 14 \cdot 16 = 1 = 16 \cdot 14 \cdot 8 \cdot 6. \end{array}$$

С одной стороны, мы получаем возможности и варианты применения в расчетах не только элементов объектного множества, но и различных их объединений в операционном их представлении. С физической точки зрения модель расчета иллюстрирует «скрытность» или «открытость» структуры объектов и явлений при их экспериментальном исследовании.

С другой стороны, обнаруживается ограниченность параметров отдельных подмножеств и их взаимная дополнительность, что важно как с теоретической, так и с экспериментальной точки зрения.

В третьих, подход к анализу свойств объектных множеств имеет ряд ростковых точек в форме возможных функциональных алгоритмов, обеспечивающих открытие новых свойств и граней анализируемых множеств и их приложений.

В четвертых, мы обнаруживаем «концентрацию» объектного множества в подмножества

$$[1 \ 3 \ 9 \ 11], \quad [2 \ 4 \ 10 \ 12].$$

## Функциональная специфика сада $S^{27}$

Сад  $S^{27}$  многогранен по своей структуре и свойствам. Интерес к нему обусловлен также тем обстоятельством, что на его основе реализовано обобщение моделей триграмм, базовые из которых есть в китайской Книге Перемен.

Обратим внимание на пары элементов с аддитивным условием

$$x + y = 8.$$

Они уникальны на неассоциативном произведении, так как

$$xy = x, \quad yx = y \rightarrow x + y = 8 = xy + yx.$$

Иницируемая функциональная связь есть частное проявление фундаментального закона

$$xy + yx = \text{const} = 8.$$

Его дополняет другой фундаментальный закон

$$(x + y)x + xy + x = \text{const} = 8.$$

Их спектр может быть продолжен. В частности, имеем закон

$$(x + y + x + y) \cdot xxx + (xyxy) + x + x + x = \text{const} = 8.$$

Например, получим

$$(9 + 11 + 9 + 11) \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 + (9 \cdot 11 \cdot 9 \cdot 11) + 9 + 9 + 9 = 12 + 14 = 8, \dots$$

Они выполняются не только в модели анализируемого сада, но и на элементах объектных множеств (со своими константами).

Объектное множество иллюстрирует наличие законов для функциональной генерации различных своих элементов, утверждая точку зрения, что *отдельный элемент (на самом деле) есть «одновременно изделие, состоящее из множества других элементов»*.

Проиллюстрируем функциональную заполненность элемента с номером 9. Рассмотрим значения функции

$$(x + y + x) \cdot xx + (xyx) + x + x = \text{const} = 9.$$

Примеры подтверждают этот закон:

$$\begin{aligned} (1 + 12 + 1) \cdot 1 \cdot 1 + (1 \cdot 12 \cdot 1) + 1 + 1 &= 22 + 26 = 9, \\ (5 + 15 + 5) \cdot 5 \cdot 5 + (5 \cdot 15 \cdot 5) + 5 + 5 &= 26 + 22 = 9, \\ (3 + 1 + 3) \cdot 3 \cdot 3 + (3 \cdot 1 \cdot 3) + 3 + 3 &= 7 + 8 = 9, \\ (7 + 4 + 7) \cdot 7 \cdot 7 + (7 \cdot 4 \cdot 7) + 7 + 7 &= 6 + 3 = 9, \\ (10 + 12 + 10) \cdot 10 \cdot 10 + (10 \cdot 12 \cdot 10) + 10 + 10 &= 8 + 7 = 9, \dots \end{aligned}$$

Объектные множества имеют «внешнее» проявление и внутреннюю структуру элементов.

## Объектный механизм эволюции

Примем модель объектов в форме структурных изделий с конечным числом слагаемых, которые могут взаимодействовать контактно (ассоциативно) и имеют информационный обмен внутри себя и с внешним окружением ( взаимодействуют неассоциативно).

На примере объектных множеств убедимся в том, что достаточно пары условий для того, чтобы создать замкнутое множество на ассоциативной и неассоциативной операциях.

Одно условие состоит в том, что слагаемые объектов могут быть свободны от взаимодействия, математически задавая объект единичной матрицей.

Второе условие состоит в том, что слагаемые объектов могут «склеиваться» в границах одного из возможных слагаемых, что математически представимо матрицей со столбцом, заполненным единицами.

Для 4 предзарядов базовые матрицы объектной эволюции таковы

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow 5, \beta = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow 1.$$

Модульное суммирование матриц  $\beta$  генерирует 4 матрицы в форме столбцов, обозначенные в модели объектного множества  $M^{16}$  натуральными числами

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

(1)                      (2)                      (3)                      (4)

На операции суммирования каждую из этих матриц можно принять в качестве базовой для генерации остальных матриц, утверждая «демократию» активности слагаемых изучаемых объектов

Неассоциативное влияние матрицы «независимых» элементов на эти 4 матрицы задает все элементы объектного множества  $M^{16}$ :

$$5 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times^k \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 13 & 9 & 5 \\ 2 & 6 & 10 & 14 \\ 3 & 15 & 11 & 7 \\ 4 & 8 & 12 & 16 \end{pmatrix}.$$

После того, как создано объектное множество, появляется спектр его функциональных законов, а также дополнительных свойств.

С одной стороны, элементы объектного множества могут быть усложнены влиянием на них группы знаков. Так обеспечивается возможность аддитивной генерации всего множества матричных элементов с последующим их приложениям в расчетных моделях естествознания.

С другой стороны, единичные и нулевые элементы могут быть заменены величинами с зависимостью от координат и времени или от других физико-химических параметров.

В-третьих, объектное множество есть фундамент любой расчетной модели.

С практической точки зрения законы объектных множеств можно принять за основу правил формирования эффективных объединений людей.

Это получится, если, с одной стороны, они состоят из самодостаточных личностей, имеющих успех независимо от внешних условий, способных жить независимо. Кроме этого, они должны обладать качествами эффективного объединения с другими личностями. Такое объединение предполагает наличие синтеза физиологического и информационного обмена. При этом генерируются объединения и свойства, невозможные и недоступные для одного или пары объектов, если они не принадлежат к категории базовых объектов.

Проиллюстрируем пирамиду матриц, представляющих объектную эволюцию при других количествах базовых слагаемых.

Получим

$$M^4$$

$$1 \times \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix},$$

$$M^9$$

$$1 \times \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 4 & 1 \\ 8 & 5 & 2 \\ 9 & 6 & 3 \end{pmatrix},$$

$$M^{16}$$

$$5 \times \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 13 & 9 & 5 \\ 2 & 6 & 10 & 14 \\ 3 & 15 & 11 & 7 \\ 4 & 8 & 12 & 16 \end{pmatrix},$$

$$M^{25}$$

$$1 \times \begin{pmatrix} 16 \\ 17 \\ 18 \\ 19 \\ 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 & 7 & 11 & 21 & 1 \\ 17 & 8 & 12 & 22 & 2 \\ 18 & 9 & 13 & 23 & 3 \\ 19 & 10 & 14 & 24 & 4 \\ 20 & 6 & 15 & 25 & 5 \end{pmatrix},$$

$$M^{36}$$

$$1 \times \begin{pmatrix} 13 \\ 14 \\ 15 \\ 16 \\ 17 \\ 18 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 & 7 & 25 & 31 & 19 & 1 \\ 14 & 8 & 30 & 36 & 24 & 6 \\ 15 & 9 & 29 & 35 & 23 & 5 \\ 16 & 10 & 28 & 34 & 22 & 4 \\ 17 & 11 & 27 & 33 & 21 & 3 \\ 18 & 12 & 26 & 32 & 20 & 2 \end{pmatrix}, \dots$$

Анализ свидетельствует, что другая структура элементов объектного множества задает другие законы объектной эволюции, подтверждая главный закон Вселенной: она применяет в жизни все варианты и возможности.

## Аналогия кривизны поверхности с показателем отношения в электродинамике

Кривизна поверхности

$$z = f(x, y) = wx^2 - y^2$$

задается выражением

$$K = \frac{f_{xx}f_{yy} - f_{xy}^2}{(1 + f_x^2 + f_y^2)^{3/2}}.$$

Поскольку (при  $w = const$ )

$$f_x = 2wx, f_{xx} = 2w, f_y = -2y, f_{yy} = -2, f_{xy} = 0,$$

Получим

$$K = -\frac{4w}{(1 + 4(wx^2 + y^2))^{3/2}} = -\frac{4}{A}w.$$

Соответственно значениям величины  $w$  модель расчета иллюстрирует 3 типа поверхностей с постоянной кривизной: гиперболическую поверхность Лобачевского, поверхность Евклида с нулевой кривизной, эллиптическую поверхность Римана.

Поверхность

$$\varphi(x, y) = w(x)x^2 - y^2$$

проявляет динамику кривизны посредством величин

$$\begin{aligned}\varphi_x &= \partial_x w \cdot x^2 + 2xw(x), \\ \varphi_{xx} &= \partial_{xx} w \cdot x^2 + 4x\partial_x w + 2w(x).\end{aligned}$$

Функция для поверхности в переменных  $x = x', y = ct'$  при условии  $w = const$  применяется в релятивистской электродинамике в качестве инвариантного интервала

$$(s')^2 = w(x')^2 - c^2(t')^2 \leftrightarrow s^2 = wx^2 - c^2t^2.$$

Линейная связь штрихованных и не штрихованных координат задается формулами

$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - w\frac{u^2}{c^2}}}, t' = \frac{t - \frac{u}{c^2}w}{\sqrt{1 - w\frac{u^2}{c^2}}}.$$

Они формально объединяют не только симметрию группы Галилея при  $w = 0$  и симметрию группы Лоренца при  $w = 1$ .

Расчетные возможности допускают отрицательное значение показателя отношения

$$w = -1.$$

Тогда в физической теории учитываются все три геометрии постоянной кривизны. Его нельзя исключать как для полноты геометрической модели, так и с позиции возможностей частиц света.

## Объектные симметрии циклических объектных подмножеств

Один вид циклических объектных подмножеств генерируется условием

$$a_i a_{i+1} = a_{i+2}.$$

На примере объектного множества  $M^{16}$  получим, например, 3 последовательности

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 2 & 3 & 4 & 2 & \rightarrow & 1 & 2 & 2 & \dots \\ 1 & 3 & 3 & 1 & 3 & 3 & \rightarrow & 1 & 3 & 3 & \dots \\ 1 & 4 & 4 & 3 & 2 & 4 & \rightarrow & 1 & 4 & 4 & \dots \end{array}$$

Проанализируем генерацию элементов объектного множества на произведениях таких элементов с различным их объединением согласно скобкам:

$$\begin{array}{ll} 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 2 = 1, & (1 \cdot 2 \cdot 2)(3 \cdot 4 \cdot 2) = 1, \\ 1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 3 = 1, & (1 \cdot 3 \cdot 3)(1 \cdot 3 \cdot 3) = 1, \\ 1 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 4 = 1, & (1 \cdot 4 \cdot 4)(3 \cdot 2 \cdot 4) = 1, \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (1 \cdot 2)(2 \cdot 3)(4 \cdot 2) = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 3, \\ (1 \cdot 3)(3 \cdot 1)(3 \cdot 3) = 3 \cdot 3 \cdot 1 = 3, \\ (1 \cdot 4)(4 \cdot 3)(2 \cdot 4) = 4 \cdot 4 \cdot 3 = 3. \end{array}$$

Пара элементов  $[1, 3]$  есть объектная квазигруппа порядка 2.

Аналогично проанализируем множество циклических последовательностей, первые элементы которых одинаковы, а вторые элементы берутся из первой последовательности:

$$\begin{array}{ll} 16 \cdot 7 \cdot 10 \cdot 8 \cdot 5 \cdot 4 = 1, & (16 \cdot 7)(10 \cdot 8)(5 \cdot 4) = 4 \cdot 7 \cdot 8 = 9, \\ 16 \cdot 10 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 12 \cdot 7, & (16 \cdot 10)(13 \cdot 14)(12 \cdot 7) = 7 \cdot 10 \cdot 14 = 3, \\ 16 \cdot 8 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 9, & (16 \cdot 8)(3 \cdot 6)(8 \cdot 9) = 9 \cdot 8 \cdot 6 = 11, \\ 16 \cdot 5 \cdot 12 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 2, & (16 \cdot 5)(12 \cdot 8)(7 \cdot 2) = 2 \cdot 5 \cdot 8 = 9, \\ 16 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 14 \cdot 12 \cdot 13, & (16 \cdot 4)(7 \cdot 14)(12 \cdot 13) = 13 \cdot 4 \cdot 14 = 3, \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (16 \cdot 7 \cdot 10)(8 \cdot 5 \cdot 4) = 11 \cdot 11 = 1, \\ (16 \cdot 10 \cdot 13)(14 \cdot 2 \cdot 7) = 11 \cdot 11 = 1, \\ (16 \cdot 8 \cdot 3)(6 \cdot 8 \cdot 9) = 11 \cdot 11 = 1, \\ (16 \cdot 5 \cdot 12)(8 \cdot 7 \cdot 2) = 11 \cdot 11 = 1, \\ (16 \cdot 4 \cdot 7)(14 \cdot 12 \cdot 13) = 11 \cdot 11 = 1. \end{array}$$

Объектные последовательности генерируют 4 элемента объектной квазигруппы

$$[1 \ 3 \ 9 \ 11].$$

Аналогичная группа генерируется согласно принятому алгоритму на последовательностях

$$a_{i+1}a_{i+2} = a_{i+1}.$$

Проиллюстрируем ситуацию примером:

$$\begin{aligned} 5 \cdot 10 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 4 \cdot 14 = 1, & \quad (5 \cdot 10 \cdot 6)(7 \cdot 4 \cdot 14) = 9 \cdot 9 = 1, \\ 5 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 2 = 1, & \quad (5 \cdot 6 \cdot 2)(15 \cdot 16 \cdot 2) = 9 \cdot 9 = 1, \\ 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 7 \cdot 3 = 1, & \quad (5 \cdot 7 \cdot 11)(13 \cdot 7 \cdot 3) = 9 \cdot 9 = 1, \\ 5 \cdot 4 \cdot 16 \cdot 7 \cdot 10 \cdot 8 = 1, & \quad (5 \cdot 4 \cdot 16)(7 \cdot 10 \cdot 8) = 9 \cdot 9 = 1, \\ 5 \cdot 14 \cdot 10 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 2 = 1, & \quad (5 \cdot 14 \cdot 10)(15 \cdot 16 \cdot 2) = 9 \cdot 9 = 1, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (5 \cdot 10)(6 \cdot 7)(4 \cdot 14) &= 14 \cdot 10 \cdot 7 = 3, \\ (5 \cdot 6)(2 \cdot 15)(16 \cdot 2) &= 10 \cdot 6 \cdot 15 = 11, \\ (5 \cdot 7)(11 \cdot 13)(7 \cdot 3) &= 3 \cdot 7 \cdot 13 = 9, \\ (5 \cdot 4)(16 \cdot 7)(10 \cdot 8) &= 8 \cdot 4 \cdot 7 = 3, \\ (5 \cdot 14)(10 \cdot 15)(16 \cdot 2) &= 2 \cdot 14 \cdot 15. \end{aligned}$$

Множество объектных последовательностей с другим законом связи элементов генерирует 4 элемента, которые задают объектную квазигруппу на неассоциативном произведении вида

$$[1 \ 3 \ 9 \ 11].$$

Квазигруппы порядка 2 генерируются на предложенном алгоритме для последовательностей с законом

$$a_i a_{i+1} = \sigma.$$

Например,

$$\sigma = 5 \rightarrow \begin{cases} 1 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 13 = 9, & (1 \cdot 5)(9 \cdot 13) = 1, \\ 4 \cdot 16 \cdot 12 \cdot 8 = 9, & (4 \cdot 16)(12 \cdot 8) = 1, \\ 10 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 14 = 9, & (10 \cdot 6)(2 \cdot 14) = 1. \end{cases}$$

Объектная квазигруппа состоит из элементов  $[1, \mu = 9]$ . Аналогично получим

$$\sigma = 2 \rightarrow \begin{cases} 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 3, & (1 \cdot 2)(3 \cdot 4) = 1, \\ 6 \cdot 15 \cdot 8 \cdot 13 = 3, & (6 \cdot 15)(8 \cdot 13) = 1, \\ 15 \cdot 8 \cdot 13 \cdot 6 = 3, & (15 \cdot 8)(13 \cdot 6) = 1. \end{cases}$$

Объектная квазигруппа состоит из элементов  $[1, \mu = 3]$ . Величины  $\sigma, \mu$  согласованы между собой нетривиальным законом

$$\sigma \cdot \mu = \sigma.$$

Циклические объектные последовательности косвенно ассоциированы с квазигруппами на неассоциативной операции.

## Объектные коалгебры

Коалгебры задаются функциями на гомоморфизмах алгебр, соответствуя стандартному алгоритму в теории представлений вида

$$g_1 g_2 = g_{12} \Leftrightarrow f(g_1 g_2) = f(g_1) f(g_2).$$

Найдем модели функций на элементах объектного множества  $M^{16}$ , обеспечивающие аналогии

$$\begin{aligned} ab = c &\Leftrightarrow \psi(a)\psi(b) = \psi(c), \\ a + b = c &\Leftrightarrow \varphi(a) + \varphi(b) = \varphi(c). \end{aligned}$$

Рассматривая элементы объектного множества в качестве реперов объектного векторного пространства, мы единым образом конструируем семейства алгебр и коалгебр на моделях числовых множеств.

Учтем, что операция произведения в объектном множестве частично ассоциативна, и в нем нет условия дистрибутивности. Следовательно, обнаруживаются новые аспекты и грани не только математических законов, но и их приложений в задачах естествознания.

Имеем модель, которая базируется на функциональном условии

$$(xux + y)a(xux + y) + a = 4 = [0] \Leftrightarrow (-a) = (xux + y)a(xux + y).$$

Введем функции

$$\varphi_{x,y}(a) = (xux + y)a(xux + y).$$

Аддитивные и мультипликативные законы для таких функций дублируют аналогичные законы, действующие на элементах объектного множества.

В объектном множестве действует функциональный закон

$$\varphi_{x,y}(z) + z + \varphi_{y,z}(x) + x + \varphi_{zx}(y) = 4 = [0].$$

Объектные алгебры естественно дополняются объектными коалгебрами.

Для конструирования новых объектных коалгебр примем во внимание пару аргументно инвариантных функции

$$\begin{aligned} \psi_x(a)_1 &= (x+a) + xa + x = 2, \\ \psi_x(a)_2 &= xa + ax = a^2 + a^2 = 2. \end{aligned}$$

Их произведение генерирует объектную левую единицу, обозначенную числом 1, их сумма дает объектный ноль, обозначенный числом 4:

$$\begin{aligned} 2 \cdot 2 = 1 \rightarrow [1], \quad \theta(a) = \psi_x(a)_1 \cdot \psi_x(a)_2 = 1, \quad \theta(ab) = \theta(a)\theta(b), \\ 2 + 2 = 4 \rightarrow [0], \quad \omega(a) = \psi_x(a)_1 + \psi_x(a)_2 = [0], \quad \theta(a+b) = \theta(a) + \theta(b). \end{aligned}$$

Эти элементы формируют тривиальные объектные коалгебры. На данном этапе очевидно, что речь идет о спектре алгебра, параметрически зависимым от элементов объектного множества.

Анализ свидетельствует, что каждое объектное множество имеет «свой» коалгебры. Это обусловлено различием структуры их элементов.

Проиллюстрируем ситуацию примерами.

На множестве  $M^{25}$  действует закон

$$\begin{aligned} a + a &= 20 - (x^2 + ay^2 + bz^2), \\ x^2 + ay^2 + bz^2 + a + a &= 20 = [0], \\ x^2 = y^2 = z^2 &= 16. \end{aligned}$$

Подтвердим его примерами:

$$\begin{aligned} a = 3 &\rightarrow 16 + 3 \cdot 16 + 3 \cdot 16 + 3 + 3 = 20, \\ a = 5 &\rightarrow 16 + 5 \cdot 16 + 5 \cdot 16 + 5 + 5 = 20, \\ a = 11 &\rightarrow 16 + 11 \cdot 16 + 11 \cdot 16 + 11 + 11 = 20, \dots \end{aligned}$$

На множестве  $M^{36}$  действует закон

$$\begin{aligned} a &= 18 - 18a18, \\ 18a18 + a &= 18, \\ 18 &= [0]. \end{aligned}$$

Подтвердим его примерами:

$$\begin{aligned} 18 \cdot 1 \cdot 18 + 1 &= 18, \\ 18 \cdot 5 \cdot 18 + 5 &= 18, \\ 18 \cdot 36 \cdot 18 + 36 &= 18, \dots \end{aligned}$$

На множестве  $S^{27}$  действует закон

$$\begin{aligned} a &= 9 - (x^2 + ax^2), \\ x^2 + ax^2 + a &= 9, \\ x^2 &= 7. \end{aligned}$$

Подтвердим его примерами:

$$\begin{aligned} 7 + 1 \cdot 7 + 1 &= 9, \\ 7 + 2 \cdot 7 + 2 &= 9, \\ 7 + 11 \cdot 7 + 11 &= 9, \dots \end{aligned}$$

Согласно примерам, все те функциональные законы, которые действуют на алгебрах объектных множеств, справедливы на объектных коалгебрах.

Например, согласованы законы алгебры и коалгебры в объектном множестве  $M^{16}$  вида

$$\begin{aligned} xy + yx = 2 &= \varphi(x)\psi(y) + \psi(y)\varphi(x), \\ (x+x) + (x \cdot 2)(2 \cdot x) = [1] &= \varphi(x) + \varphi(x) + (\varphi(x) \cdot 2)(2 \cdot \varphi(x)), \dots \end{aligned}$$

Заметим, что аналогичные условия применимы не только для функций, характеризующих элементы коалгебр, но и для функций произвольного вида, независимых от дополнительных условий.

Следовательно, объектные алгебры «демократичны» по условию их функционального расширения, не исключая модели коалгебр.

При этом естественен спектр функциональных алгебр.

## Компенсация неассоциативности на модели алгебраической производной

Запишем модель неоднородной алгебраической производной

$$a(bc) = (ab)c + b(ac) - \varphi(a, b, c) = abc + b(ac) - \varphi(a, b, c)$$

в форме закона для компенсации неассоциативности

$$\Delta = abc - a(bc) = \varphi(a, b, c) - b(ac).$$

На элементах объектного множества  $M^{16}$  с неассоциативной операцией произведения имеем условия

$$cba = abc, \quad a(bc) = b(ac).$$

Следовательно, нарушение алгебраической производной обеспечивается функцией

$$\varphi(a, b, c) = cba.$$

В объектном множестве  $M^{16}$  выполняется закон

$$a(bc) = (ab)c + b(ac) - cba.$$

Он выполняется на каждом объектном множестве. Проиллюстрируем ситуацию примерами:

$$M^{16}$$

$$\begin{aligned} 7(2 \cdot 8) &= 9 = 7 \cdot 2 \cdot 8 + 2(7 \cdot 8) - 8 \cdot 2 \cdot 7 = 1 + 9 - 1 = 9, \\ 14(2 \cdot 3) &= 13 = 14 \cdot 2 \cdot 3 + 2(14 \cdot 3) - 3 \cdot 2 \cdot 14 = 7 + 13 - 7 = 13, \dots \end{aligned}$$

$$M^{25}$$

$$\begin{aligned} 7(2 \cdot 8) &= 7 = 7 \cdot 2 \cdot 8 + 2(7 \cdot 8) - 8 \cdot 2 \cdot 7 = 21 + 7 - 21 = 7, \\ 14(2 \cdot 3) &= 24 = 14 \cdot 2 \cdot 3 + 2(14 \cdot 3) - 3 \cdot 2 \cdot 14 = 15 + 24 - 15 = 24, \dots \end{aligned}$$

$$S^{27}$$

$$\begin{aligned} 7(2 \cdot 8) &= 7 = 7 \cdot 2 \cdot 8 + 2(7 \cdot 8) - 8 \cdot 2 \cdot 7 = 31 + 7 - 31 = 7, \\ 14(2 \cdot 3) &= 10 = 14 \cdot 2 \cdot 3 + 2(14 \cdot 3) - 3 \cdot 2 \cdot 14 = 15 + 10 - 15 = 10, \dots \end{aligned}$$

$$M^{16}$$

$$\begin{aligned} 7(2 \cdot 8) &= 7 = 7 \cdot 2 \cdot 8 + 2(7 \cdot 8) - 8 \cdot 2 \cdot 7 = 31 + 7 - 31 = 7, \\ 14(2 \cdot 3) &= 13 = 14 \cdot 2 \cdot 3 + 2(14 \cdot 3) - 3 \cdot 2 \cdot 14 = 15 + 13 - 15 = 13, \dots \end{aligned}$$

Проанализируем ситуацию в объектном множестве  $M^{16}$  при изменении операции с реализацией модели симметричного пространства, приняв произведение

$$x * y = xux.$$

Компенсация неассоциативности с элементами алгебраической производной теперь такова:

$$\Delta = a * b * c - a * (b * c) = b * c - b * (a * c).$$

Подтвердим закон примерами:

$$\begin{aligned} 7 * 11 * 3 - 7 * (11 * 3) &= 3 - 11 = 11 * 3 - 11 * (7 * 3), \\ 5 * 12 * 10 - 5 * (12 * 10) &= 10 - 4 = 12 * 10 - 12 * (5 * 10), \\ 9 * 15 * 12 - 9 * (15 * 12) &= 2 - 4 = 15 * 12 - 15 * (9 * 12), \dots \end{aligned}$$

Новая операция изменила компенсирующую функцию в законе для алгебраической производной. Такой результат представляется естественным с физической точки зрения, если принять точку зрения, что операции характеризуют взаимодействия.

Усложним задачу посредством пары новых операций

$$\langle x, y \rangle_1 = xux + x, \quad \langle x, y \rangle_2 = xux + y.$$

Они позволяют сохранить структуру алгебраической производной без введения дополнений к ней на основе законов с индексами

$$\langle a, \langle bc \rangle_i \rangle_i = \langle \langle a, b \rangle_i, c \rangle_i + \langle b, \langle a, c \rangle_i \rangle_i, i = 1, 2.$$

Подтвердим эту возможность на подмножестве объектного множества  $M^{16}$

$$a = 10, b = 11, c = 1.$$

На законе с парой индексов получим

$$\begin{aligned} \langle b, c \rangle_1 &= 11 \cdot 1 \cdot 11 + 11 = 12, & \langle b, c \rangle_2 &= 11 \cdot 1 \cdot 11 + 1 = 2, \\ \langle a, \langle b, c \rangle_1 \rangle_1 &= 10 \cdot 12 \cdot 10 + 10 = 2, & \langle a, \langle b, c \rangle_2 \rangle_2 &= 10 \cdot 2 \cdot 10 + 2 = 4, \\ \langle a, b \rangle_1 &= 10 \cdot 11 \cdot 10 + 10 = 3, & \langle a, b \rangle_2 &= 10 \cdot 11 \cdot 10 + 11 = 4, \\ \langle \langle a, b \rangle_1, c \rangle_1 &= 3 \cdot 1 \cdot 3 + 3 = 2, & \langle \langle a, b \rangle_2, c \rangle_2 &= 4 \cdot 1 \cdot 4 + 1 = 4, \\ \langle a, c \rangle_1 &= 10 \cdot 1 \cdot 10 + 10 = 9, & \langle a, c \rangle_2 &= 10 \cdot 1 \cdot 10 + 1 = 4, \\ \langle b, \langle a, c \rangle_1 \rangle_1 &= 11 \cdot 9 \cdot 11 + 11 = 4, & \langle b, \langle a, c \rangle_2 \rangle_2 &= 11 \cdot 4 \cdot 11 + 4 = 2, \\ 2 &= 2 + 4 = 2, & 2 &= 4 + 2 = 2. \end{aligned}$$

Однако так происходит не всегда. Есть подмножества, элементы которых согласованы между собой с применением разных операций слева и справа от знака равенства. Равны не те величины, которые должны были согласовываться между собой.

Есть новая пара частных законов:

$$\langle a, \langle bc \rangle_1 \rangle_1 = \langle \langle a, b \rangle_2, c \rangle_2 + \langle b, \langle a, c \rangle_2 \rangle_2,$$

$$\langle a, \langle bc \rangle_2 \rangle_2 = \langle \langle a, b \rangle_1, c \rangle_1 + \langle b, \langle a, c \rangle_1 \rangle_1.$$

Представим их на подмножестве анализируемого множества

$$a = 1, b = 2, c = 3.$$

Получим подтверждение новых функциональных связей:

$$\begin{aligned} \langle b, c \rangle_1 &= \langle 2, 3 \rangle_1 = 3, & \langle b, c \rangle_2 &= \langle 2, 3 \rangle_2 = 4, \\ \langle a, \langle b, c \rangle_1 \rangle_1 &= \langle 1, 3 \rangle_1 = 4, & \langle a, \langle b, c \rangle_2 \rangle_2 &= \langle 1, 4 \rangle_2 = 2, \\ \langle a, b \rangle_2 &= \langle 1, 2 \rangle_2 = 2, & \langle a, b \rangle_1 &= \langle 1, 2 \rangle_1 = 1, \\ \langle \langle a, b \rangle_2, c \rangle_2 &= \langle 1, 3 \rangle_2 = 4, & \langle \langle a, b \rangle_1, c \rangle_1 &= \langle 1, 3 \rangle_1 = 4, \\ \langle a, c \rangle_2 &= \langle 1, 3 \rangle_2 = 2, & \langle a, c \rangle_1 &= \langle 1, 3 \rangle_1 = 4, \\ \langle b, \langle a, c \rangle_2 \rangle_2 &= \langle 2, 2 \rangle_2 = 4, & \langle b, \langle a, c \rangle_1 \rangle_1 &= \langle 2, 4 \rangle_1 = 2, \\ 4 &= 4 + 4 = 4, & 2 &= 4 + 2 = 2. \end{aligned}$$

Естественно возникает пара вопросов. В чем глубинное различие подмножеств объектного множества на введенной паре операций? Каков функциональный алгоритм компенсации этих различий?

Анализ предьявляет семейство частных законов, подтверждая известную истину жизни: конкретика многовариантна, моделируя спектр состояний, зависящий от структуры изделий и от свойств их взаимодействий. Чем сложнее указанная пара, чем богаче этот спектр, который позволяет решать ряд задач без понимания и без знания общих законов.

Укажем модель компенсатора неассоциативности для введенной операции.

Введем 4 функции

$$\begin{aligned} A &= \langle a, \langle b, c \rangle \rangle + \langle b, \langle c, a \rangle \rangle + \langle c, \langle a, b \rangle \rangle, \\ B &= \langle \langle a, b \rangle, c \rangle + \langle \langle b, c \rangle, a \rangle + \langle \langle c, a \rangle, b \rangle, \\ C &= \langle \langle b, a \rangle, c \rangle + \langle \langle a, c \rangle, b \rangle + \langle \langle c, b \rangle, a \rangle, \\ D &= \langle a, \langle c, b \rangle \rangle + \langle c, \langle b, a \rangle \rangle + \langle b, \langle a, c \rangle \rangle. \end{aligned}$$

Анализ свидетельствует о возможности их объединения с генерацией объектного нуля

$$\Xi = A - B + C - D = 4 = [0].$$

Следовательно

$$\begin{aligned} \langle a, \langle b, c \rangle \rangle - \langle \langle a, b \rangle, c \rangle &= \langle b, \langle a, c \rangle \rangle + \langle c, \langle b, a \rangle \rangle + \langle a, \langle c, b \rangle \rangle + \langle \langle b, c \rangle, a \rangle + \langle \langle c, a \rangle, b \rangle - \\ &- \langle b, \langle c, a \rangle \rangle - \langle c, \langle a, b \rangle \rangle - \langle \langle b, a \rangle, c \rangle - \langle \langle c, b \rangle, a \rangle - \langle \langle a, c \rangle, b \rangle. \end{aligned}$$

Подтвердим корректность закона примером.

Пусть

$$a = 1, b = 6, c = 13.$$

На операции  $\langle x, y \rangle = xux + y$  получим слагаемые

$$\begin{aligned}\langle a, b \rangle &= \langle 1, 6 \rangle = 16 + 6 = 2, & \langle b, a \rangle &= \langle 6, 1 \rangle = 11 + 1 = 12, \\ \langle b, c \rangle &= \langle 6, 13 \rangle = 15 + 13 = 12, & \langle c, b \rangle &= \langle 13, 6 \rangle = 8 + 6 = 10, \\ \langle c, a \rangle &= \langle 13, 1 \rangle = 9 + 1 = 10, & \langle a, c \rangle &= \langle 1, 13 \rangle = 5 + 13 = 2.\end{aligned}$$

$$\langle a, \langle b, c \rangle \rangle = \langle 1, 12 \rangle = 10 + 12 = 2,$$

$$\langle \langle a, b \rangle, c \rangle = \langle 2, 13 \rangle = 7 + 13 = 4,$$

$$\langle a, \langle b, c \rangle \rangle - \langle \langle a, b \rangle, c \rangle = 2 - 4 = 2.$$

$$\begin{aligned}\langle b, \langle a, c \rangle \rangle &= \langle 6, 2 \rangle = 10 + 2 = 12, & \langle b, \langle c, a \rangle \rangle &= \langle 6, 10 \rangle = 2 + 10 = 12, \\ \langle c, \langle b, a \rangle \rangle &= \langle 13, 12 \rangle = 2 + 12 = 10, & \langle c, \langle a, b \rangle \rangle &= \langle 13, 2 \rangle = 12 + 2 = 10, \\ \langle a, \langle c, b \rangle \rangle &= \langle 1, 10 \rangle = 12 + 10 = 2, & \langle \langle b, a \rangle, c \rangle &= \langle 12, 13 \rangle = 7 + 13 = 4, \\ \langle \langle b, c \rangle, a \rangle &= \langle 12, 1 \rangle = 3 + 1 = 4, & \langle \langle c, b \rangle, a \rangle &= \langle 10, 1 \rangle = 3 + 1 = 4, \\ \langle \langle c, a \rangle, b \rangle &= \langle 10, 6 \rangle = 14 + 6 = 4. & \langle \langle a, c \rangle, b \rangle &= \langle 2, 6 \rangle = 14 + 6 = 4.\end{aligned}$$

Разность суммы значений в столбцах есть величина  $\omega_1 - \omega_2 = 2 - 4 = 2$ .

На операции  $\langle x, y \rangle = xux + x$  получим слагаемые

$$\begin{aligned}\langle a, b \rangle &= \langle 1, 6 \rangle = 16 + 1 = 5, & \langle b, a \rangle &= \langle 6, 1 \rangle = 11 + 6 = 5, \\ \langle b, c \rangle &= \langle 6, 13 \rangle = 15 + 6 = 9, & \langle c, b \rangle &= \langle 13, 6 \rangle = 8 + 13 = 9, \\ \langle c, a \rangle &= \langle 13, 1 \rangle = 9 + 13 = 14, & \langle a, c \rangle &= \langle 1, 13 \rangle = 5 + 1 = 14.\end{aligned}$$

$$\langle a, \langle b, c \rangle \rangle = \langle 1, 9 \rangle = 9 + 1 = 10,$$

$$\langle \langle a, b \rangle, c \rangle = \langle 5, 13 \rangle = 13 + 5 = 2,$$

$$\langle a, \langle b, c \rangle \rangle - \langle \langle a, b \rangle, c \rangle = 10 - 2 = 12.$$

$$\begin{aligned}\langle b, \langle a, c \rangle \rangle &= \langle 6, 14 \rangle = 14 + 6 = 4, & \langle b, \langle c, a \rangle \rangle &= \langle 6, 14 \rangle = 14 + 6 = 4, \\ \langle c, \langle b, a \rangle \rangle &= \langle 13, 5 \rangle = 5 + 13 = 2, & \langle c, \langle a, b \rangle \rangle &= \langle 13, 5 \rangle = 5 + 13 = 2, \\ \langle a, \langle c, b \rangle \rangle &= \langle 1, 9 \rangle = 9 + 1 = 10, & \langle \langle b, a \rangle, c \rangle &= \langle 5, 13 \rangle = 13 + 5 = 2, \\ \langle \langle b, c \rangle, a \rangle &= \langle 9, 1 \rangle = 1 + 9 = 10, & \langle \langle c, b \rangle, a \rangle &= \langle 9, 1 \rangle = 1 + 9 = 10, \\ \langle \langle c, a \rangle, b \rangle &= \langle 14, 6 \rangle = 6 + 14 = 4. & \langle \langle a, c \rangle, b \rangle &= \langle 14, 6 \rangle = 6 + 14 = 4.\end{aligned}$$

## Спектр компенсаторов в объектном множестве $M^{25}$ на паре цветových операций

Назовем объединение операций произведения с операцией суммирования для любой пары элементов объектного множества термином цветовой операция.

Введем пару цветových операций

$$\langle x, y \rangle_1 = xyx + x, \quad \langle x, y \rangle_2 = xux + y.$$

Анализ действия таких операций в объектном множестве  $M^{25}$  свидетельствует о наличии не одного, а спектра равенств между парами элементов.

Спектр пар, эквивалентных по цветовому произведению *на первой операции*, по крайней мере, задается двумя алгоритмами.

На неассоциативном произведении и на ассоциативном суммировании эффективен такой алгоритм

$$\langle a, b \rangle_1 = \langle b, aba \rangle_1.$$

Он обеспечивает перемену положения в паре элементов при сохранении итога операции, меняя первый элемент пары.

Другой алгоритм задает спектр «равновесных» состояний для различных пар элементов по итогу действия цветовой операции.

Для этого достаточно согласовать некоторые суммы:

$$\begin{aligned} \langle a, b \rangle_1 &= \langle c, d \rangle_1, \\ a + a + b &= c + c + d. \end{aligned}$$

Проиллюстрируем ситуацию примерами, используя таблицы произведений и сумм для элементов объектного множества.

Сравним два расчета

$$\begin{aligned} \langle 10, 5 \rangle_1 &= 10 \cdot 5 \cdot 10 + 10 = 23 + 10 = 2, & 10 + 10 + 5 &= 9, \\ \langle 5, 23 \rangle_1 &= 5 \cdot 23 \cdot 5 + 5 = 17 + 5 = 2, & 5 + 5 + 23 &= 9, \\ \langle 11, 25 \rangle_1 &= 11 \cdot 25 \cdot 11 + 11 = 8 + 11 = 23, & 11 + 11 + 25 &= 12, \\ \langle 25, 8 \rangle_1 &= 25 \cdot 8 \cdot 25 + 25 = 18 + 25, & 25 + 25 + 8 &= 12, \dots \end{aligned}$$

Они подтверждают указанный алгоритм.

Найдем пару элементов с тем же итогом цветového действия:

$$\begin{aligned} \langle 6, 14 \rangle_1 &= 6 \cdot 14 \cdot 6 + 6 = 16 + 6 = 7, & 6 + 6 + 14 &= 4, \\ 14 + 14 + 16 &= 4, & \langle 14, 16 \rangle_1 &= 14 \cdot 16 \cdot 14 + 14 = 2 + 14 = 7 \end{aligned}$$

Принципиально иначе выглядят спектры «равновесных» состояний на другой цветовой операции. Так объектное множество показывает и утверждает зависимость взаимодействия от порядка управления в системе, состоящей из двух элементов. В аналогичном виде ранее так проявляло себя нарушение коммутативности. Однако оно действовало на ассоциативной операции произведения.

В рассматриваемом случае произведение элементов неассоциативно и оно объединено с ассоциативной операцией суммирования.

С одной стороны, результат операции не зависит от управляемого элемента  $x$  в их паре:

$$\langle a, b \rangle_2 = \langle a, x \rangle_2.$$

Такое поведение пары элементов числового множества не только необычно, оно непонятно.

С другой стороны, при наличии 3 элементов возможны различные их объединения для конструирования управляемого элемента:

$$\langle \langle a, b \rangle_2, c \rangle_2 = \langle \langle a, b \rangle_2, \varphi(a, b, c) \rangle,$$

$$\varphi(a, b, c) = \begin{cases} a + b + c, \\ abc, \\ x, \dots \end{cases}$$

Проиллюстрируем независимость результата в произведении пары элементов от второго элемента:

$$\begin{aligned} 11 \cdot 2 \cdot 11 + 2 &= 2, & 12 \cdot 2 \cdot 12 + 2 &= 4, \\ 11 \cdot 10 \cdot 11 + 10 &= 2, & 12 \cdot 10 \cdot 12 + 10 &= 4, \\ 11 \cdot 15 \cdot 11 + 15 &= 2, & 12 \cdot 15 \cdot 12 + 15 &= 4, \\ 11 \cdot 21 \cdot 11 + 21 &= 2, & 12 \cdot 21 \cdot 12 + 21 &= 4, \\ 7 \cdot 2 \cdot 7 + 2 &= 12, & 8 \cdot 2 \cdot 8 + 2 &= 14, & 10 \cdot 2 \cdot 10 + 2 &= 13, \\ 7 \cdot 10 \cdot 7 + 10 &= 12, & 8 \cdot 10 \cdot 8 + 10 &= 14, & 10 \cdot 10 \cdot 10 + 10 &= 13, \\ 7 \cdot 15 \cdot 7 + 15 &= 12, & 8 \cdot 15 \cdot 8 + 15 &= 14, & 10 \cdot 15 \cdot 10 + 15 &= 13, \\ 7 \cdot 21 \cdot 7 + 21 &= 12, & 8 \cdot 21 \cdot 8 + 21 &= 14, & 10 \cdot 21 \cdot 10 + 21 &= 13, \dots \end{aligned}$$

Таблица генерации элементов объектного множества по первому элементу цветовой операции такова:

$a$	1	2	3	4	5
$\sum$	22	24	21	23	25
$b$	6	7	8	9	10
$\sum$	15	12	14	11	13
$c$	11	12	13	14	15
$\sum$	2	4	1	3	5
$d$	16	17	18	19	20
$\sum$	17	19	16	18	20
$e$	21	22	23	24	24
$\sum$	8	10	7	9	6

Наличие спектра компенсаций в задаче действия пары элементов на цветовых операциях имеет значение для понимания тонкостей и сути взаимодействия живых объектов.

С одной стороны, разные пары способны достичь одного результата при «согласии» их с законами, действующими в множестве.

С другой стороны, перемена управления, для достижения одинакового результата, требует перемены элемента, который был ранее управляющим в паре.

В-третьих, при сохранении управляющего элемента возможны хорошие итоги на разных управляемых элементах.

## Центральное расширение групп, индуцированное объектным множеством

Расширение групп называется центральным расширением, если предыдущая группа есть нормальная подгруппа расширенной группы.

Анализ свидетельствует, что конформация таблицы произведения элементов объектного множества  $M^{16}$  с нечетными номерами, совместно с конформацией его элементов с четными номерами, задает элементы множества в форме центрального расширения групп.

Действительно, имеем пару таблиц

$k$ $\times$	1	3	5	7	9	11	13	15
1	9	11	13	15	1	3	5	7
3	11	9	15	13	3	1	7	5
5	13	15	9	11	5	7	1	3
7	15	13	11	9	7	5	3	1
9	5	7	1	3	9	11	13	15
11	7	5	3	1	11	9	15	13
13	1	3	5	7	13	15	9	11
15	3	1	7	5	15	13	11	9

$s$ $+$	2	4	6	8	10	12	14	15
2	16	14	12	10	4	2	8	6
4	14	16	10	12	2	4	6	8
6	12	10	16	14	8	6	4	2
8	10	12	14	16	6	8	2	4
10	4	2	8	6	12	10	16	14
12	2	4	6	8	10	12	14	16
14	8	6	4	2	16	14	12	10
16	6	8	2	4	14	16	10	12

Расположение элементов в таблицах зададим матрицами размерности 8. Их удобно представить матрицами размерности 2 с элементами в форме 4 матриц размерности 4 вида

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$E \qquad A \qquad B \qquad C$

Они задают четверную группу Клейна, в которой единичная матрица есть нормальная ее подгруппа

$$[E \ A \ B \ C].$$

Согласно таблице неассоциативных произведений получим

$$\begin{pmatrix} E & 0 \\ 0 & E \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & A \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} B & 0 \\ 0 & B \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} C & 0 \\ 0 & C \end{pmatrix},$$

9                      11                      13                      15

$$\begin{pmatrix} 0 & E \\ B & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & A \\ C & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & B \\ E & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & C \\ A & 0 \end{pmatrix}.$$

1                      3                      5                      7

Эти 8 матриц образуют группу на матричной операции, для которой четверная группа есть базовая группа для расширения, нормальная подгруппа для которой получена на тензорном произведении единичной матрицы с элементами четверной группы Клейна.

Согласно таблице суммирования элементов объектного множества с четными номерами получим новые матрицы размерности 8, представленные матрицами размерности 2:

$$\begin{array}{cccc} \begin{pmatrix} E & 0 \\ 0 & B \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & C \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} B & 0 \\ 0 & E \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} C & 0 \\ 0 & A \end{pmatrix}, \\ 16 & 14 & 12 & 10 \\ \begin{pmatrix} 0 & E \\ E & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & B \\ B & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & C \\ C & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & A \\ A & 0 \end{pmatrix}. \\ 4 & 2 & 8 & 6 \end{array}$$

Дополнив этими матрицами 8 предыдущих матриц, мы получаем расширение группы, в котором предыдущие матрицы есть нормальная подгруппа.

Следующее расширение дополняет указанные матрицы новыми элементами.

Вся группа имеет порядок 32, а предыдущие ее 16 элементов задают нормальную подгруппу:

$$\begin{array}{l} \begin{pmatrix} E & 0 \\ 0 & E \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & A \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} B & 0 \\ 0 & B \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} C & 0 \\ 0 & C \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & E \\ E & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & A \\ A & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & B \\ B & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & C \\ C & 0 \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} E & 0 \\ 0 & A \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & E \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & E \\ A & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & A \\ E & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} E & 0 \\ 0 & B \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} B & 0 \\ 0 & E \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & E \\ B & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & B \\ E & 0 \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} E & 0 \\ 0 & C \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} C & 0 \\ 0 & E \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & E \\ C & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & C \\ E & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} B & 0 \\ 0 & A \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & A \\ B & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & B \\ A & 0 \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & C \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} C & 0 \\ 0 & A \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & A \\ C & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & C \\ A & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} B & 0 \\ 0 & C \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} C & 0 \\ 0 & B \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & B \\ C & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & C \\ B & 0 \end{pmatrix}. \end{array}$$

Фактически мы сконструировали модель спин-тензорного произведения с произведением элементов по строкам вида

$$\begin{array}{ll} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \xi & 0 \\ 0 & \eta \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} \eta \\ \xi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \eta & 0 \\ 0 & \xi \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \xi \\ \eta & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} \eta \\ \xi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \eta \\ \xi & 0 \end{pmatrix}. \end{array}$$

Элемент матричной группы, индуцированной структурой конформаций произведений и сумм элементов объектного множества, базируются на парах из 4 элементов группы Клейна:

$$\begin{array}{l} \begin{pmatrix} E \\ E \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} A \\ A \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} B \\ B \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} C \\ C \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} E \\ A \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} E \\ B \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} E \\ C \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} A \\ E \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} B \\ E \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} C \\ E \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} B \\ A \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} A \\ C \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} C \\ A \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} B \\ C \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} C \\ B \end{pmatrix}. \end{array}$$

## Конструктивные действия лупы Болла в объектном множестве

Болл предложил и исследовал функциональное условие связи 3 элементов множества

$$(x(yx))z = x(y(xz)).$$

Оно выполняется в объектном множестве. Например, получим

$$\begin{aligned}(6(4 \cdot 6))1 &= 16 = 6(4(6 \cdot 1)), \\ (4(1 \cdot 4))6 &= 10 = 4(1(4 \cdot 6)), \dots\end{aligned}$$

Дополним это условие элементом, с которым каждое подмножество объектного множества из 3 элементов в сумме с указанными функциями генерирует единый элемент

$$(x(yx))z + (z(xy))x = 10.$$

Подтвердим выражение примерами:

$$\begin{aligned}(1(2 \cdot 1))3 + (3(1 \cdot 2))1 &= 14 + 16 = 10, \\ (5(16 \cdot 5))11 + (11(5 \cdot 16))5 &= 14 = 12 + 2 = 10, \\ (14(3 \cdot 14))7 + (7(14 \cdot 3))14 &= 11 + 11 = 10, \\ (9(15 \cdot 9))4 + (4(9 \cdot 15))9 &= 4 + 6 = 10, \dots\end{aligned}$$

Фактически мы имеем пару условий

$$\begin{aligned}(x(yx))z + (z(xy))x &= 10, \\ x(y(xz)) + (z(xy))x &= 10.\end{aligned}$$

Их сумма генерирует объектный ноль. С физической точки зрения так получается алгоритм обеспечения аргументной инвариантности для пары выражений с любыми 3 элементами объектного множества.

Кроме этого, дан прием конструирования конкретных изделий с указанными свойствами: изделий с иерархией в очередности их взаимодействия.

Естественно учитывать, что изделие Болла может обеспечивать дискретный спектр своих состояний, зависящий от порядка в расположении элементов:

$$\begin{aligned}(x(yx))z &= x(y(xz)), & (4(13 \cdot 4))7 &= 1, \\ (x(zx))y &= x(z(xy)), & (4(7 \cdot 4))13 &= 1, \\ (y(xy))z &= y(x(yz)), & (13(4 \cdot 13))7 &= 16, \\ (y(zx))x &= y(z(yx)), & (13(7 \cdot 13))4 &= 16, \\ (z(yz))x &= z(y(zx)), & (7(13 \cdot 7))4 &= 6, \\ (z(xz))y &= z(x(zx)), & (7(4 \cdot 7))13 &= 6.\end{aligned}$$

Следовательно, квазигруппа Болла конструктивна в объектном множестве.

Указанные условия относятся к категории частных законов. Они верны не на каждом из подмножеств, а только на некоторых конкретных реализациях.

Естественно найти общие законы, действующие в объектном множестве.

Анализ подсказывает алгоритмы объединения троек структурно «зеркальных» функций. В качестве примера возьмем за основу такие пары:

$$\begin{aligned} A_1 &= x y z, & B_1 &= z y x, \\ A_2 &= (x(yx))z, & B_2 &= z((xy)x), \\ A_3 &= (z(xy))x, & B_3 &= x((yx)z). \end{aligned}$$

Выполним их объединение:

$$\begin{aligned} \Omega_{AB} &= A_1 B_1 + A_2 B_2 + A_3 B_3, & \Omega_{BA} &= B_1 A_1 + B_2 A_2 + B_3 A_3, \\ \Omega(+) &= A_1 + A_2 + A_3 + B_1 + B_2 + B_3. \end{aligned}$$

На спектре подмножеств получим таблицы значений:

$x$	$y$	$z$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$\Omega(+)$	$\Omega_{12}$
5	1	10	4	8	2	6	6	6	16	11
4	15	8	8	2	8	8	8	8	10	13
1	6	4	9	9	9	11	9	11	10	11
7	9	11	11	15	15	15	11	15	10	11
15	8	3	16	16	14	12	14	12	12	11
13	7	16	4	4	6	2	6	2	16	11
3	4	5	14	10	12	14	16	14	12	11
11	12	15	16	16	14	16	14	16	12	11
2	10	13	16	10	12	10	14	10	10	11
11	7	16	4	4	6	2	6	2	16	11

$x$	$y$	$z$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$\Omega(+)$	$\Omega_{21}$
5	1	10	4	8	2	6	6	6	16	11
4	15	8	8	2	8	8	8	8	10	13
1	6	4	9	9	9	11	9	11	10	11
7	9	11	11	15	15	15	11	15	10	11
15	8	3	16	16	14	12	14	12	12	11
13	7	16	4	4	6	2	6	2	16	11
3	4	5	14	10	12	14	16	14	12	11
11	12	15	16	16	14	16	14	16	12	11
2	10	13	16	10	12	10	14	10	10	11
11	7	16	4	4	6	2	6	2	16	11

Следовательно, в объектном множестве реализуются законы

$$\Omega(+) + \Omega(+) = 12 = [0], \quad \Omega_{12} + \Omega_{12} = 10 = \Omega_{21} + \Omega_{21}.$$

## Конструктивные действия лупы Муфанг в объектном множестве

Муфанг предложила и исследовала спектр функциональных условий для 3 элементов:

$$A_1 = ((xy)x)z = x(y(xz)) = B_1,$$

$$A_2 = x(y(zx)) = ((xy)z)y = B_2,$$

$$A_3 = (xy)(zx) = x(yz)x = B_3.$$

В объектном множестве  $M^{16}$  они выполняются частично. Объединим эти функции:

$$\Omega_{12} = A_1B_1 + A_2B_2 + A_3B_3, \quad \Omega_{21} = B_1A_1 + B_2A_2 + B_3A_3,$$

$$\Omega = \Omega_{12} + \Omega_{21}.$$

Тогда на его подмножествах

$x$	$y$	$z$	$S$
1	2	3	6
15	2	8	13
10	7	6	11
5	6	7	2
11	2	14	3

получим новые равенства:

$S$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$\Omega_{12}$	$\Omega_{21}$	$\Omega$
6	10	9	14	14	13	14	11	11	10
13	9	8	9	9	2	15	11	11	10
11	10	7	12	12	1	16	11	11	10
2	10	9	14	14	13	14	11	11	10
3	7	10	7	7	12	5	11	11	10
3	7	11	7	7	11	7	11	11	10

Во всех случаях итоговые пары генерируют объектный вакуум, так как  $\Omega + \Omega = 12 = [0]$ .

Значения в последней строке таблицы получены на ассоциативном подмножестве элементов  $[x, y, z]$ . На его элементах выполняются законы Муфанг.

Таблицей значений на ассоциативных подмножествах иллюстрирует ограниченность этого закона:

$x$	$y$	$z$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$\Omega_{12}$	$\Omega_{21}$	$\Omega$
11	7	13	7	11	7	7	11	7	11	11	10
16	2	9	8	10	6	6	10	8	11	11	10
13	9	9	9	13	9	9	13	9	11	11	10
12	1	13	1	12	3	3	12	1	11	11	10

Мы замечаем функциональную дополнительную ассоциативности и неассоциативности.

## Генерация групп на модели магического квадрата Ло Шу

Числовой магический квадрат Ло Шу содержит 9 натуральных чисел:

$$\begin{pmatrix} 4 & 9 & 2 \\ 3 & 5 & 7 \\ 8 & 1 & 6 \end{pmatrix}.$$

Будем двигаться в нем от элементов, обозначающих строку конструируемой матрицы к тому элементу, который обозначает его положение в этой строке согласно номеру, достижимому на принятом интервале перемены мест.

Например, примем движение против часовой стрелки при смещении на одно место. Тогда получим расположение в соответствующих строках согласно новому элементу:

$$1 \rightarrow 6, 2 \rightarrow 9, 3 \rightarrow 8, 4 \rightarrow 3, 5 \rightarrow 5, 6 \rightarrow 7, 7 \rightarrow 2, 8 \rightarrow 1, 9 \rightarrow 4.$$

Вероятность найденного расположения равна единице согласно структуре магического квадрата. Следовательно, указанное соответствие можно представить матрицей

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow 6.$$

Матрица обозначена натуральным числом по месту значимого элемента в первой строке.

Выполнив перемещения на разных удалениях от элементов, обозначающих строки, как по часовой стрелке, так и против ее, получим еще 7 матриц. Например, получим

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow 1.$$

Единичной матрице «отвечает» перемещение от начального элемента на 8 мест.

Некоторые перемещения с разными «удалениями» от начальных элементов едины, уменьшая количество генерируемых матриц:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow 2, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow 3,$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow 4, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow 7,$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow 8, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow 9.$$

Так получается конечное множество матриц мономиальной структуры, ассоциированное с моделью числового магического квадрата Ло Шу.

С эмпирической точки зрения нами принято взаимное внутреннее управление, имеющее спектр свойств. С одной стороны, элементы проявляют свои числовые значения, указывая на положение значимого элемента в строке, обозначенной «начальным» номером. С другой стороны, принят механизм дискретного перемещения по модели, как по часовой стрелке, так и в обратную сторону. В третьих, дано представление ситуаций в форме матриц с фиксацией полного их набора. Естественно иницируется их дальнейший анализ.

Выполнив матричное произведение найденных элементов, получим таблицу, которая подтверждает, что множество есть группа:

$m$ $\times$	1	2	3	4	6	7	8	9
1	1	2	3	4	6	7	8	9
2	2	3	6	1	9	4	7	8
3	3	6	9	2	8	1	4	7
4	4	1	2	7	3	8	9	6
6	6	9	8	3	7	2	1	4
7	7	4	1	8	2	9	6	3
8	8	7	4	9	1	6	3	2
9	9	8	7	6	4	3	2	1

Укажем матрицы, ассоциированные с таблицей, в форме 8 элементов множества:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

(1) (2)

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

(3) (4)

Новые матрицы иллюстрируют табличные связи для анализируемых элементов группы. Они задают «внутренние» свойства отношений, которые были скрыты до действия матричной операции. Фактически можно говорить об *операционном представлении отношений* между элементами анализируемого множества.

Операционное представление дополнительно представлению, которое индуцировано при перемещении «точек опоры» от одних элементов к другим, проявляя симметрию движений с учетом спектра дополнительных условий.

Дополняют картину еще 4 матрицы:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

(6)

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

(7)

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

(8)

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

(9)

Во всех случаях квадрат каждой матрицы есть единичная матрица

$$\xi_i^2 = E, i = 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9.$$

Объединяя матрицы с единичной матрицей, мы конструируем 8 групп порядка 2.

Заметим, что пары полученных матриц способны коммутативно генерировать матрицу с элементами на второй диагонали. Обозначим ее буквой S:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Соответственно получим 4 группы порядка 4, конформация которых есть 4-группа Клейна:

$$[E \ 1 \ 9 \ S], \quad [E \ 2 \ 8 \ S], \quad [E \ 3 \ 7 \ S], \quad [E \ 4 \ 6 \ S].$$

## Спектр операционных базисных генераций объектного множества

Известен алгоритм генерации векторного пространства на «логической» цепочке слов, образующих его базис из нулей и единиц, которые расположены в различных местах «цепи»:

$$e_1 = [1 \ 0 \ 0 \ 0], e_2 = [0 \ 1 \ 0 \ 0], e_3 = [0 \ 0 \ 1 \ 0], e_4 = [0 \ 0 \ 0 \ 1].$$

Векторы получаются на их аддитивном объединении с применением операции «наполнения» базисных элементов посредством операции произведения с «числами» или функциями.

Аддитивно-мультипликативная генерация базисных элементов применена Клиффордом в его модели геометрической алгебры. С одной стороны, задается начальный базисный ряд на условии согласования элементов  $e^a$  с диагональной моделью метрики  $\eta^{ab}$  с сигнатурой

$$e^a e^d + e^b e^a = 2\eta^{ab} E.$$

С другой стороны, так сконструированный «воображаемый» базис дополняется элементами с условиями циклического произведения начальных элементов, при их расположении согласно порядку присвоенных номеров. В-третьих, наполнение конечного множества элементов порядка  $2^n$ , согласно стандартной методике, обеспечивает конструкцию элементов алгебры с условиями их ассоциативности и дистрибутивности.

Модель кватернионов Гамильтона как расширение модели комплексных чисел основана на триаде формально заданных базисных элементов  $i, j, k$  с выполнением ряда условий

$$ijk = -E, ij = -jk, \dots$$

Алгоритм Кэли-Диксона генерации кватернионов на модели комплексных чисел, а также октонионов на модели кватернионов базируется на указанных приемах.

Множество объектных чисел конструируется иначе: начальные ее элементы – матрицы определенного вида. Их множество замкнуто на спектре ассоциативных операций, а также на спектре неассоциативных операций. При этом известные операции дополнены качественно новыми операциями. В итоге генерируется спектр таблиц, которые удобны для исследования функциональной специфики объектных множеств.

Элементы множества обозначены натуральными числами, что упрощает представление результатов и облегчает расчетный анализ.

Естественно проанализировать генерацию всего объектного множества на основе выбора его подмножества и алгоритма операционного его превращения.

Убедимся в наличии спектра таких возможностей на примере объектного множества  $M^{16}$ . Рассмотрим аналог алгоритма Клиффорда на базисных элементах

$$[ \ 1 \ 4 \ 11 \ 13 \ 15 ].$$

Дополнив их элементами на произведениях Клиффорда, получим все их множество:

$$1 \cdot 4 = 14, 1 \cdot 11 = 3, 1 \cdot 13 = 5, 1 \cdot 15 = 7, 4 \cdot 11 = 2, 4 \cdot 13 = 8,$$

$$4 \cdot 15 = 6, 11 \cdot 13 = 15, 11 \cdot 15 = 13, 13 \cdot 15 = 11,$$

$$1 \cdot 4 \cdot 11 = 16, 1 \cdot 4 \cdot 13 = 10, 1 \cdot 4 \cdot 15 = 12, 11 \cdot 13 \cdot 15 = 9.$$

Применим другой алгоритм к этому же подмножеству

$$\xi_i \rightarrow [1 \quad 4 \quad 11 \quad 13 \quad 15].$$

Будем рассматривать их бинарные произведения и коммутативные разности:

$$\xi_i^2 = 9, \quad \xi_i \xi_j, \quad \xi_j \xi_i, \quad \xi_i \xi_j + \xi_j \xi_i.$$

Получим

$$\begin{aligned} 1 \cdot 4 = 14, & 1 \cdot 4 - 4 \cdot 1 = 14 - 16 = 10, & 1 \cdot 11 = 3, & 1 \cdot 11 - 11 \cdot 1 = 3 - 7 = 16, \\ 1 \cdot 13 = 5, & 1 \cdot 13 - 13 \cdot 1 = 5 - 1 = 16, & 1 \cdot 15 = 7, & 1 \cdot 15 - 15 \cdot 1 = 7 - 3 = 16, \\ 4 \cdot 11 = 2, & 4 \cdot 11 - 11 \cdot 4 = 2 - 8 = 4, & 4 \cdot 13 = 8, & 4 \cdot 13 - 13 \cdot 4 = 8 - 2 = 14, \\ 4 \cdot 15 = 6, & 4 \cdot 15 - 15 \cdot 4 = 6 - 4 = 14, & 11 \cdot 13 = 15, & 11 \cdot 13 - 13 \cdot 11 = 15 - 15 = 12, \\ 11 \cdot 15 = 13, & 11 \cdot 15 - 15 \cdot 11 = 13 - 13 = 12, & 13 \cdot 15 = 11, & 13 \cdot 15 - 15 \cdot 13 = 11 - 11 = 12. \end{aligned}$$

На этом же подмножестве все элементы получаются на модели

$$x + y, xy, yx, xy + yx = 10.$$

Получим

$$\begin{aligned} 1 + 4 = 9, & 1 + 11 = 8, \\ 1 \cdot 4 = 14, & 1 \cdot 11 = 3, \\ 4 \cdot 1 = 16, & 11 \cdot 1 = 7, \\ 1 + 13 = 2, & 1 + 15 = 4, & 4 + 11 = 7, & 4 + 13 = 1, \\ 1 \cdot 13 = 5, & 1 \cdot 15 = 7, & 4 \cdot 11 = 2, & 4 \cdot 13 = 8, \\ 13 \cdot 1 = 1, & 15 \cdot 1 = 3, & 11 \cdot 4 = 8, & 13 \cdot 4 = 2, \\ \\ 4 + 15 = 3, & 11 + 13 = 16, & 11 + 15 = 14, & 13 + 15 = 12, \\ 4 \cdot 15 = 6, & 11 \cdot 13 = 15, & 11 \cdot 15 = 13, & 13 \cdot 15 = 11, \\ 15 \cdot 4 = 4, & 13 \cdot 11 = 15, & 15 \cdot 11 = 13, & 15 \cdot 13 = 11. \end{aligned}$$

Дополнив базовое подмножество элементом с номером 9, получим все элементы на операции модульного суммирования:

+	1	4	9	11	13	15
1	14	9	6	8	2	4
4	9	16	5	7	1	3
9	6	5	10	12	14	16
11	8	7	12	10	16	14
13	2	1	14	16	10	12
15	4	3	16	14	12	10

Объектное множество генерируется на операции неассоциативного произведения, если взять

$$[1 \quad 9 \quad 10 \quad 11 \quad 12 \quad 15].$$

## Специфика объектных когомологий

Теория когомологий изучает функциональное «подобие» множеств, их элементов и спектра операций.

В частности, исследуются свойства коцепей:

$$\begin{aligned}df(g) &= gf(g) - f(g), \\df(g_1, g_2) &= g_1 f(g_2) - f(g_1 \cdot g_2) + f(g_1), \\df(g_1, g_2, g_3) &= g_1 f(g_2, g_3) - f(g_1 \cdot g_2, g_3) + f(g_1, g_2 \cdot g_3) - f(g_1, g_2), \\df(g_1, g_2, g_3, g_4) &= g_1 f(g_2, g_3, g_4) - f(g_1 \cdot g_2, g_3, g_4) + \\&+ f(g_1, g_2 \cdot g_3, g_4) - f(g_1, g_2, g_3 \cdot g_4) + f(g_1, g_2, g_3), \dots\end{aligned}$$

Анализ обычно проводится в границах ассоциативной математики с выполнением условий дистрибутивности в коммутативных и некоммутативных моделях.

Применим алгоритм коцепей к анализу свойств объектных множеств, которые частично ассоциативны, в которых не выполняются условия дистрибутивности, а элементы множеств имеют конкретную структуру и замкнуты на спектре операций.

Поставим задачу исследования модели на элементах объектного множества  $M^{16}$  в форме алгебраического уравнения с объектным нулем:

$$g_1 f(g_2, g_3, x) - f(g_1 \cdot g_2, g_3, x) + f(g_1, g_2 \cdot g_3, x) - f(g_1, g_2, g_3 \cdot x) + f(g_1, g_2, g_3) = [0].$$

Конкретизируем функцию с целью получения выражения, пригодного для расчета, мультипликативно объединив первые пары аргументов.

Получим алгебраическое уравнение

$$g_1 ((g_2 g_3) x) - (g_1 g_2 g_3) x + (g_1 (g_2 g_3)) x - (g_1 g_2) (g_3 x) + (g_1 g_2) g_3 = 0.$$

Введем обозначения

$$a = g_1, b = g_2 g_3, c = g_1 g_2, d = g_3.$$

Представим анализируемое уравнение в новых обозначениях, иначе расположив слагаемые

$$[a(bx) - c(dx)] + [(ab)x - (cd)x] + cd = A + B + cd = [0].$$

Расчет в объектном множестве свидетельствует, что, с одной стороны  $A = B$ , кроме этого, указанные функции аргументно инвариантны.

Подтвердим сказанное расчетом. Пусть

$$g_1 = 6, g_2 = 10, g_3 = 8.$$

Получим функции

$$\begin{aligned}A &= a(bx) - c(dx) = 6(10 \cdot 8 \cdot x) - 6 \cdot 10(8x), \\B &= (ab)x - (cd)x = 6(10 \cdot 8)x - 6 \cdot 10 \cdot 8x.\end{aligned}$$

Анализ алгебраического уравнения на элементах объектного множества базируется на этих величинах.

Найдем их значения при разных аргументах:

$$A(1) = (10 \cdot 8 \cdot 1) - 6 \cdot 10(8 \cdot 1) = 4 - 6 = 14,$$

$$B(1) = 6(10 \cdot 8)1 - 6 \cdot 10 \cdot 8 \cdot 1 = 8 - 2 = 14,$$

$$A(3) = (10 \cdot 8 \cdot 3) - 6 \cdot 10(8 \cdot 3) = 2 - 8 = 14,$$

$$B(3) = 6(10 \cdot 8)3 - 6 \cdot 10 \cdot 8 \cdot 3 = 6 - 4 = 14,$$

.....

$$A(14) = (10 \cdot 8 \cdot 14) - 6 \cdot 10(8 \cdot 14) = 9 - 15 = 14,$$

$$B(14) = 6(10 \cdot 8)14 - 6 \cdot 10 \cdot 8 \cdot 14 = 11 - 13 = 14, \dots$$

Аргументная инвариантность и равенство пары функций обеспечивает возможность анализа уравнения

$$[2]\{g_1(g_2g_3x) - g_1g_2(g_3x)\} + g_1g_2g_3 = 2\theta + g_1g_2g_3 = [0].$$

Учтем, что суммирование одинаковых величин в объектном множестве генерирует только 4 элемента

$$[10 \ 12 \ 14 \ 16].$$

По этой причине значение объектного нуля достигается в том случае, когда элемент  $g_1g_2g_3$  имеет те же значения.

Убедимся в возможности достижения требуемого единства. Пусть  $g_1 = 7, g_2 = 9$ . Тогда

$$g_3 = 2 \rightarrow 7 \cdot 9 \cdot 2 = 10, g_3 = 4 \rightarrow 7 \cdot 9 \cdot 4 = 12, g_3 = 6 \rightarrow 7 \cdot 9 \cdot 6 = 14, g_3 = 8 \rightarrow 7 \cdot 9 \cdot 8 = 16.$$

Все значения функций одинаковы:

$$\theta(2) = 7(9 \cdot 2 \cdot 1) - 7 \cdot 9(2 \cdot 1) = 4 - 6 = 14,$$

$$\theta(4) = 7(9 \cdot 4 \cdot 1) - 7 \cdot 9(4 \cdot 1) = 2 - 8 = 14,$$

$$\theta(6) = 7(9 \cdot 6 \cdot 1) - 7 \cdot 9(6 \cdot 1) = 8 - 2 = 14,$$

$$\theta(8) = 7(9 \cdot 8 \cdot 1) - 7 \cdot 9(8 \cdot 1) = 6 - 4 = 14.$$

Эта тройка элементов объектного множества достаточна для аддитивного расширения в форме всего множества:

+	7	8	9
7	14	11	4
8	11	16	1
9	4	1	10

 $\rightarrow$ 

+	1	4	7	8	9	10	11
1	14	9	12	13	6	3	8
4	9	16	15	12	5	2	7
7	12	15	14	11	4	5	2
8	13	12	11	16	1	6	3
9	6	5	4	1	10	11	12
10	3	2	5	6	11	12	9
11	8	7	2	3	12	9	10

Аналогично проанализируем функциональное уравнение, приняв во внимание специальные связи, действующие в объектных множествах. Получим последовательность действий:

$$\begin{aligned}
 g_1 f(g_2, g_3) - f(g_1 \cdot g_2, g_3) + f(g_1, g_2 \cdot g_3) - f(g_1, g_2) &= [0], \\
 f(g_2, g_3) &= g_2 \cdot g_3, \\
 g_1(g_2 \cdot g_3) - (g_1 \cdot g_2)g_3 + g_1(g_2 \cdot g_3) - g_1 \cdot g_2 &= [0], \\
 x \cdot y &= 1^* - x + y, \\
 g_1(g_2 \cdot g_3) &= 1^* - g_1 + g_2 \cdot g_3, \\
 1^* - g_1 + g_2 \cdot g_3 - (g_1 \cdot g_2)g_3 + g_1(g_2 \cdot g_3) - g_1 \cdot g_2 &= [0], \\
 1^* - g_1 + g_2 x - (g_1 \cdot g_2)x + g_1(g_2 x) - g_1 \cdot g_2 &= [0], \\
 g_2 x - (g_1 \cdot g_2)x &= 1^* - (g_2 x)((g_1 \cdot g_2)x), \\
 (g_2 x)((g_1 \cdot g_2)x) &= (g_1 \cdot g_2)g_2 \leftrightarrow (ax)(bx) = ba, \\
 1^* + 1^* &= 2.
 \end{aligned}$$

Получим алгебраическое уравнение

$$g_1(g_2 x) = g_1 + g_1 g_2 + (g_1 g_2)g_2 - 2.$$

Его решения функционально характеризуют объектное множество. Решения ограничены спектром из 4 элементов.

Проиллюстрируем ситуацию таблицей значений:

$g_1$	$g_2$	$g_1 g_2$	$\eta$	$x$
14	10	13	16	1
7	5	11	3	3
13	3	3	9	5
10	5	6	14	7

Алгоритм дает 4 элемента, которых достаточно при мультипликативном расширении для получения замкнутого подмножества:

$k$ $\times$	1	3	5	7
1	9	11	13	15
3	11	9	15	13
5	13	15	9	11
7	15	13	11	9

 $\rightarrow$ 

$k$ $\times$	1	3	5	7	9	11	13	15
1	9	11	13	15	1	3	5	7
3	11	9	15	13	3	1	7	5
5	13	15	9	11	5	7	1	3
7	15	13	11	9	7	5	3	1
9	5	7	1	3	9	11	13	15
11	7	5	3	1	11	9	15	13
13	1	3	5	7	13	15	9	11
15	3	1	7	5	15	13	11	9

## Парадоксы аргументной инвариантности

Классические числовые множества иллюстрируют зависимость функций от аргументов. Это свойство привычно для нашего Сознания и Логике, и оно кажется неоспоримым во всех случаях и ситуациях. Оно многократно подтверждено практикой жизни.

Объектные множества нетривиально дополняют ментальные и математические выводы. В частности, объектные функции проявляют спектр граней аргументной инвариантности. Её формальная специфика в том, что есть функции, значения которые одинаковы на разных ее аргументах. Ситуация подтверждена расчетом на моделях множеств, замкнутых на спектре ассоциативных и неассоциативных операций. Именно это «замыкание» на спектре операций, при соединении со структурностью элементов анализируемых множеств, генерирует новое качество результатов и следствий.

### Аддитивное представление произведения элементов объектного множества

Проанализируем на спектре объектных множеств значения функции

$$xy + (x - y) = \text{const}(x, y).$$

Введенное обозначение константы в форме зависимости от пары аргументов принято для иллюстрации факта, что генерируемое значение не зависит от указанной пары.

Подтвердим ситуацию расчетом:

$$M^{16}$$

$$14 \cdot 8 + (14 - 8) = 1 = 1^*,$$

$$1 \cdot 15 + (1 - 15) = 1, \dots$$

$$M^{25}$$

$$14 \cdot 8 + (14 - 8) = 4 + 8 = 16 = 1^*,$$

$$25 \cdot 3 + (25 - 3) = 10 + 2 = 16,$$

$$1 \cdot 15 + (1 - 15) = 25 + 11 = 16, \dots$$

$$S^{27}$$

$$14 \cdot 8 + (14 - 8) = 10 + 15 = 7 = 1^*,$$

$$25 \cdot 3 + (25 - 3) = 10 + 15 = 7,$$

$$1 \cdot 15 + (1 - 15) = 19 + 18 = 7, \dots$$

$$M^{36}$$

$$14 \cdot 8 + (14 - 8) = 7 + 6 = 13 = 1^*,$$

$$25 \cdot 3 + (25 - 3) = 33 + 34 = 13,$$

$$1 \cdot 15 + (1 - 15) = 9 + 4 = 13, \dots$$

Символ  $1^*$  введен для обозначения мультипликативной единицы. Им в разных объектных множествах «отвечают» элементы со «своими» номерами в форме натуральных чисел.

Предъявленный факт невозможен в классических числовых моделях. Поскольку новые элементы множества подчинены неассоциативным операциям, ассоциированным с обменом информацией, мы «приближаемся» к *моделям и законам духовного мира* реальных объектов.

## Аргументная скрытность мультипликативного изделия

Анализ объектных множеств с неассоциативными операциями «утверждает» закон

$$(ax)(bx) = ba.$$

Проиллюстрируем его корректность на примерах.

$$\begin{aligned} & M^{16} \\ (4 \cdot 1)(10 \cdot 1) &= 2 \cdot 12 = 11 = 10 \cdot 4, \\ (4 \cdot 2)(10 \cdot 2) &= 3 \cdot 9 = 11, \\ & \dots\dots\dots \\ (4 \cdot 16)(10 \cdot 16) &= 5 \cdot 15 = 11, \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & S^{27} \\ (4 \cdot 1)(10 \cdot 1) &= 18 \cdot 23 = 21 = 10 \cdot 4, \\ (4 \cdot 2)(10 \cdot 2) &= 19 \cdot 24 = 21, \\ & \dots\dots\dots \\ (4 \cdot 16)(10 \cdot 16) &= 9 \cdot 3 = 21, \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & M^{36} \\ (4 \cdot 1)(10 \cdot 1) &= 16 \cdot 22 = 19 = 10 \cdot 4, \\ (4 \cdot 2)(10 \cdot 2) &= 17 \cdot 23 = 19, \\ & \dots\dots\dots \\ (4 \cdot 16)(10 \cdot 16) &= 7 \cdot 1 = 19, \dots \end{aligned}$$

## Объектная коммутативность при бинарности аргументов

В объектных множествах корректна функциональная связь

$$x(yx) = yx^2 = y1^*.$$

С позиции жизненной практики утверждается закон: при последующем влиянии элемента  $x$  на результат от влияния на него элемента  $y$  будет получен один и тот же итог для разных «объектов», получивших влияние. Этот закон частично иллюстрирует *передачу знаний*: если информация получена и принята, то она инвариантна относительно приемника информации. Но так могут «действовать» и чувства, когда передаются и принимаются эмоции.

Проиллюстрируем закон примерами:

$$\begin{array}{lll} S^{27} & M^{25} & M^{36} \\ 14(10 \cdot 14) = 13 = 10 \cdot 7, & 14(10 \cdot 14) = 3 = 10 \cdot 16, & 14(10 \cdot 14) = 13 = 10 \cdot 13, \\ 27(1 \cdot 27) = 4 = 1 \cdot 7, \dots & 25(1 \cdot 25) = 7 = 1 \cdot 16, \dots & 2(1 \cdot 27) = 7 = 1 \cdot 13, \dots \end{array}$$

Заметим, что представлена простейшая модель повторного участия во взаимодействии.

Она естественно имеет множество дополнительных граней при увеличении количества участников «процесса».

## Функциональная ограниченность «чувствительности» по количеству «влияний»

Проанализируем значения функции

$$\Phi = a(bc x) - ab(cx).$$

Она предъявляет аргументную инвариантность при ее действии с 3 параметрами. Она как-бы «скрывает» ее четвертый элемент, как-бы «нечувствительна» к нему.

Проиллюстрируем ситуацию на примере объектного множества  $M^{16}$  на параметрах

$$a = 10, b = 7, c = 11.$$

Получим одинаковые значения при разных значениях переменной  $x$  :

$$\begin{aligned}x = 1: & 10(7 \cdot 11 \cdot 1) - 10 \cdot 7(11 \cdot 1) = 14 - 14 = 12, \\x = 2: & 10(7 \cdot 11 \cdot 2) - 10 \cdot 7(11 \cdot 2) = 11 - 11 = 12, \\x = 3: & 10(7 \cdot 11 \cdot 3) - 10 \cdot 7(11 \cdot 3) = 16 - 16 = 12, \\x = 4: & 10(7 \cdot 11 \cdot 4) - 10 \cdot 7(11 \cdot 4) = 9 - 9 = 12, \\ \\x = 5: & 10(7 \cdot 11 \cdot 5) - 10 \cdot 7(11 \cdot 5) = 10 - 10 = 12, \\x = 6: & 10(7 \cdot 11 \cdot 6) - 10 \cdot 7(11 \cdot 6) = 15 - 15 = 12, \\x = 7: & 10(7 \cdot 11 \cdot 7) - 10 \cdot 7(11 \cdot 7) = 12 - 12 = 12, \\x = 8: & 10(7 \cdot 11 \cdot 8) - 10 \cdot 7(11 \cdot 8) = 13 - 13 = 12, \\ \\x = 9: & 10(7 \cdot 11 \cdot 9) - 10 \cdot 7(11 \cdot 9) = 6 - 6 = 12, \\x = 10: & 10(7 \cdot 11 \cdot 10) - 10 \cdot 7(11 \cdot 10) = 3 - 3 = 12, \\x = 11: & 10(7 \cdot 11 \cdot 11) - 10 \cdot 7(11 \cdot 11) = 8 - 8 = 12, \\x = 12: & 10(7 \cdot 11 \cdot 12) - 10 \cdot 7(11 \cdot 12) = 1 - 1 = 12, \\ \\x = 13: & 10(7 \cdot 11 \cdot 13) - 10 \cdot 7(11 \cdot 13) = 2 - 2 = 12, \\x = 14: & 10(7 \cdot 11 \cdot 14) - 10 \cdot 7(11 \cdot 14) = 7 - 7 = 12, \\x = 15: & 10(7 \cdot 11 \cdot 15) - 10 \cdot 7(11 \cdot 15) = 4 - 4 = 12, \\x = 16: & 10(7 \cdot 11 \cdot 16) - 10 \cdot 7(11 \cdot 16) = 5 - 5 = 12.\end{aligned}$$

На указанных параметрах функция обеспечивает условия генерации объектного вакуума, задаваемого элементом с номером 12. При других параметрах будут получать «жизнь» иные элементы объектного множества независимо от того, какой из них «завершает» цепочку в связи величин.

Имеет место «демократичность» генерации: каждый элемент в установленных условиях достаточен для получения требуемого результата.

Чтобы достичь «желаемого», требуются те параметры, посредством которых результат не только возможен, он «доступен» для разных объектов в границах действующего закона.

Например, езда на велосипеде доступна каждому, кто этому обучен и который не держит велосипед только в гараже.

Подтвердим примерами корректность закона на элементах разных объектных множеств.

$$M^{25}$$

$$3(10 \cdot 2 \cdot 1) - 3 \cdot 10(2 \cdot 1) = 11 - 24 = 2,$$

$$3(10 \cdot 2 \cdot 2) - 3 \cdot 10(2 \cdot 2) = 12 - 25 = 2,$$

.....

$$3(10 \cdot 2 \cdot 24) - 3 \cdot 10(2 \cdot 24) = 10 - 12 = 2,$$

$$3(10 \cdot 2 \cdot 25) - 3 \cdot 10(2 \cdot 25) = 6 - 13 = 2.$$

$$S^{27}$$

$$3(10 \cdot 2 \cdot 1) - 3 \cdot 10(2 \cdot 1) = 24 - 24 = 27,$$

$$3(10 \cdot 2 \cdot 2) - 3 \cdot 10(2 \cdot 2) = 22 - 25 = 27,$$

.....

$$3(10 \cdot 2 \cdot 24) - 3 \cdot 10(2 \cdot 24) = 4 - 16 = 27,$$

$$3(10 \cdot 2 \cdot 25) - 3 \cdot 10(2 \cdot 25) = 5 - 17 = 27.$$

$$M^{36}$$

$$3(10 \cdot 2 \cdot 1) - 3 \cdot 10(2 \cdot 1) = 25 - 23 = 20,$$

$$3(10 \cdot 2 \cdot 2) - 3 \cdot 10(2 \cdot 2) = 26 - 24 = 20,$$

.....

$$3(10 \cdot 2 \cdot 24) - 3 \cdot 10(2 \cdot 24) = 12 - 34 = 20,$$

$$3(10 \cdot 2 \cdot 25) - 3 \cdot 10(2 \cdot 25) = 1 - 11 = 20,$$

$$3(10 \cdot 2 \cdot 36) - 3 \cdot 10(2 \cdot 36) = 18 - 28 = 20.$$

Тонкость ситуации в том, что анализируемая функция «способна» генерировать одинаковые значения на одном значении аргумента при разных значениях одного из параметров.

Проиллюстрируем ситуацию примерами на элементах объектного множества  $M^{16}$ .

Пусть

$$a = 1, b = 2, x = 1.$$

Будем менять параметр  $c$  для выполнения условий

$$abc = [10, 12, 14, 16] \leftrightarrow c = [15, 13, 11, 9].$$

Получим единые значения функции:

$$c = 15 \rightarrow 1(2 \cdot 15 \cdot 1) - 1 \cdot 2(15 \cdot 1) = 6 - 6 = 12,$$

$$c = 13 \rightarrow 1(2 \cdot 13 \cdot 1) - 1 \cdot 2(13 \cdot 1) = 8 - 8 = 12,$$

$$c = 11 \rightarrow 1(2 \cdot 11 \cdot 1) - 1 \cdot 2(11) = 2 - 2 = 12,$$

$$c = 9 \rightarrow 1(2 \cdot 9 \cdot 1) - 1 \cdot 2(9 \cdot 1) = 4 - 4 = 12.$$

## Единство суммы пары обратных произведений на 4 элементах

На примере объектного множества  $M^{16}$  убедимся в корректности закона

$$abcd + dcba = 2 = 1^* + 1^*.$$

Получим, например, такие равенства

$$\begin{aligned} 11 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 10 + 10 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 &= 2 + 4 = 2, \\ 16 \cdot 8 \cdot 13 \cdot 1 + 1 \cdot 13 \cdot 8 \cdot 16 &= 13 + 5 = 2, \\ 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 + 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 &= 3 + 3 = 2, \\ 14 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 4 + 4 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 14 &= 14 + 8 = 2, \\ 6 \cdot 13 \cdot 2 \cdot 11 + 11 \cdot 2 \cdot 13 \cdot 6 &= 9 + 9 = 2, \dots \end{aligned}$$

Ситуация подтверждается на других множествах:

$$M^{25}$$

$$\begin{aligned} 1^* &= 16, 1^* + 1^* = 17 \\ 11 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 10 + 10 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 &= 6 + 4 = 2 = 17, \\ 16 \cdot 8 \cdot 13 \cdot 1 + 1 \cdot 13 \cdot 8 \cdot 16 &= 25 + 12 = 17, \dots \end{aligned}$$

$$S^{27}$$

$$1^* = 7, 1^* + 1^* = 8$$

$$\begin{aligned} 11 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 10 + 10 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 &= 2 + 6 = 8, \\ 16 \cdot 8 \cdot 13 \cdot 1 + 1 \cdot 13 \cdot 8 \cdot 16 &= 7 + 7 = 8, \dots \end{aligned}$$

$$M^{36}$$

$$1^* = 13, 1^* + 1^* = 14$$

$$\begin{aligned} 11 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 10 + 10 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 &= 26 + 24 = 14, \\ 16 \cdot 8 \cdot 13 \cdot 1 + 1 \cdot 13 \cdot 8 \cdot 16 &= 17 + 15 = 14, \dots \end{aligned}$$

## Аргументная инвариантность повторяющихся функций

Проанализируем значения функции

$$\omega = p(px + px + px + x)$$

на элементах объектного множества  $M^{16}$  с разными параметрами  $p$ .

Анализ утверждает единство генерируемых значений и ее аргументную инвариантность:

$$\begin{array}{ll} 6 \cdot 1 + 6 \cdot 1 + 6 \cdot 1 + 1 = 13, & 5 \cdot 1 + 5 \cdot 1 + 5 \cdot 1 + 1 = 16, \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ 6 \cdot 10 + 6 \cdot 10 + 6 \cdot 10 + 10 = 13, & 5 \cdot 10 + 5 \cdot 10 + 5 \cdot 10 + 10 = 16, \\ \omega = 6 \cdot 13 = 4 = 0^*, & \omega = 5 \cdot 16 = 4 = 0^*, \\ \\ 16 \cdot 1 + 16 \cdot 1 + 16 \cdot 1 + 1 = 7, & 11 \cdot 1 + 11 \cdot 1 + 11 \cdot 1 + 1 = 10, \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ 16 \cdot 10 + 16 \cdot 10 + 16 \cdot 10 + 10 = 7, & 11 \cdot 10 + 11 \cdot 10 + 11 \cdot 10 + 10 = 10, \\ \omega = 16 \cdot 7 = 4 = 0^*, & \omega = 11 \cdot 10 = 4 = 0^*, \end{array}$$

## Объектные когомологические уравнения ранга 4

Исследуем свойства коцепи ранга 4

$$F_4 = g_1 f(g_2, g_3, g_4) - f(g_1 \cdot g_2, g_3, g_4) + f(g_1, g_2 \cdot g_3, g_4) - f(g_1, g_2, g_3 \cdot g_4) + f(g_1, g_2, g_3)$$

на модели объектных алгебраических уравнений, ассоциированных с ней.

Пусть

$$g_4 = x, f(a, b, c) = abc.$$

Тогда уравнение

$$F_4(x) = g_1 f(g_2, g_3, x) - f(g_1 \cdot g_2, g_3, x) + f(g_1, g_2 \cdot g_3, x) - f(g_1, g_2, g_3 \cdot x) + f(g_1, g_2, g_3)$$

преобразуется в объектное алгебраическое уравнение

$$\varphi_4(x) = g_1(g_2 g_3 x) - ((g_1 g_2) g_3)x + (g_1(g_2 g_3))x - g_1 g_2(g_3 x) + g_1 g_2 g_3.$$

Преобразуем его, учитывая фундаментальные свойства объектных уравнений

$$\begin{aligned} A - B &= BA - 1^*, \\ \alpha x \cdot \beta x &= \beta \alpha. \end{aligned}$$

На их основе получим

$$\begin{aligned} g_1(g_2 g_3 x) &= 1^* - g_1 + g_2 g_3 x = 1^* - g_1 + 1^* - g_2 + g_3 x, \\ -g_1 g_2(g_3 x) &= -1^* + g_1 g_2 - g_3 x, \\ A &= g_1(g_2 g_3)x, B = (g_1 g_2)g_3 x, \\ BA &= [(g_1 g_2)g_3 x][g_1(g_2 g_3)x] = [g_1(g_2 g_3)][(g_1 g_2)g_3]. \end{aligned}$$

Объединив слагаемые, имеем объектное алгебраическое уравнение

$$\varphi_4(x) = [g_1(g_2 g_3)](g_1 g_2 g_3) + g_1 g_2 g_3 + g_1 g_2 - g_1 - g_2.$$

В нем скомпенсированы элементы с множителем  $g_4$ , допуская свободу в его значении, отсутствуют единицы объектного множества в форме элементов  $1^*$ . Исследование ситуаций сведено к анализу уравнения

$$\varphi_4(x) = [a(bx)](abx) + abx + ab - a - b.$$

Оно достаточно сложное, так как его элементы заданы матрицами разнообразной структуры, операция произведения неассоциативна, в расчетной модели нет дистрибутивности.

Наличие данного уравнения открывает новые возможности в исследовании явных и даже скрытых свойств объектных множеств, если его рассматривать в качестве инструмента для анализа.

В простейшем случае задача состоит в конструировании его «дополнений», генерируя модели аргументно инвариантных конструкций, в которых каждый элемент объектного множества есть решение объектного алгебраического уравнения.

Изучим возможности объектного квадратного алгебраического уравнения на конкретных примерах.

Пусть  $a = 11, b = 8$ . На разных значениях аргумента  $x$  имеем условие

$$\varphi_4(x) = x + 1.$$

$$\begin{aligned} x=1: & \quad 11(8 \cdot 1)(11 \cdot 8 \cdot 1) + 11 \cdot 8 \cdot 1 + 11 \cdot 8 - 11 - 8 = 14 \rightarrow 1 + 1 = 14, \\ x=2: & \quad 11(8 \cdot 2)(11 \cdot 8 \cdot 2) + 11 \cdot 8 \cdot 2 + 11 \cdot 8 - 11 - 8 = 11 \rightarrow 2 + 1 = 11, \\ & \dots\dots\dots \\ x=15: & \quad 11(8 \cdot 15)(11 \cdot 8 \cdot 15) + 11 \cdot 8 \cdot 15 + 11 \cdot 8 - 11 - 8 = 4 \rightarrow 1 + 15 = 4, \\ x=16: & \quad 11(8 \cdot 16)(11 \cdot 8 \cdot 16) + 11 \cdot 8 \cdot 16 + 11 \cdot 8 - 11 - 8 = 5 \rightarrow 16 + 1 = 5. \end{aligned}$$

Пусть  $a = 1, b = 12$ . На разных значениях аргумента  $x$  имеем условие

$$\varphi_4(x) = x + 3.$$

$$\begin{aligned} x=1: & \quad 1(12 \cdot 1)(1 \cdot 12 \cdot 1) + 1 \cdot 12 \cdot 1 + 1 \cdot 12 - 1 - 12 = 16 \rightarrow 1 + 3 = 16, \\ x=2: & \quad 1(12 \cdot 2)(1 \cdot 12 \cdot 2) + 1 \cdot 12 \cdot 2 + 1 \cdot 12 - 1 - 12 = 9 \rightarrow 2 + 3 = 9, \\ & \dots\dots\dots \\ x=15: & \quad 1(12 \cdot 15)(1 \cdot 12 \cdot 15) + 1 \cdot 12 \cdot 15 + 1 \cdot 12 - 1 - 12 = 2 \rightarrow 15 + 3 = 2, \\ x=16: & \quad 1(12 \cdot 16)(1 \cdot 12 \cdot 16) + 1 \cdot 12 \cdot 16 + 1 \cdot 12 - 1 - 12 = 7 \rightarrow 16 + 3 = 7. \end{aligned}$$

Пусть  $a = 6, b = 15$ . На разных значениях аргумента  $x$  имеем условие

$$\varphi_4(x) = x + 7.$$

$$\begin{aligned} x=1: & \quad 6(15 \cdot 1)(6 \cdot 15 \cdot 1) + 6 \cdot 15 \cdot 1 + 6 \cdot 15 - 6 - 15 = 12 \rightarrow 1 + 7 = 12, \\ x=2: & \quad 6(15 \cdot 2)(6 \cdot 15 \cdot 2) + 6 \cdot 15 \cdot 2 + 6 \cdot 15 - 6 - 15 = 13 \rightarrow 2 + 7 = 13, \\ & \dots\dots\dots \\ x=15: & \quad 6(15 \cdot 15)(6 \cdot 15 \cdot 15) + 6 \cdot 15 \cdot 15 + 6 \cdot 15 - 6 - 15 = 6 \rightarrow 15 + 7 = 6, \\ x=16: & \quad 6(15 \cdot 16)(6 \cdot 15 \cdot 16) + 6 \cdot 15 \cdot 16 + 6 \cdot 15 - 6 - 15 = 3 \rightarrow 16 + 7 = 3. \end{aligned}$$

Пусть  $a = 15, b = 7$ . На разных значениях аргумента  $x$  имеем условие

$$\varphi_4(x) = x + 8.$$

$$\begin{aligned} x=1: & \quad 15(7 \cdot 1)(15 \cdot 7 \cdot 1) + 15 \cdot 7 \cdot 1 + 15 \cdot 7 - 15 - 7 = 13 \rightarrow 1 + 8 = 13, \\ x=2: & \quad 15(7 \cdot 2)(15 \cdot 7 \cdot 2) + 15 \cdot 7 \cdot 2 + 15 \cdot 7 - 15 - 7 = 10 \rightarrow 2 + 8 = 10, \\ & \dots\dots\dots \\ x=15: & \quad 15(7 \cdot 15)(15 \cdot 7 \cdot 15) + 15 \cdot 7 \cdot 15 + 15 \cdot 7 - 15 - 7 = 7 \rightarrow 15 + 8 = 7, \\ x=16: & \quad 15(7 \cdot 16)(15 \cdot 7 \cdot 16) + 15 \cdot 7 \cdot 16 + 15 \cdot 7 - 15 - 7 = 4 \rightarrow 16 + 8 = 4. \end{aligned}$$

Пусть  $a = 5, b = 7$ . На разных значениях аргумента  $x$  имеем условие

$$\varphi_4(x) = x + 12 = x.$$

$$x = 1: \quad 5(7 \cdot 1)(5 \cdot 7 \cdot 1) + 5 \cdot 7 \cdot 1 + 5 \cdot 7 - 5 - 7 = 1 \rightarrow 1 + 12 = 1,$$

$$x = 2: \quad 5(7 \cdot 2)(5 \cdot 7 \cdot 2) + 5 \cdot 7 \cdot 2 + 5 \cdot 7 - 5 - 7 = 2 \rightarrow 2 + 12 = 2,$$

.....

$$x = 15: \quad 5(7 \cdot 15)(5 \cdot 7 \cdot 15) + 5 \cdot 7 \cdot 15 + 5 \cdot 7 - 5 - 7 = 15 \rightarrow 15 + 12 = 15,$$

$$x = 16: \quad 5(7 \cdot 16)(5 \cdot 7 \cdot 16) + 5 \cdot 7 \cdot 16 + 5 \cdot 7 - 5 - 7 = 16 \rightarrow 16 + 12 = 16.$$

Пусть  $a = 10, b = 14$ . На разных значениях аргумента  $x$  имеем условие

$$\varphi_4(x) = x + 14.$$

$$x = 1: \quad 10(14 \cdot 1)(10 \cdot 14 \cdot 1) + 10 \cdot 14 \cdot 1 + 10 \cdot 14 - 10 - 14 = 7 \rightarrow 1 + 14 = 7,$$

$$x = 2: \quad 10(14 \cdot 2)(10 \cdot 14 \cdot 2) + 10 \cdot 14 \cdot 2 + 10 \cdot 14 - 10 - 14 = 8 \rightarrow 2 + 14 = 8,$$

.....

$$x = 15: \quad 10(14 \cdot 15)(10 \cdot 14 \cdot 15) + 10 \cdot 14 \cdot 15 + 10 \cdot 14 - 10 - 14 = 9 \rightarrow 15 + 14 = 9,$$

$$x = 16: \quad 10(14 \cdot 16)(10 \cdot 14 \cdot 16) + 10 \cdot 14 \cdot 16 + 10 \cdot 14 - 10 - 14 = 10 \rightarrow 16 + 14 = 10.$$

Наличие указанных связей позволяет представить их в единой форме однородного квадратного объектного уравнения

$$[a(bx)](abx) + abx - x - ab = [0].$$

Проиллюстрируем ситуацию на паре примеров:

$$[3(12 \cdot 1)](3 \cdot 12 \cdot 1) + 3 \cdot 12 \cdot 1 = 13 = 1 + 3 \cdot 12,$$

$$[7(11 \cdot 1)](7 \cdot 11 \cdot 1) + 7 \cdot 11 \cdot 1 = 10 = 1 + 7 \cdot 11.$$

В анализируемом случае величина  $ab$  получена по результатам анализа решений в форме аддитивной добавки к аргументу:

$$F_4(x) = x + \Delta,$$

$$\Delta = a + b + \sigma + \sigma,$$

$$\sigma = ab - a - b.$$

Так как  $F_4(x)$  содержит  $\sigma = ab - a - b$ , имеет место компенсация слагаемых с генерацией более простой структуры объектного алгебраического уравнения.

Естественно проанализировать другие модели алгебраических объектных уравнений для объектных множеств.

Заметим, что имеет смысл исследование спектра объектных алгебраических уравнений с другими условиями для их генерации: на базе других функциональных связей и законов. Такова перспектива развития нового алгебраического направления исследований.

## Дополнение модели объектных кохомологических уравнений ранга 4

Проанализируем объектные кохомологические уравнения ранга 4 на спектре объектных множеств с целью конструирования новой алгебраической модели.

Подтвердим на примерах корректность условия

$$[a(bx)](abx) + abx + ab - a - b = F_4(x) = x + (a - b).$$

Получим

$$M^{16}$$

$$a = 1, b = 5, a - b = 8,$$

$$[1(5 \cdot 1)](1 \cdot 5 \cdot 1) + 1 \cdot 5 \cdot 1 + 1 \cdot 5 - 1 - 5 = 13 = 1 + 8,$$

$$a = 16, b = 10, a - b = 6,$$

$$[16(10 \cdot 1)](16 \cdot 10 \cdot 1) + 16 \cdot 10 \cdot 1 + 16 \cdot 10 - 16 - 10 = 15 = 1 + 6,$$

$$a = 13, b = 3, a - b = 6,$$

$$[13(3 \cdot 1)](13 \cdot 3 \cdot 1) + 13 \cdot 3 \cdot 1 + 13 \cdot 3 - 13 - 3 = 15 = 1 + 6, \dots$$

$$S^{27}$$

$$a = 1, b = 5, a - b = 5,$$

$$[1(5 \cdot 1)](1 \cdot 5 \cdot 1) + 1 \cdot 5 \cdot 1 + 1 \cdot 5 - 1 - 5 = 9 = 1 + 5,$$

$$a = 10, b = 17, a - b = 4,$$

$$[10(17 \cdot 1)](10 \cdot 17 \cdot 1) + 10 \cdot 17 \cdot 1 + 10 \cdot 17 - 10 - 17 = 8 = 1 + 4,$$

$$a = 9, b = 11, a - b = 13,$$

$$[9(11 \cdot 1)](9 \cdot 11 \cdot 1) + 9 \cdot 11 \cdot 1 + 9 \cdot 11 - 9 - 11 = 7 = 1 + 13, \dots$$

$$M^{25}$$

$$a = 21, b = 23, a - b = 18,$$

$$[21(23 \cdot 1)](21 \cdot 23 \cdot 1) + 21 \cdot 23 \cdot 1 + 21 \cdot 23 - 21 - 23 = 4 = 1 + 18,$$

$$a = 15, b = 13, a - b = 17,$$

$$[15(13 \cdot 1)](15 \cdot 13 \cdot 1) + 15 \cdot 13 \cdot 1 + 15 \cdot 13 - 15 - 13 = 3 = 1 + 17,$$

$$a = 4, b = 8, a - b = 22,$$

$$[4(8 \cdot 1)](4 \cdot 8 \cdot 1) + 4 \cdot 8 \cdot 1 + 4 \cdot 8 - 4 - 8 = 13 = 1 + 22, \dots$$

$$M^{36}$$

$$a = 11, b = 10, a - b = 13,$$

$$[11(10 \cdot 1)](11 \cdot 10 \cdot 1) + 11 \cdot 10 \cdot 1 + 11 \cdot 10 - 11 - 10 = 2 = 1 + 13,$$

$$a = 5, b = 16, a - b = 1,$$

$$[5(16 \cdot 1)](5 \cdot 16 \cdot 1) + 5 \cdot 16 \cdot 1 + 5 \cdot 16 - 5 - 16 = 20 = 1 + 1,$$

$$a = 20, b = 17, a - b = 21,$$

$$[20(17 \cdot 1)](20 \cdot 17 \cdot 1) + 20 \cdot 17 \cdot 1 + 20 \cdot 17 - 20 - 17 = 34 = 1 + 21, \dots$$

## Объектные алгебраические уравнения на коцепях ранга 5

Коцепи ранга 5 задаются уравнением

$$S = g_1 f(g_2, g_3, g_4, g_5) - f(g_1 \cdot g_2, g_3, g_4, g_5) + f(g_1, g_2 \cdot g_3, g_4, g_5) - \\ - f(g_1, g_2, g_3 \cdot g_4, g_5) + f(g_1, g_2, g_3, g_4 \cdot g_5) - f(g_1, g_2, g_3, g_4) = 0^*.$$

Сконструируем алгебраическое уравнение на этой коцепи, приняв обозначение  $g_5 = x$  на функциях

$$f(a, b, c, x) = abcx.$$

Преобразуем слагаемые согласно законам, действующим в объектных множествах.

Получим слагаемые такого вида:

$$g_1 f(g_2, g_3, g_4, x) = 1 - g_1 + g_2 g_3 g_4 x = 1 - g_1 + 1 - g_2 + g_3 g_4 x = 1 + 1 + 1 - g_1 - g_2 - g_3 + g_4 x,$$

$$-f(g_1 \cdot g_2, g_3, g_4, x) = -(1 - g_1 g_2 g_3 + g_4 x),$$

$$f(g_1, g_2 \cdot g_3, g_4, g_5) - f(g_1, g_2, g_3 \cdot g_4, g_5) = g_1 (g_2 \cdot g_3) g_4 x - g_1 g_2 (g_3 \cdot g_4) x = Ax - Bx,$$

$$(Ax - Bx = Bx \cdot Ax - 1, \quad Bx \cdot Ax = AB),$$

$$g_1 (g_2 \cdot g_3) g_4 x - g_1 g_2 (g_3 \cdot g_4) x = [g_1 (g_2 \cdot g_3) g_4] [g_1 g_2 (g_3 \cdot g_4)] - 1,$$

$$f(g_1, g_2, g_3, g_4 \cdot g_5) = g_1 g_2 g_3 (g_4 x),$$

$$-f(g_1, g_2, g_3, g_4) = -g_1 g_2 g_3 g_4.$$

Просуммируем эти значения. Введем обозначения

$$g_1 = a, g_2 = b, g_3 = c, g_4 = p.$$

Получим линейное объектное алгебраическое уравнение с нетривиальным свойством

$$px = (a + b + c) + abcp - 2 - (a(bc)p)(ab(cp)) = p.$$

Уравнение аргументно инвариантно относительно тройки элементов  $[a, b, c]$ .

Проиллюстрируем ситуацию примерами:

$$a = 6, b = 8, c = 10, p = 1,$$

$$1x = (6 + 8 + 10) + 6 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 1 - 2 - [6(8 \cdot 10)1][6 \cdot 8(10 \cdot 1)] = 4 + 10 - 2 - 11 = 1,$$

$$a = 5, b = 7, c = 9, p = 1,$$

$$1x = (5 + 7 + 9) + 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 1 - 2 - [5(7 \cdot 9)1][5 \cdot 7(9 \cdot 1)] = 1 + 11 - 2 - 9 = 1, \dots$$

Такое объектное уравнение имеет единственное решение при разных «начальных» условиях.



## Решения линейного объектного когомологического уравнения

Сравним решения уравнения

$$px = (a + b + c) + abc p - (1^* + 1^*) - (a(bc)p)(ab(cp))$$

в разных объектных множествах.

Учтем различие в обозначении элементов натуральными числами, а также аналогичное различие обозначений сумм единиц объектных множеств:

$$M^{16} \rightarrow 1^* + 1^* = 2, \quad M^{25} \rightarrow 1^* + 1^* = 17,$$

$$S^{27} \rightarrow 1^* + 1^* = 8, \quad M^{36} \rightarrow 1^* + 1^* = 14.$$

Получим спектр величин:

$$M^{16}$$

$$a = 10, b = 6, c = 11, p = 6,$$

$$6x = (10 + 6 + 11) + 10 \cdot 6 \cdot 11 \cdot 6 - 2 - [10(6 \cdot 11)6][10 \cdot 6(11 \cdot 6)] = 3 + 14 - 2 - 15 = 16,$$

$$6x = 16, \quad x = 7.$$

$$a = 13, b = 12, c = 11, p = 10,$$

$$10x = (13 + 12 + 11) + 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 - 2 - [13(12 \cdot 11)10][13 \cdot 12(11 \cdot 10)] = 16 + 15 - 2 - 11 = 6,$$

$$10x = 6, \quad x = 5.$$

$$a = 12, b = 9, c = 16, p = 3,$$

$$3x = (12 + 9 + 16) + 12 \cdot 9 \cdot 16 \cdot 3 - 2 - [12(9 \cdot 16)3][12 \cdot 9(16 \cdot 3)] = 13 + 3 - 2 - 15 = 15,$$

$$3x = 15, \quad x = 5.$$

$$M^{25}$$

$$a = 3, b = 12, c = 24, p = 10,$$

$$10x = (3 + 12 + 24) + 3 \cdot 12 \cdot 24 \cdot 10 - 17 - [3(12 \cdot 24)10][3 \cdot 12(24 \cdot 10)] = 4 + 6 - 17 - 10 = 3,$$

$$10x = 3, \quad x = 16.$$

$$a = 1, b = 7, c = 9, p = 4,$$

$$4x = (1 + 7 + 9) + 1 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 4 - 17 - [1(7 \cdot 9)4][1 \cdot 7(9 \cdot 4)] = 6 + 17 - 17 - 21 = 24,$$

$$4x = 24, \quad x = 12.$$

$$a = 13, b = 23, c = 8, p = 17,$$

$$17x = (13 + 23 + 8) + 13 \cdot 23 \cdot 8 \cdot 17 - 17 - [13(23 \cdot 8)17] [13 \cdot 23(8 \cdot 17)] = 9 + 16 - 17 - 2 = 15,$$

$$17x = 15, \quad x = 11.$$

$$S^{27}$$

$$a = 26, b = 17, c = 9, p = 12,$$

$$12x = (26 + 17 + 9) + 26 \cdot 17 \cdot 9 \cdot 12 - 8 - [26(17 \cdot 9)12] [26 \cdot 17(9 \cdot 12)] = 4 + 9 - 8 - 17 = 27,$$

$$12x = 27, \quad x = 1.$$

$$a = 14, b = 7, c = 11, p = 20,$$

$$20x = (14 + 7 + 11) + 14 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 20 - 8 - [14(7 \cdot 11)20] [14 \cdot 7(11 \cdot 20)] = 8 + 21 - 8 - 7 = 20,$$

$$20x = 20, \quad x = 18.$$

$$a = 13, b = 9, c = 17, p = 23,$$

$$23x = (13 + 9 + 17) + 13 \cdot 9 \cdot 17 \cdot 23 - 8 - [13(9 \cdot 17)23] [13 \cdot 9(17 \cdot 23)] = 1 + 17 - 8 - 9 = 22,$$

$$23x = 22, \quad x = 26.$$

$$M^{36}$$

$$a = 5, b = 7, c = 9, p = 11,$$

$$11x = (5 + 7 + 9) + 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11 - 14 - [5(7 \cdot 9)11] [5 \cdot 7(9 \cdot 11)] = 9 + 29 - 14 - 19 = 5,$$

$$11x = 5, \quad x = 15.$$

$$a = 23, b = 6, c = 19, p = 16,$$

$$16x = (23 + 6 + 19) + 23 \cdot 6 \cdot 19 \cdot 16 - 14 - [23(6 \cdot 19)16] [23 \cdot 6(19 \cdot 16)] = 12 + 35 - 14 - 27 = 30,$$

$$16x = 30, \quad x = 27.$$

$$a = 1, b = 7, c = 13, p = 18,$$

$$18x = (1 + 7 + 13) + 1 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 18 - 14 - [1(7 \cdot 13)18] [1 \cdot 7(13 \cdot 18)] = 15 + 30 - 14 - 19 = 24,$$

$$18x = 24, \quad x = 23.$$

Когомологические уравнения в принятом подходе проявляют новые стороны и свойства объектных множеств. По идее, ими описываются отношения в системе структурных изделий разной сложности. Они могут проявиться по-разному, один из вариантов которых имеет место в функциональной «похожести» законов для разных объектных множеств.

## Решения объектных когомологических уравнений ранга 6

Изменим обозначение шестого элемента последовательности  $g_6 = x$  и преобразуем все слагаемые коцепей из 6 элементов согласно свойствам объектных множеств:

$$\begin{aligned} g_1(g_2g_3g_4g_5x) &= 1^* + 1^* - (g_1 + g_2 + g_3 + g_4 + g_5) + x, \\ (g_1(g_2g_3)g_4g_5)x - ((g_1g_2)g_3g_4g_5)x &= [g_1(g_2g_3)g_4g_5][g_1g_2g_3g_4g_5] - 1^*, \\ -g_1g_2(g_3g_4)g_5x &= -1^* + g_1g_2(g_3g_4) - g_5x, \\ -g_1g_2g_3g_4(g_5x) &= -1 + g_1g_2g_3g_4 - g_5x, \\ g_1g_2g_3(g_4g_5)x &= 1^* + 1^* - g_1g_2g_3 - g_4g_5 + x, \\ g_1g_2g_3g_4g_5 &= g_1g_2g_3g_4g_5. \end{aligned}$$

Просуммируем полученные выражения, разделив их на пару слагаемых:

$$\begin{aligned} A &= (x - g_5x) + (x - g_5x), \\ B &= (g_1 + g_2 + g_3 + g_4 + g_5) + g_1g_2g_3 + g_4g_5 - \\ &- g_1g_2g_3g_4 - g_5x - (g_1g_2g_3g_4g_5) - 1^* - \\ &- [g_1(g_2g_3)g_4g_5][g_1g_2g_3g_4g_5]. \end{aligned}$$

Их достаточно для анализа спектра возможных состояний.

Однородное объектное когомологическое уравнение ранга 6 мы получаем при условии

$$A = B.$$

Дополнительно генерируются аргументно неоднородные уравнения вида

$$\tilde{A} = A \pm f(x - g_5x) = B.$$

В частности, получим

$$\begin{aligned} \tilde{A}_1 &= (x - g_5x), & \tilde{A}_2 &= (x - g_5x) + (x - g_5x), & \tilde{A}_3 &= (x - g_5x) + (x - g_5x) + (x - g_5x), \\ \tilde{A}_4 &= (x - g_5x) + (x - g_5x) + (x - g_5x) + (x - g_5x), \dots \end{aligned}$$

Будем интерпретировать элемент  $x$  в анализируемой модели функциональных связей элементом объектного множества, достаточным для «равновесной гармонии» с другими элементами при внешних для него условиях согласно элементу  $B(g_1, g_2, g_3, g_4, g_5)$ .

Элемент  $g_5$  выполняет функцию не только управляющего элемента в выражении  $(x - g_5x)$ , его влияние отрицательно аддитивно состоянию искомого элемента.

Элемент  $B(g_1, g_2, g_3, g_4, g_5)$  задает «внешние условия» существования элемента  $x$  в том «социуме», который назван объектным множеством, подчиняясь модели объединения системы действующих факторов и принятых операций.

Называя функцию  $(x - g_5x)$  фактором отношения элемента  $x$  к «социуму», их сумма или разность характеризует функциональную меру отношения. При паре элементов имеем бинарное отношение.

Фактор отношения  $(x - g_5x)$  в объектном множестве  $M^{36}$ , как нетривиально свидетельствует анализ, зависит только от управляющего элемента.

Проиллюстрируем ситуацию примером:

$$(x - g_5x) = \text{const}(x),$$

$$\begin{array}{ll}
 1-10 \cdot 1 = 1-22 = 9, & 19-10 \cdot 19 = 19-34 = 9, \\
 2-10 \cdot 2 = 2-23 = 9, & 20-10 \cdot 20 = 20-35 = 9, \\
 3-10 \cdot 3 = 3-24 = 9, & 21-10 \cdot 21 = 21-36 = 9, \\
 4-10 \cdot 4 = 4-19 = 9, & 22-10 \cdot 22 = 22-34 = 9, \\
 \\
 5-10 \cdot 5 = 5-20 = 9, & 23-10 \cdot 23 = 23-32 = 9, \\
 6-10 \cdot 6 = 6-21 = 9, & 24-10 \cdot 24 = 24-33 = 9, \\
 7-10 \cdot 7 = 7-16 = 9, & 25-10 \cdot 25 = 25-10 = 9, \\
 8-10 \cdot 8 = 1-17 = 9, & 26-10 \cdot 26 = 26-11 = 9, \\
 \\
 9-10 \cdot 9 = 9-18 = 9, & 27-10 \cdot 27 = 27-12 = 9, \\
 10-10 \cdot 10 = 10-13 = 9, & 28-10 \cdot 28 = 28-7 = 9, \\
 11-10 \cdot 11 = 11-14 = 9, & 29-10 \cdot 29 = 29-8 = 9, \\
 12-10 \cdot 12 = 12-15 = 9, & 30-10 \cdot 30 = 30-9 = 9, \\
 \\
 13-10 \cdot 13 = 13-4 = 9, & 31-10 \cdot 31 = 31-28 = 9, \\
 14-10 \cdot 14 = 14-5 = 9, & 32-10 \cdot 32 = 32-29 = 9, \\
 15-10 \cdot 15 = 15-6 = 9, & 33-10 \cdot 33 = 33-30 = 9, \\
 16-10 \cdot 16 = 16-1 = 9, & 34-10 \cdot 34 = 34-25 = 9, \\
 \\
 17-10 \cdot 17 = 17-2 = 9, & 35-10 \cdot 35 = 35-26 = 9, \\
 18-10 \cdot 18 = 18-3 = 9, & 36-10 \cdot 36 = 19-36 = 9.
 \end{array}$$

Каждый управляющий параметр генерирует «свое» значение из объектного множества:

$$\begin{array}{llll}
 1-1 \cdot 1 = 6, & 1-10 \cdot 1 = 9, & 1-19 \cdot 1 = 24, & 1-28 \cdot 1 = 27, \\
 1-2 \cdot 1 = 1, & 1-11 \cdot 1 = 10, & 1-20 \cdot 1 = 19, & 1-29 \cdot 1 = 28, \\
 1-3 \cdot 1 = 2, & 1-12 \cdot 1 = 11, & 1-21 \cdot 1 = 20, & 1-30 \cdot 1 = 29, \\
 1-4 \cdot 1 = 3, & 1-13 \cdot 1 = 18, & 1-22 \cdot 1 = 21, & 1-31 \cdot 1 = 36, \\
 1-5 \cdot 1 = 4, & 1-14 \cdot 1 = 13, & 1-23 \cdot 1 = 22, & 1-32 \cdot 1 = 31, \\
 1-6 \cdot 1 = 5, & 1-15 \cdot 1 = 14, & 1-24 \cdot 1 = 23, & 1-33 \cdot 1 = 32, \\
 1-7 \cdot 1 = 12, & 1-16 \cdot 1 = 15, & 1-25 \cdot 1 = 30, & 1-34 \cdot 1 = 33, \\
 1-8 \cdot 1 = 7, & 1-17 \cdot 1 = 16, & 1-26 \cdot 1 = 25, & 1-35 \cdot 1 = 34, \\
 1-9 \cdot 1 = 8, & 1-18 \cdot 1 = 17, & 1-27 \cdot 1 = 26, & 1-36 \cdot 1 = 35.
 \end{array}$$

Суммы одинаковых элементов в модели равновесных состояний

$$\tilde{A}_2 = (x - g_5, x) + (x - g_5, x)$$

задают конечное множество элементов с номерами в форме четных натуральных чисел

$$[14 \ 16 \ 18 \ 20 \ 22 \ 24 \ 26 \ 28 \ 30].$$

По этой причине решения искомого вида возможны при условии, что таковы значения величин

$$B = B(g_1, g_2, g_3, g_4, g_5) = B(a, b, c, d, e).$$

Однако их достаточно «трудно» найти при случайном выборе аргументов этой функции.

Проиллюстрируем несколько значений, применив обозначения

$$\alpha = (a + b + c + d + e), \beta = abc, \gamma = de, \delta = abcde,$$

$$\varepsilon = ab(cd), \kappa = abcd, \rho = AB, 1 = 1^*, \rho = AB,$$

$$A = a(bc)de, B = abcde.$$

В частности, получим таблицу значений:

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\varepsilon$	$\kappa$	$1^*$	$\rho$	<i>B</i>
6	7	8	9	10	34	1	14	2	19	27	13	23	1
6	6	6	6	6	2	6	13	6	13	13	13	13	5
8	8	8	8	8	4	8	13	8	13	13	13	27	35
4	8	13	34	16	33	21	31	9	12	2	13	19	6
4	8	12	6	18	18	2	7	14	27	17	13	19	15
20	18	16	18	20	26	24	21	26	23	25	13	27	17
2	8	11	34	14	21	5	35	35	18	24	13	5	14
2	8	11	33	14	20	15	36	28	17	23	13	21	36
3	8	11	33	14	21	6	36	29	18	22	13	23	7
2	4	6	8	10	6	4	15	6	25	29	13	21	33
1	7	10	33	14	23	4	36	27	18	24	13	19	28
2	8	11	34	15	22	5	36	28	18	24	13	21	25
6	17	33	35	3	22	28	29	20	4	8	13	23	16
7	18	34	36	4	15	23	29	15	10	2	13	25	20
32	33	10	23	19	33	9	15	11	31	33	13	15	32
28	29	18	23	19	15	17	15	13	23	19	13	13	20
13	17	21	25	29	27	23	17	21	19	21	13	13	16
6	17	33	35	2	21	28	28	19	4	8	1	35	10

Таблица значений функций  $p = x - ax, q = p + p = (x - ax) + (x - ax)$  иллюстрирует наличие у них «сдвиговых» и дублирующих свойств:

$a$	1	2	3	4	5	6	$a$	7	8	9	10	11	12
$p$	6	1	2	3	4	5	$p$	12	7	8	9	10	11
$q$	24	20	22	24	20	22	$q$	30	26	28	30	26	28

$a$	13	14	15	16	17	18	$a$	19	20	21	22	23	24
$p$	18	13	14	15	16	17	$p$	24	19	20	21	22	23
$q$	18	14	16	18	14	16	$q$	30	26	28	30	26	28

$a$	25	26	27	28	29	30	$a$	31	32	33	34	35	36
$p$	30	25	26	27	28	29	$p$	36	31	32	33	34	35
$q$	24	20	22	24	20	22	$q$	18	14	16	18	14	16

Каждому значению функции  $B$  соответствуют 4 значения  $a_i$ :

$q$	14	16	18	20	22	24	26	28	30
$a_1$	14	15	13	2	3	1	8	9	7
$a_2$	17	18	16	5	6	4	11	12	9
$a_3$	32	33	31	25	27	25	20	21	19
$a_4$	35	36	34	29	30	28	23	24	22

Следовательно, объектные когомولوجические уравнения ранга 6 разделяются на 2 вида. Есть спектр уравнений, не имеющих решения. С другой стороны, есть уравнения, решения которых конструируются на 4 управляющих параметрах  $a_i$ , допуская возможным каждый элемент объектного множества.

В объектном множестве  $M^{36}$  количество решений равно произведению количества элементов объектного на количество управляющих параметров  $N = 36 \cdot 4 = 144$ .

Объединение пары «неразрешимых» уравнений генерирует новые решения:

+	14	16	18	20	22	24	26	28	30
14	16	18	14	22	24	20	28	30	26
16	18	14	16	24	20	22	30	26	28
18	14	16	18	20	22	24	26	28	30
20	22	24	20	28	30	26	16	18	14
22	24	20	22	20	26	28	18	14	16
24	20	22	24	26	28	30	14	16	18
26	28	30	26	16	18	14	22	24	20
28	30	26	28	18	14	16	24	20	22
30	26	28	30	14	16	18	20	22	24

## Объектные уравнения, ассоциированные с коцепями

Проанализируем уравнение коцепи

$$gf(g) - f(g) = 0 \leftrightarrow gf(g) = f(g)$$

на элементах объектных множеств. Согласно его структуре, тривиальными решениями будут элементы, соответствующие левым единицам объектных множеств:  $g = 1^*$ . Кроме этого, мы имеем такие решения при произвольной зависимости  $f(g)$ .

Обобщим ситуацию, приняв новые уравнения и пару моделей для функций коцепи:

$$g_1 f(g_2) - f(g_1) = 0,$$

$$f_-(g) = \det \begin{pmatrix} g & b \\ b & b \end{pmatrix} = gb - b^2, \quad f_+(g) = \det \begin{pmatrix} g & b \\ b & b \end{pmatrix} = gb + b^2.$$

На новых обозначениях с применением элементов объектного множества  $M^{36}$  получим пару уравнений:

$$g_2 = x, g_1 = a, b^2 = 1^* = 13,$$

$$af(x) = f(a) \rightarrow \begin{cases} a(xb - 13) = ab - 13, \\ a(xb + 13) = ab + 13. \end{cases}$$

Анализ свидетельствует о независимости решений от параметра  $b$ :

$a(xb - 13) = ab - 13,$	$a(xb + 13) = ab + 13,$
$10(x \cdot 1 - 13) = 21 = 10 \cdot 1 - 13,$	$10(x \cdot 1 + 13) = 23 = 10 \cdot 1 + 13,$
$x = 13,$	$x = 13,$
$10(x \cdot 2 - 13) = 22 = 10 \cdot 2 - 13,$	$10(x \cdot 2 + 13) = 24 = 10 \cdot 2 + 13,$
$x = 13,$	$x = 13,$
.....	.....
$10(x \cdot 18 - 13) = 2 = 10 \cdot 18 - 13,$	$10(x \cdot 18 + 13) = 4 = 10 \cdot 18 + 13,$
$x = 13,$	$x = 13$
.....	.....
$10(x \cdot 35 - 13) = 25 = 10 \cdot 35 - 13,$	$10(x \cdot 35 - 13) = 27 = 10 \cdot 35 - 13,$
$x = 13,$	$x = 13,$
$10(x \cdot 36 - 13) = 26 = 10 \cdot 36 - 13,$	$10(x \cdot 36 - 13) = 28 = 10 \cdot 36 - 13,$
$x = 13,$	$x = 13.$

Следовательно, элементы объектного множества  $M^{36}$  подчинены закону, иллюстрирующему нарушение в нем условия дистрибутивности:

$$a(1^*b + 1^*) = ab + 1^* = a(b + 1^*) \neq ab + a1^*.$$

Закон

$$a(1^*b + 1^*) = ab + 1^*$$

выполняется во всех объектных множествах анализируемого типа. Например, получим

$$M^{25}$$

$$a = 1, b = 15, \quad 1^* = 16,$$

$$1(16 \cdot 15 + 16) = 21 = 1 \cdot 15 + 16,$$

$$a = 17, b = 24, \quad 1^* = 16,$$

$$17(16 \cdot 24 + 16) = 24 = 17 \cdot 24 + 16,$$

$$a = 10, b = 19, \quad 1^* = 16,$$

$$10(16 \cdot 19 + 16) = 22 = 10 \cdot 19 + 16, \dots$$

$$S^{27}$$

$$a = 1, b = 15, \quad 1^* = 7,$$

$$1(7 \cdot 15 + 7) = 20 = 1 \cdot 15 + 7,$$

$$a = 17, b = 24, \quad 1^* = 7,$$

$$17(7 \cdot 24 + 7) = 3 = 17 \cdot 24 + 7,$$

$$a = 10, b = 19, \quad 1^* = 7,$$

$$10(7 \cdot 19 + 7) = 24 = 10 \cdot 19 + 7, \dots$$

Из анализа следует корректность неоднородных объектных уравнений:

$$a(xb \mp 1^*) + x = ab + 1^* \mp 1^* = (bx)(ax) + 1^* \mp 1^*, (bx)(ax) = ab.$$

Проиллюстрируем эти функциональные связи примерами на объектных множествах. Имеем

$$a(xb - 1^*) + x = ab + 1^* - 1^* = ab.$$

$$M^{25}$$

$$a = 10, b = 20, ab = 2, 1^* = 16, x = 8,$$

$$10(8 \cdot 20 - 16) + 8 = 25 + 8 = 2, \dots$$

$$S^{27}$$

$$a = 10, b = 20, ab = 24, 1^* = 7, x = 8,$$

$$10(8 \cdot 20 - 7) + 8 = 22 + 8 = 24, \dots$$

$$a(xb + 1^*) + x = ab + 1^* + 1^*.$$

$$M^{25}$$

$$a = 10, b = 20, ab = 2, 1^* + 1^* = 17, x = 8, 2 + 17 = 4,$$

$$10(8 \cdot 20 + 16) + 8 = 22 + 8 = 4, \dots$$

$$S^{27}$$

$$a = 10, b = 20, ab = 24, 1^* + 1^* = 8, x = 8, 24 + 8 = 23,$$

$$10(8 \cdot 20 + 7) + 8 = 24 + 8 = 23, \dots$$

## Аргументно инвариантные объектные уравнения на 2-коцепях

Преобразуем функциональное уравнение для 2-коцепи

$$g_1 f(g_2) - f(g_1 g_2) + f(g_1) = 0$$

в объектное алгебраическое уравнение. Обозначим  $g_1 = a, g_2 = x$ . Зададим функции в форме параметрически заполненных симметричных определителей

$$f(g) = \text{Dat} \begin{pmatrix} g & \alpha \\ \alpha & \alpha \end{pmatrix} = g\alpha + \alpha^2 = g\alpha + 1^*.$$

Получим условие

$$a \text{Dat} \begin{pmatrix} x & b \\ b & b \end{pmatrix} - \text{Dat} \begin{pmatrix} ax & c \\ c & c \end{pmatrix} + \text{Dat} \begin{pmatrix} a & p \\ p & p \end{pmatrix} = \text{Dat} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

В алгебраической форме оно выглядит так

$$a(xb + b^2) - (axc + c^2) + ap + p^2 = 0^*.$$

Прибавим и вычтем независимую переменную  $x$ . Уравнение примет новый образ

$$a(xb + 1^*) + x = x + axc - ap.$$

Учтем, что в объектных множествах действует закон

$$a(xb + 1^*) + x = ab + 1^* + 1^*.$$

Следовательно, анализу подлежит объектное алгебраическое уравнение

$$x + axc = ab + ap + 1^* + 1^*.$$

Ситуация сводится к анализу связи параметров  $b, p$ , потому что левая часть этого уравнения задана аргументно инвариантной функцией

$$x + axc = a + c.$$

Проиллюстрируем корректность закона примерами:

$$\begin{array}{l} M^{25} \\ x = 1: \quad 1 + 14 \cdot 1 \cdot 20 = 14, \quad 14 + 20 = 14, \\ x = 25: \quad 25 + 14 \cdot 25 \cdot 20 = 14, \quad 14 + 20 = 14 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} S^{27} \\ x = 1: \quad 1 + 14 \cdot 1 \cdot 26 = 17, \quad 14 + 26 = 17, \\ x = 27: \quad 27 + 14 \cdot 27 \cdot 26 = 17, \quad 14 + 26 = 14. \end{array}$$

$$M^{36}$$

$$x = 1: \quad 1 + 10 \cdot 1 \cdot 13 = 11, \quad 10 + 13 = 11,$$

$$x = 36: \quad 36 + 10 \cdot 36 \cdot 13 = 11, \quad 10 + 13 = 11.$$

Искомые решения обеспечиваются на каждом элементе объектного множества в том случае, когда правая часть базового уравнения равна его правой части.

Задача сводится к выбору параметров  $b, p$  в уравнении

$$ab + ap = Q.$$

Анализ свидетельствует, что это не только возможно. Выполняется функциональный закон

$$b + p = a + a + Q + R,$$

$$R = 0^* - (1^* + 1^*).$$

Подтвердим закон расчетом. Например, получим такие значения:

$$M^{25}$$

$$a = 7, Q = 15, R = 20 - (16 + 16) = 18,$$

$$b = 1: \quad 7 \cdot 1 + 7p = 15, \quad 7p = 15 - 7 = 8, \quad p = 19,$$

$$b + p = 1 + 19 = 20 = 7 + 7 + 15 + 18 = 20,$$

$$b = 2: \quad 7 \cdot 2 + 7p = 15, \quad 7p = 15 - 14 = 1, \quad p = 18,$$

$$b + p = 2 + 18 = 20 = 7 + 7 + 15 + 18 = 20,$$

.....

$$b = 18: \quad 7 \cdot 18 + 7p = 15, \quad 7p = 15 - 126 = -111, \quad p = 2,$$

$$b + p = 18 + 2 = 20 = 7 + 7 + 15 + 18 = 20,$$

.....

$$b = 24: \quad 7 \cdot 24 + 7p = 15, \quad 7p = 15 - 168 = -153, \quad p = 7,$$

$$b + p = 24 + 7 = 31 = 7 + 7 + 15 + 18 = 31, \dots$$

$$S^{27}$$

$$a = 7, Q = 15, R = 9 - 8 = 7,$$

$$b = 1: \quad 7 \cdot 1 + 7p = 15, \quad 7p = 15 - 7 = 8, \quad p = 21,$$

$$b + p = 1 + 21 = 22 = 7 + 7 + 15 + 7 = 22,$$

$$b = 2: \quad 7 \cdot 2 + 7p = 15, \quad 7p = 15 - 14 = 1, \quad p = 20,$$

$$b + p = 2 + 20 = 22 = 7 + 7 + 15 + 7 = 22,$$

.....

$$b = 18: \quad 7 \cdot 18 + 7p = 15, \quad 7p = 15 - 126 = -111, \quad p = 22,$$

$$b + p = 18 + 22 = 40 = 7 + 7 + 15 + 7 = 22,$$

.....

$$b = 27: \quad 7 \cdot 27 + 7p = 15, \quad 7p = 15 - 189 = -174, \quad p = 4,$$

$$b + p = 27 + 4 = 31 = 7 + 7 + 15 + 7 = 31.$$

## Единые объектные уравнения для 3 видов 2-коцепей

Функциональное уравнение для 2-коцепи

$$g_1 f(g_2) - f(g_1 g_2) + f(g_1) = 0$$

может быть превращено в объектное алгебраическое уравнение 3 разными способами.

При обозначениях  $g_1 = a, g_2 = x$  с функциями в форме параметрически заполненных симметричных определителей

$$f(g) = \text{Dat} \begin{pmatrix} g & \alpha \\ \alpha & \alpha \end{pmatrix} = g\alpha + \alpha^2 = g\alpha + 1^*$$

2-коцепь превращается в уравнение

$$x + axc = ab + ap + 1^* + 1^*.$$

На функциях в форме параметрически заполненных стандартных определителей

$$f(g) = \text{Det} \begin{pmatrix} g & \alpha \\ \alpha & \alpha \end{pmatrix} = g\alpha - \alpha^2 = g\alpha - 1^*$$

генерируется аналогичное уравнение с более простой правой частью вида

$$x + axc = ab + ap.$$

Новая модель получается при условии, что каждая из функций 2-коцепи есть сумма симметричного и стандартного определителя в их параметрическом представлении.

В этом варианте аддитивно объединены две функции

$$\begin{aligned} a(xb + b^2) - (axc + c^2) + ap + p^2 &= 0^*, \\ a(xb - b^2) - (axc - c^2) + ap - p^2 &= 0^*. \end{aligned}$$

Поскольку  $\zeta^2 = 1^*$ , уравнения преобразуются к известным аргументно инвариантным типам

$$\begin{aligned} a(xb - 1^*) + x - x - axc + ap &= 0^*, \\ a(xb + 1^*) + x - x - axc + ap &= 0^*. \end{aligned}$$

Пара генерирует новое уравнение

$$x + axc = ab + ap + 1^*.$$

Она представляется «промежуточной» между двумя предыдущими моделями

$$x + axc = ab + ap, \quad x + axc = ab + ap + 1^* + 1^*.$$

С позиции физики так проявляется «единство» гравитации, света и их связующего звена.

## Аргументно инвариантные функции, циклические на количестве аргументов

Определим функции на последовательности элементов объектного множества  $S^{27}$  со свободой их выбора вида

$$\Phi(n) = \sum_{i=1}^n a_i a_{i+1}.$$

На 4 элементах убедимся в аргументной инвариантности такой функции:

$$\begin{array}{l} 19 \leftrightarrow 1 \\ \downarrow \quad \downarrow \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 1 \cdot 25 + 25 \cdot 10 + 10 \cdot 19 + 19 \cdot 1 = 15 + 21 + 23 + 22 = 7, \\ 1 \cdot 19 + 19 \cdot 10 + 10 \cdot 25 + 25 \cdot 1 = 25 + 27 + 17 + 11 = 7, \end{array} \right. \\ 10 \leftrightarrow 25 \\ \\ 21 \leftrightarrow 6 \\ \downarrow \quad \downarrow \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 6 \cdot 9 + 9 \cdot 13 + 13 \cdot 21 + 21 \cdot 6 = 1 + 14 + 5 + 11 = 7, \\ 6 \cdot 21 + 21 \cdot 13 + 13 \cdot 9 + 9 \cdot 6 = 15 + 3 + 12 + 4 = 7, \end{array} \right. \\ 13 \leftrightarrow 9 \\ \\ 19 \leftrightarrow 5 \\ \downarrow \quad \downarrow \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 5 \cdot 11 + 11 \cdot 20 + 20 \cdot 19 + 19 \cdot 5 = 18 + 23 + 9 + 12 = 7, \\ 5 \cdot 19 + 19 \cdot 20 + 20 \cdot 11 + 11 \cdot 5 = 14 + 8 + 27 + 20 = 7, \dots \end{array} \right. \\ 20 \leftrightarrow 11 \end{array}$$

На 5 элементах аргументная инвариантность реализуется на новом элементе множества:

$$\begin{array}{ccccc} 17 & & \leftrightarrow & 6 & & \leftrightarrow & 9 \\ & \swarrow & & & & & \searrow \\ & & 21 & & \leftrightarrow & 13 & \end{array}$$

$$\begin{aligned} 6 \cdot 9 + 9 \cdot 13 + 13 \cdot 21 + 21 \cdot 17 + 17 \cdot 6 &= 1 + 14 + 5 + 21 + 26 = 8, \\ 6 \cdot 17 + 17 \cdot 21 + 21 \cdot 13 + 13 \cdot 9 + 9 \cdot 6 &= 24 + 17 + 3 + 12 + 4 = 8, \end{aligned}$$

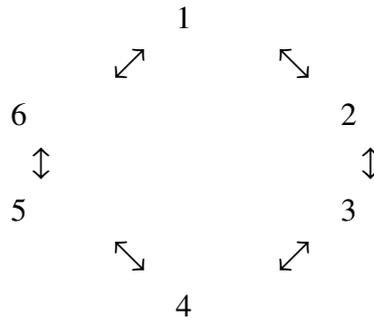
$$\begin{array}{ccccc} 14 & & \leftrightarrow & 5 & & \leftrightarrow & 11 \\ & \swarrow & & & & & \searrow \\ & & 19 & & \leftrightarrow & 20 & \end{array}$$

$$\begin{aligned} 5 \cdot 11 + 11 \cdot 20 + 20 \cdot 19 + 19 \cdot 14 + 14 \cdot 5 &= 18 + 23 + 9 + 3 + 24 = 8, \\ 5 \cdot 14 + 14 \cdot 19 + 19 \cdot 20 + 20 \cdot 11 + 11 \cdot 5 &= 26 + 5 + 8 + 27 + 20 = 8, \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ccccc} 21 & & \leftrightarrow & 13 & & \leftrightarrow & 15 \\ & \swarrow & & & & & \searrow \\ & & 19 & & \leftrightarrow & 17 & \end{array}$$

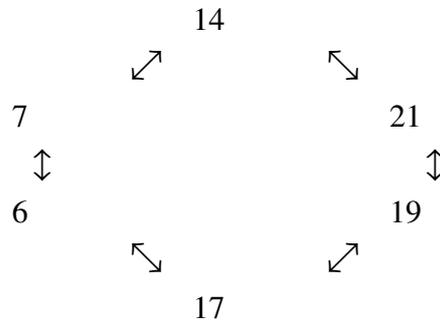
$$\begin{aligned} 13 \cdot 15 + 15 \cdot 17 + 17 \cdot 19 + 19 \cdot 21 + 21 \cdot 13 &= 9 + 26 + 18 + 9 + 3 = 8, \\ 13 \cdot 21 + 21 \cdot 19 + 19 \cdot 17 + 17 \cdot 15 + 15 \cdot 13 &= 5 + 8 + 20 + 24 + 8 = 8, \dots \end{aligned}$$

На 6 элементах аналогично выполняется условие аргументной инвариантности с новым элементом объектного множества:



$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 6 + 6 \cdot 1 = 8 + 8 + 2 + 8 + 8 + 5 = 9,$$

$$1 \cdot 6 + 6 \cdot 5 + 5 \cdot 4 + 4 \cdot 3 + 3 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 3 + 9 + 9 + 6 + 9 + 9 = 9,$$



$$14 \cdot 21 + 21 \cdot 19 + 19 \cdot 17 + 17 \cdot 6 + 6 \cdot 7 + 7 \cdot 14 = 4 + 8 + 20 + 26 + 2 + 14 = 9,$$

$$14 \cdot 7 + 7 \cdot 6 + 6 \cdot 17 + 17 \cdot 19 + 19 \cdot 21 + 21 \cdot 14 = 12 + 6 + 24 + 18 + 9 + 1 = 9, \dots$$

При дальнейшем увеличении количества аргументов функции циклически генерируют только указанные величины. Например, получим

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 6 + 6 \cdot 7 + 7 \cdot 1 = 7,$$

$$1 \cdot 7 + 7 \cdot 6 + 6 \cdot 5 + 5 \cdot 4 + 4 \cdot 3 + 3 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 7,$$

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 6 + 6 \cdot 7 + 7 \cdot 8 + 8 \cdot 1 = 8,$$

$$1 \cdot 8 + 8 \cdot 7 + 7 \cdot 6 + 6 \cdot 5 + 5 \cdot 4 + 4 \cdot 3 + 3 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 8,$$

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 6 + 6 \cdot 7 + 7 \cdot 8 + 8 \cdot 9 + 9 \cdot 1 = 9,$$

$$1 \cdot 9 + 9 \cdot 8 + 8 \cdot 7 + 7 \cdot 6 + 6 \cdot 5 + 5 \cdot 4 + 4 \cdot 3 + 3 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 9, \dots$$

Введенные функции циклически зависят от количества аргументов:

$$\Phi(n) = 7 \rightarrow n = 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25,$$

$$\Phi(n) = 8 \rightarrow n = 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26,$$

$$\Phi(n) = 9 \rightarrow n = 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27.$$

Проанализируем функции на последовательности элементов, со свободой их выбора, на примере объектного множества  $M^{25}$ , приняв зависимость вида

$$\Phi(n) = \sum_{i=1}^n a_i a_{i+1}.$$

На 4 элементах убедимся в аргументной инвариантности такой функции:

$$\begin{array}{l} 19 \leftrightarrow 1 \\ \Downarrow \quad \Downarrow \rightarrow \begin{cases} 1 \cdot 25 + 25 \cdot 10 + 10 \cdot 19 + 19 \cdot 1 = 5 + 25 + 1 + 3 = 19, \\ 1 \cdot 19 + 19 \cdot 10 + 10 \cdot 25 + 25 \cdot 1 = 10 + 7 + 12 + 8 = 19, \end{cases} \\ 10 \leftrightarrow 25 \\ \\ 21 \leftrightarrow 6 \\ \Downarrow \quad \Downarrow \rightarrow \begin{cases} 6 \cdot 9 + 9 \cdot 13 + 13 \cdot 21 + 21 \cdot 6 = 19 + 7 + 10 + 5 = 19, \\ 6 \cdot 21 + 21 \cdot 13 + 13 \cdot 9 + 9 \cdot 6 = 12 + 3 + 1 + 18 = 19, \end{cases} \\ 13 \leftrightarrow 9 \\ \\ 19 \leftrightarrow 5 \\ \Downarrow \quad \Downarrow \rightarrow \begin{cases} 5 \cdot 11 + 11 \cdot 20 + 20 \cdot 19 + 19 \cdot 5 = 22 + 25 + 20 + 2 = 19, \\ 5 \cdot 19 + 19 \cdot 20 + 20 \cdot 11 + 11 \cdot 5 = 6 + 17 + 12 + 15 = 19, \dots \end{cases} \\ 20 \leftrightarrow 11 \end{array}$$

На 5 элементах аргументная инвариантность реализуется на новом элементе множества:

$$\begin{array}{ccccc} 17 & & \leftrightarrow & 6 & & \leftrightarrow & 9 \\ & \swarrow & & & & & \searrow \\ & & 21 & & \leftrightarrow & 13 & \end{array}$$

$$\begin{aligned} 6 \cdot 9 + 9 \cdot 13 + 13 \cdot 21 + 21 \cdot 17 + 17 \cdot 6 &= 19 + 7 + 10 + 12 + 10 = 20, \\ 6 \cdot 17 + 17 \cdot 21 + 21 \cdot 13 + 13 \cdot 9 + 9 \cdot 6 &= 3 + 25 + 3 + 1 + 18 = 20, \end{aligned}$$

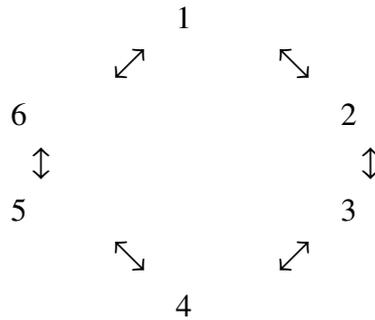
$$\begin{array}{ccccc} 14 & & \leftrightarrow & 5 & & \leftrightarrow & 11 \\ & \swarrow & & & & & \searrow \\ & & 19 & & \leftrightarrow & 20 & \end{array}$$

$$\begin{aligned} 5 \cdot 11 + 11 \cdot 20 + 20 \cdot 19 + 19 \cdot 14 + 14 \cdot 5 &= 22 + 25 + 20 + 23 + 12 = 20, \\ 5 \cdot 14 + 14 \cdot 19 + 19 \cdot 20 + 20 \cdot 11 + 11 \cdot 5 &= 25 + 21 + 17 + 12 + 15 = 20, \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ccccc} 21 & & \leftrightarrow & 13 & & \leftrightarrow & 15 \\ & \swarrow & & & & & \searrow \\ & & 19 & & \leftrightarrow & 17 & \end{array}$$

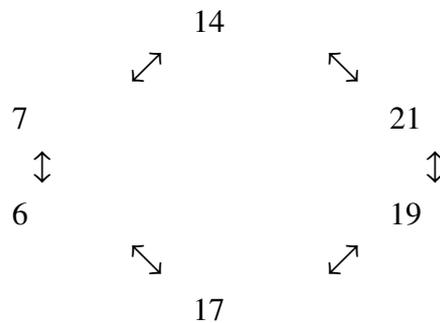
$$\begin{aligned} 13 \cdot 15 + 15 \cdot 17 + 17 \cdot 19 + 19 \cdot 21 + 21 \cdot 13 &= 18 + 23 + 18 + 23 + 3 = 20, \\ 13 \cdot 21 + 21 \cdot 19 + 19 \cdot 17 + 17 \cdot 15 + 15 \cdot 13 &= 10 + 14 + 19 + 14 + 19 = 20, \dots \end{aligned}$$

На 6 элементах аналогично выполняется условие аргументной инвариантности с новым элементом объектного множества:



$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 6 + 6 \cdot 1 = 17 + 17 + 17 + 17 + 11 + 22 = 16,$$

$$1 \cdot 6 + 6 \cdot 5 + 5 \cdot 4 + 4 \cdot 3 + 3 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 15 + 21 + 20 + 20 + 20 + 20 = 16,$$



$$14 \cdot 21 + 21 \cdot 19 + 19 \cdot 17 + 17 \cdot 6 + 6 \cdot 7 + 7 \cdot 14 = 9 + 14 + 19 + 10 + 17 + 16 = 16,$$

$$14 \cdot 7 + 7 \cdot 6 + 6 \cdot 17 + 17 \cdot 19 + 19 \cdot 21 + 21 \cdot 14 = 3 + 20 + 3 + 18 + 23 + 4 = 16, \dots$$

При дальнейшем увеличении количества аргументов функции генерируют ещё 2 новые элементы:

$$[21, 25, 3, 12, 6, 10, 1],$$

$$21 \cdot 25 + 25 \cdot 3 + 3 \cdot 12 + 12 \cdot 6 + 6 \cdot 10 + 10 \cdot 1 + 1 \cdot 21 =$$

$$= 20 + 10 + 25 + 4 + 20 + 23 + 1 = 17,$$

$$[21, 25, 3, 12, 6, 10, 1, 14],$$

$$21 \cdot 25 + 25 \cdot 3 + 3 \cdot 12 + 12 \cdot 6 + 6 \cdot 10 + 10 \cdot 1 + 1 \cdot 14 + 14 \cdot 21 =$$

$$= 20 + 10 + 25 + 4 + 20 + 23 + 24 + 9 = 18.$$

При последующем увеличении количества аргументов начинается повторение значений:

$$[21, 25, 3, 12, 6, 10, 1, 14, 18],$$

$$21 \cdot 25 + 25 \cdot 3 + 3 \cdot 12 + 12 \cdot 6 + 6 \cdot 10 + 10 \cdot 1 + 1 \cdot 14 + 14 \cdot 18 + 18 \cdot 21 =$$

$$= 20 + 10 + 25 + 4 + 20 + 23 + 24 + 25 + 24 = 19,$$

$$[21, 25, 3, 12, 6, 10, 1, 14, 18, 3],$$

$$21 \cdot 25 + 25 \cdot 3 + 3 \cdot 12 + 12 \cdot 6 + 6 \cdot 10 + 10 \cdot 1 + 1 \cdot 14 + 14 \cdot 18 + 18 \cdot 3 + 3 \cdot 21 =$$

$$= 20 + 10 + 25 + 4 + 20 + 23 + 24 + 25 + 1 + 4 = 20, \dots$$

Имеет место циклическая зависимость генерируемых величин от количества аргументов:

$$\begin{aligned} xx = 16 &\rightarrow \Phi(n) = 16, n = 1, 6, 11, 16, 21, \\ xy + yx = 17 &\rightarrow \Phi(n) = 17, n = 2, 7, 12, 17, 22, \\ xy + yz + zx = 18 &\rightarrow \Phi(n) = 18, n = 3, 8, 13, 18, 23, \\ &\Phi(n) = 19, n = 4, 9, 14, 19, 24, \\ &\Phi(n) = 20, n = 0, 5, 10, 15, 20, 25. \end{aligned}$$

Аналогичные свойства на спектре введенных функций присущи элементам множества  $M^{36}$ .  
Например, аргументно инвариантны функции с 4 аргументами свободного выбора:

$$\begin{array}{ccc} 5 & \leftrightarrow & 8 \\ \downarrow & & \downarrow \\ 2 & \leftrightarrow & 10 \end{array} \rightarrow \begin{cases} 8 \cdot 10 + 10 \cdot 2 + 2 \cdot 5 + 5 \cdot 8 = 15 + 23 + 16 + 28 = 16, \\ 8 \cdot 5 + 5 \cdot 2 + 2 \cdot 10 + 10 \cdot 8 = 22 + 16 + 27 + 17 = 16, \end{cases}$$
  

$$\begin{array}{ccc} 7 & \leftrightarrow & 25 \\ \downarrow & & \downarrow \\ 11 & \leftrightarrow & 30 \end{array} \rightarrow \begin{cases} 25 \cdot 30 + 30 \cdot 11 + 11 \cdot 7 + 7 \cdot 25 = 18 + 6 + 15 + 7 = 16, \\ 25 \cdot 7 + 7 \cdot 11 + 11 \cdot 30 + 30 \cdot 25 = 1 + 17 + 8 + 14 = 16, \dots \end{cases}$$

Увеличим количество аргументов. Получим еще 5 элементов объектного множества:

$$\begin{aligned} &[8, 10, 2, 5, 11], \\ &8 \cdot 10 + 10 \cdot 2 + 2 \cdot 5 + 5 \cdot 11 + 11 \cdot 8 = 17, \\ &[8, 10, 2, 5, 11, 34], \\ &8 \cdot 10 + 10 \cdot 2 + 2 \cdot 5 + 5 \cdot 11 + 11 \cdot 34 + 34 \cdot 8 = 18, \\ &[8, 10, 2, 5, 11, 34, 21], \\ &8 \cdot 10 + 10 \cdot 2 + 2 \cdot 5 + 5 \cdot 11 + 11 \cdot 34 + 34 \cdot 21 + 21 \cdot 8 = 13, \\ &[8, 10, 2, 5, 11, 34, 21, 20], \\ &8 \cdot 10 + 10 \cdot 2 + 2 \cdot 5 + 5 \cdot 11 + 11 \cdot 34 + 34 \cdot 21 + 21 \cdot 20 + 20 \cdot 8 = 14, \\ &[8, 10, 2, 5, 11, 34, 21, 20, 7], \\ &8 \cdot 10 + 10 \cdot 2 + 2 \cdot 5 + 5 \cdot 11 + 11 \cdot 34 + 34 \cdot 21 + 21 \cdot 20 + 20 \cdot 7 + 7 \cdot 8 = 15, \\ &[8, 10, 2, 5, 11, 34, 21, 20, 7, 9], \\ &8 \cdot 10 + 10 \cdot 2 + 2 \cdot 5 + 5 \cdot 11 + 11 \cdot 34 + 34 \cdot 21 + 21 \cdot 20 + 20 \cdot 7 + 7 \cdot 9 + 9 \cdot 8 = 16, \dots \end{aligned}$$

Введенные функции циклически по количеству аргументов, с «периодом» 6, который равен размерности матриц объектного множества, генерируют элементы одной конформации

$$[13, 14, 15, 16, 17, 18].$$

## Циклическая по количеству аргументов генерация конформаций

Введенные функции аргументно инвариантно генерируют одну конформацию, которая задает элементы, циклически зависящие от количества аргументов. Назовем конформацию с таким свойством фильтрующей конформацией.

На примере объектного множества  $M^{25}$  с его таблицей произведений укажем алгоритм генерации иных конформаций на основе фильтрующей конформации.

×	1 2 3 4 5	6 7 8 9 10	11 12 13 14 15	16 17 18 19 20	21 22 23 24 25
1	16 17 18 19 20	15 11 12 13 14	21 22 23 24 25	7 8 9 10 6	1 2 3 4 5
2	20 16 17 18 19	14 15 11 12 13	25 21 22 23 24	6 7 8 9 10	5 1 2 3 4
3	19 20 16 17 18	13 14 15 11 12	24 25 21 22 23	10 6 7 8 9	4 5 1 2 3
4	18 19 20 16 17	12 13 14 15 11	23 24 25 21 22	9 10 6 7 8	3 4 5 1 2
5	17 18 19 20 16	11 12 13 14 15	22 23 24 25 21	8 9 10 6 7	2 3 4 5 1

×	1 2 3 4 5	6 7 8 9 10	11 12 13 14 15	16 17 18 19 20	21 22 23 24 25
6	22 23 24 25 21	16 17 18 19 20	8 9 10 6 7	2 3 4 5 1	12 13 14 15 11
7	21 22 23 24 25	20 16 17 18 19	7 8 9 10 6	1 2 3 4 5	11 12 13 14 15
8	25 21 22 23 24	19 20 16 17 18	6 7 8 9 10	5 1 2 3 4	15 11 12 13 14
9	24 25 21 22 23	18 19 20 16 17	10 6 7 8 9	4 5 1 2 3	14 15 11 12 13
10	23 24 25 21 22	17 18 19 20 16	9 10 6 7 8	3 4 5 1 2	13 14 15 11 12

×	1 2 3 4 5	6 7 8 9 10	11 12 13 14 15	16 17 18 19 20	21 22 23 24 25
11	11 12 13 14 15	5 1 2 3 4	16 17 18 19 20	21 22 23 24 25	7 8 9 10 6
12	15 11 12 13 14	4 5 1 2 3	20 16 17 18 19	25 21 22 23 24	6 7 8 9 10
13	14 15 11 12 13	3 4 5 1 2	19 20 16 17 18	24 25 21 22 23	10 6 7 8 9
14	13 14 15 11 12	2 3 4 5 1	18 19 20 16 17	23 24 25 21 22	9 10 6 7 8
15	12 13 14 15 11	1 2 3 4 5	17 18 19 20 16	22 23 24 25 21	8 9 10 6 7

×	1 2 3 4 5	6 7 8 9 10	11 12 13 14 15	16 17 18 19 20	21 22 23 24 25
16	1 2 3 4 5	6 7 8 9 10	11 12 13 14 15	16 17 18 19 20	21 22 23 24 25
17	5 1 2 3 4	10 6 7 8 9	15 11 12 13 14	20 16 17 18 19	25 21 22 23 24
18	4 5 1 2 3	9 10 6 7 8	14 15 11 12 13	19 20 16 17 18	24 25 21 22 23
19	3 4 5 1 2	8 9 10 6 7	13 14 15 11 12	18 19 20 16 17	23 24 25 21 22
20	2 3 4 5 1	7 8 9 10 6	12 13 14 15 11	17 18 19 20 16	22 23 24 25 21

×	1 2 3 4 5	6 7 8 9 10	11 12 13 14 15	16 17 18 19 20	21 22 23 24 25
21	7 8 9 10 6	25 21 22 23 24	1 2 3 4 5	11 12 13 14 15	16 17 18 19 20
22	6 7 8 9 10	24 25 21 22 23	5 1 2 3 4	15 11 12 13 14	20 16 17 18 19
23	10 6 7 8 9	23 24 25 21 22	4 5 1 2 3	14 15 11 12 13	19 20 16 17 18
24	9 10 6 7 8	22 23 24 25 21	3 4 5 1 2	13 14 15 11 12	18 19 20 16 17
25	8 9 10 6 7	21 22 23 24 25	2 3 4 5 1	12 13 14 15 11	17 18 19 20 16

Согласно таблице произведений, любой элемент новой конформации (при произведении на элементы фильтрующей конформации справа) генерирует все элементы конформации с новым её составом.

Второй вариант состоит в том, чтобы последовательно умножать справа элементы той конформации, которую желательно создать.

Если элементы искомой информации установлены в определенном порядке, тогда те элементы фильтрующей конформации, которые задают их мутацию, подчинены действию 5 матриц, образующих циклическую группу на матричном произведении.

Эта группа состоит из таких элементов:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Этот порядок в расположении матриц согласован с элементами фильтрующей конформации:

$$[16 \ 17 \ 18 \ 19 \ 20].$$

Каждый элемент фильтрующей конформации при произведении справа на элементы других конформаций генерирует всю эту конформацию:

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
17	5	1	2	3	4	10	6	7	8	9	15	11	12	13	14
18	4	5	1	2	3	9	10	6	7	8	14	15	11	12	13
19	3	4	5	1	2	8	9	10	6	7	13	14	15	11	12
20	2	3	4	5	1	7	8	9	10	6	12	13	14	15	11

×	1	2	3	4	5	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
16	1	2	3	4	5	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
17	5	1	2	3	4	20	16	17	18	19	25	21	22	23	24
18	4	5	1	2	3	19	20	16	17	18	24	25	21	22	23
19	3	4	5	1	2	18	19	20	16	17	23	24	25	21	22
20	2	3	4	5	1	17	18	19	20	16	22	23	24	25	21

С другой стороны, если все элементы фильтрующей конформации умножить справа только на один элемент новой конформации, мы получаем все элементы новой конформации.

Аналогично циклической генерации элементов фильтрующей конформации задаются все элементы других конформаций.

Конформации, ассоциированные с таблицей произведений, образуют циклическую группу.

## Перестановочные объектные функции с одинаковыми значениями

Проанализируем модели произведений пар для сумм и разностей элементов объектных множеств вида

$$\begin{aligned} & (a-b), (a+b), (c-d), (c+d), \\ K &= (a-b)(c-d), \quad L = (a-b)(c+d), \\ M &= (a+b)(c-d), \quad N = (a+b)(c+d). \end{aligned}$$

Интерес к данному исследованию инициирован с разных точек зрения.

С одной стороны, указанным величинам соответствуют значения пары «определителей»:

$$\begin{aligned} \text{Det} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} &= \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - cb = \alpha - \beta, \\ \text{Dat} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} &= \left\langle \begin{matrix} a & b \\ c & d \end{matrix} \right\rangle = ad + cb = \alpha + \beta. \end{aligned}$$

Стандартное значение определителя дополнено симметричным выражением. Предложенное произведение пар можно рассматривать в качестве нового произведения для матриц, заданных «своими» «определителями»:

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} * \left\langle \begin{matrix} e & f \\ g & h \end{matrix} \right\rangle &= (ad - cb) \times (eh + gf) = (\alpha - \beta) \times (\gamma + \delta), \\ \left\langle \begin{matrix} e & f \\ g & h \end{matrix} \right\rangle * \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} &= (eh + gf) \times (ad - cb) = (\gamma + \delta) \times (\alpha - \beta). \end{aligned}$$

Такой вариант учитывает упрощение расчета, обусловленное нарушением дистрибутивности в объектных множествах.

С физической точки зрения мы имеем алгоритм функционального объединения для пары физических явлений: симметричный определитель в обозначении  $rat\bar{A}$  применен ранее в физической теории гравитации, антисимметричный определитель в обозначении  $rot\bar{A}$  есть элемент теории электромагнетизма.

С другой стороны, возможная перемена местами аргументов в анализируемых функциях обеспечивает условия для равенства значений, генерируемых разными функциями на одном и том же подмножестве.

Проиллюстрируем ситуацию примерами на элементах объектного множества  $M^{36}$ :

$$K_1 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{aligned} K_1 &= (\alpha - \beta)(\gamma - \delta) = (1-2)(3-4) = 17 \cdot 17 = 13, \\ K_2 &= (\alpha - \gamma)(\beta - \delta) = (1-3)(2-4) = 16 \cdot 16 = 13, \\ K_1 &= (\alpha - \beta)(\gamma - \delta) = (10-2)(14-5) = 26 \cdot 9 = 2, \\ K_2 &= (\alpha - \gamma)(\beta - \delta) = (10-14)(2-5) = 8 \cdot 15 = 2, \\ K_1 &= (\alpha - \beta)(\gamma - \delta) = (19-2)(31-17) = 5 \cdot 32 = 22, \\ K_2 &= (\alpha - \gamma)(\beta - \delta) = (19-31)(2-17) = 12 \cdot 3 = 22, \dots \end{aligned} \quad K_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

Матрицы указывают порядок расположения аргументов в анализируемых функциях.

Естественно задать таблицу значений для четырех функций, ассоциированную с группой перестановок, подтверждая возможность получения одинаковых значений на алгоритме применения различных связей между аргументами.

На элементах  $[1, 2, 3, 4]$  объектного множества  $M^{36}$  получим таблицу:

$\xi$	1	2	3	4	$K$	$L$	$M$	$N$
$a_1$	$a$	$b$	$c$	$d$	13	21	27	17
$a_2$	$b$	$a$	$d$	$c$	13	19	29	17
$a_3$	$c$	$d$	$a$	$b$	13	23	29	15
$a_4$	$d$	$c$	$b$	$a$	13	21	25	15
$b_1$	$a$	$d$	$c$	$b$	17	21	27	13
$b_2$	$b$	$c$	$d$	$a$	15	21	25	13
$b_3$	$c$	$b$	$a$	$d$	15	23	29	13
$b_4$	$d$	$a$	$b$	$c$	17	19	29	13
$c_1$	$a$	$c$	$b$	$d$	13	21	25	15
$c_2$	$b$	$d$	$a$	$c$	13	23	29	15
$c_3$	$c$	$a$	$d$	$b$	13	19	29	17
$c_4$	$d$	$b$	$c$	$a$	13	21	27	17
$d_1$	$a$	$b$	$d$	$c$	15	21	29	17
$d_2$	$b$	$a$	$c$	$d$	17	19	27	17
$d_3$	$c$	$d$	$b$	$a$	17	21	29	15
$d_4$	$d$	$c$	$a$	$b$	25	15	25	15
$e_1$	$a$	$c$	$d$	$b$	15	21	25	13
$e_2$	$b$	$d$	$c$	$a$	17	21	27	13
$e_3$	$c$	$a$	$b$	$d$	17	19	29	13
$e_4$	$d$	$b$	$a$	$c$	15	23	29	13
$f_1$	$a$	$d$	$b$	$c$	17	21	29	15
$f_2$	$b$	$c$	$a$	$d$	15	23	25	15
$f_3$	$c$	$b$	$d$	$a$	15	21	29	17
$f_4$	$d$	$a$	$c$	$b$	17	19	27	17

Из таблицы следует, что на одном подмножестве элементов можно получить одинаковые результаты на разных функциях.

Матрицы группы перестановок предъявляют места аргументов в анализируемых функциях. Например, получим на функции  $(a-b)(c-d)$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \dots$$

$$(a-b)(c-d) \quad (c-a)(d-b) \quad (a-d)(b-c) \quad (c-b)(d-a)$$

На других элементах объектного множества  $M^{36}$

$$a = 17, b = 23, c = 11, d = 5$$

получим аналогичную таблицу с повторяющимися значениями:

$\xi$	17	23	11	5	$K$	$L$	$M$	$N$
$a_1$	$a$	$b$	$c$	$d$	13	21	23	25
$a_2$	$b$	$a$	$d$	$c$	13	15	29	25
$a_3$	$c$	$d$	$a$	$b$	13	27	29	19
$a_4$	$d$	$c$	$b$	$a$	13	21	17	19
$b_1$	$a$	$d$	$c$	$b$	25	21	23	13
$b_2$	$b$	$c$	$d$	$a$	19	21	17	13
$b_3$	$c$	$b$	$a$	$d$	19	27	29	13
$b_4$	$d$	$a$	$b$	$c$	19	15	29	13
$c_1$	$a$	$c$	$b$	$d$	13	21	23	25
$c_2$	$b$	$d$	$a$	$c$	13	15	29	25
$c_3$	$c$	$a$	$d$	$b$	13	27	29	19
$c_4$	$d$	$b$	$c$	$a$	13	21	17	19
$d_1$	$a$	$b$	$d$	$c$	25	15	23	25
$d_2$	$b$	$a$	$c$	$d$	19	21	29	25
$d_3$	$c$	$d$	$b$	$a$	19	27	17	19
$d_4$	$d$	$c$	$a$	$b$	25	21	29	19
$e_1$	$a$	$c$	$d$	$b$	25	21	23	13
$e_2$	$b$	$d$	$c$	$a$	19	21	17	13
$e_3$	$c$	$a$	$b$	$d$	19	27	29	13
$e_4$	$d$	$b$	$a$	$c$	25	15	29	13
$f_1$	$a$	$d$	$b$	$c$	25	15	23	25
$f_2$	$b$	$c$	$a$	$d$	19	15	29	25
$f_3$	$c$	$b$	$d$	$a$	19	27	17	19
$f_4$	$d$	$a$	$c$	$b$	25	21	29	19

Алгоритм генерирует подмножество из элементов объектного множества с номерами

$$[13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29].$$

Элементы имеют различную частоту «проявления»:

$x$	13	15	17	19	21	23	25	27	29
$n$	16	7	6	17	11	6	15	6	12

Таблица иллюстрирует спектр внутренних состояний при одном внешнем проявлении.

## Структурные изделия на спектре операций

Расчетные модели естественного языка в большинстве случаев базируются на матрицах размерности 4. По этой причине фундаментальное значение имеют модели объектных чисел на таких матрицах.

Проанализируем на системе операций конечное множество матриц:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

(1)                      (2)                      (3)                      (4)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

(5)                      (6)                      (7)                      (8)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

(9)                      (10)                      (11)                      (12)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

(13)                      (14)                      (15)                      (16)

Объединим элементы в подмножества:

<i>A</i>	→	2	4	10	12
<i>B</i>	→	5	7	13	15
<i>C</i>	→	6	8	14	16
<i>H</i>	→	1	3	9	11

Проанализируем поведение элементов и подмножеств на трех операциях:

- а) модульного суммирования;
- б) неассоциативного комбинаторного произведения;
- в) ассоциативного матричного произведения.

Таблица модульного суммирования такова:

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	2	3	4	1	14	15	16	13	10	11	12	9	6	7	8	5
2	3	4	1	2	7	8	5	6	11	12	9	10	15	16	13	14
3	4	1	2	3	16	13	14	15	12	9	10	11	8	5	6	7
4	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
5	14	7	16	5	10	3	12	1	6	15	8	13	2	11	4	9
6	15	8	13	6	3	12	1	10	7	16	5	14	11	4	9	2
7	16	5	14	7	12	1	10	3	8	13	6	15	4	9	2	11
8	13	6	15	8	1	10	3	12	5	14	7	16	9	2	11	4
9	10	11	12	9	6	7	8	5	2	3	4	1	14	15	16	13
10	11	12	9	10	15	16	13	14	3	4	1	2	7	8	5	6
11	12	9	10	11	8	5	6	7	4	1	2	3	16	13	14	15
12	9	10	11	12	13	14	15	16	1	2	3	4	5	6	7	8
13	6	15	8	13	2	11	4	9	14	7	16	5	10	3	12	1
14	7	16	5	14	11	4	9	2	15	8	13	6	3	12	1	10
15	8	13	6	15	4	9	2	11	16	5	14	7	12	1	10	3
16	5	14	7	16	9	2	11	4	13	6	15	8	1	10	3	12

Ее дополняет неассоциативная таблица комбинаторных произведений:

$\times^k$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
2	4	1	2	3	16	13	14	15	12	9	10	11	8	5	6	7
3	3	4	1	2	7	8	5	6	11	12	9	10	15	16	13	14
4	2	3	4	1	14	15	16	13	10	11	12	9	6	7	8	5
5	13	6	15	8	1	10	3	12	5	14	7	16	9	2	11	4
6	16	5	14	7	12	1	10	3	8	13	6	15	4	9	2	11
7	15	8	13	6	3	12	1	10	7	16	3	14	11	4	9	2
8	14	7	16	5	10	3	12	1	6	15	8	13	2	11	4	9
9	9	10	11	12	13	14	15	16	1	2	3	4	5	6	7	8
10	12	9	10	11	8	5	6	7	4	1	2	3	16	13	14	15
11	11	12	9	10	15	16	13	14	3	4	1	2	7	8	5	6
12	10	11	12	9	6	7	8	5	2	3	4	1	14	15	16	13
13	5	14	7	16	9	2	11	4	13	6	15	8	1	10	3	12
14	8	13	6	15	4	9	2	11	16	5	14	7	12	1	10	3
15	7	16	5	14	11	4	9	2	15	8	13	6	3	12	1	10
16	6	15	8	13	2	11	4	9	14	7	16	5	10	3	12	1

Запишем эти таблицы на основе указанных подмножеств:

+	A	B	C	H
A	A	B	C	H
B	B	A	H	C
C	C	H	A	B
H	H	C	B	A

<sup>k</sup> ×	A	B	C	H
A	H	C	B	A
B	C	H	A	B
C	B	A	H	C
H	A	B	C	H

Заметим, что таблица неассоциативных комбинаторных произведений подмножеств в этом случае тождественна стандартной таблице произведения элементов ассоциативной факторгруппы.

Матричные произведения дают таблицу, конформации которой генерируют элементы базового множества:

<sup>m</sup> ×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
2	1	2	3	4	2	1	4	3	3	4	1	2	4	3	2	1
3	1	2	3	4	3	4	1	2	1	2	3	4	3	4	1	2
4	1	2	3	4	4	3	2	1	3	4	1	2	2	1	4	3
5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
6	1	2	3	4	6	5	8	7	11	12	9	10	16	15	14	13
7	1	2	3	4	7	8	5	6	9	10	11	12	15	16	13	14
8	1	2	3	4	8	7	6	5	11	12	9	10	14	13	16	15
9	1	2	3	4	9	10	11	12	1	2	3	4	9	10	11	12
10	1	2	3	4	10	9	12	11	3	4	1	2	12	11	10	9
11	1	2	3	4	11	12	9	10	1	2	3	4	11	12	9	10
12	1	2	3	4	12	11	10	9	3	4	1	2	10	9	12	11
13	1	2	3	4	13	14	15	16	9	10	11	12	5	6	7	8
14	1	2	3	4	14	13	16	15	11	12	9	10	8	7	6	5
15	1	2	3	4	15	16	13	14	9	10	11	12	7	8	5	6
16	1	2	3	4	16	15	14	13	11	12	9	10	6	5	8	7

Таблицы сумм и комбинаторных произведений подмножеств можно записать на указанных ниже матрицах, применив стандартное их произведение:

$$\begin{aligned}
 (M) &\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 \left(\begin{smallmatrix} k \\ \times \end{smallmatrix}\right) &\rightarrow \begin{matrix} (H) & (C) & (B) & (A) \\ (A) & (B) & (C) & (H) \end{matrix} . \\
 (+) &\rightarrow \begin{matrix} (H) & (C) & (B) & (A) \\ (A) & (B) & (C) & (H) \end{matrix} .
 \end{aligned}$$

Таблица матричных произведений подмножеств множества объектных чисел такова:

$\times$ $m$	$A$	$B$	$C$	$H$
$A$	$A$	$A$	$H$	$H$
$B$	$A$	$B$	$C$	$H$
$C$	$A$	$C$	$B$	$H$
$Y$	$A$	$H$	$A$	$H$

В этом случае изоморфизм реализуется на матрицах

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, h = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Их матричное произведение генерирует таблицу

$\times$ $m$	$a$	$b$	$c$	$h$
$a$	$a$	$a$	$h$	$h$
$b$	$a$	$b$	$c$	$h$
$c$	$a$	$c$	$b$	$h$
$h$	$a$	$h$	$a$	$h$

Другими словами, «за» произведениями подмножеств множества объектных чисел есть их «тень» в форме матриц меньшей размерности.

Проанализируем другой пример. Пусть даны матрицы

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \beta = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \gamma = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \delta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

На матричном произведении им соответствует таблица, характеризующая данную операцию как *средство для сохранения структуры* анализируемых матриц:

$\times$ $m$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$
$\alpha$	$\alpha$	$\alpha$	$\delta$	$\delta$
$\beta$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$
$\gamma$	$\delta$	$\gamma$	$\beta$	$\alpha$
$\delta$	$\delta$	$\delta$	$\alpha$	$\alpha$

$$= \alpha \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Эта конформация имеет, с геометрической точки зрения, «центр» и «периферическую» структуру. Их элементы «технологически» согласованы друг с другом, реализуя, тем не менее, модель конечного множества с заданной структурой и наличием условия перемены «лиц» под действием матричной операции.

Пары базовых элементов имеют некоторое функциональное единство: они «замкнуты» одинаковым образом на матричной операции согласно конформации

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \times & x & y \\ \hline m & x & y \\ \hline x & x & y \\ \hline y & y & x \\ \hline \end{array} = x \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

На модульных операциях произведения и суммирования (при изменении условий взаимодействия) базовые элементы генерируют спектр новых матриц:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$(\alpha^2 = \alpha) \quad (\alpha\beta) \quad (\beta^2) \quad (\alpha+\gamma) \quad (\alpha+\delta) \quad (\beta+\delta)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$(\alpha+\alpha) \quad (\alpha+\beta) \quad (\beta+\beta)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$(\alpha\gamma) \quad (\alpha\delta) \quad (\beta\gamma)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$(\beta\delta) \quad (\gamma^2) \quad (\gamma\delta) \quad (\gamma+\delta) \quad (\delta+\delta) \quad (\delta^2 = \delta)$$

Мы имеем начала скрытой модели иерархических взаимных отношений в системе, состоящей из 4 объектов. В ней первый объект находится в режиме «самоизоляции», он не реализует некие отношения с другими объектами. Четвертый объект никак не взаимодействует, как и первый объект, с третьим объектом. Второй объект, как и третий объект, взаимодействует со всеми объектами примерно с одинаковой «частотой».

Такова ситуация на первом уровне взаимных отношений, задаваемых операциями на основе данных о структурных свойствах анализируемых объектов.

Ситуация меняется на более высоких уровнях взаимных отношений (на последующих действиях операций суммирования и произведения).

Первичное множество элементов, состоит из 16 матриц. Оно «замкнуто» на операции суммирования, а также на матричной и комбинаторной операциях. При действии операции модульного произведения оно расширяется с иерархическими признаками взаимных отношений до модели, состоящей из 37 матриц.

Эти новые взаимные отношения задаются такими матрицами:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Естественно имеем обратную задачу: как по одному множеству генерировать другие множества с той же системой отношений?

Введем дополнительные обозначения для подмножества из 8 элементов анализируемого множества с целью сравнения его свойств со свойствами поля  $F_8$ .

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(1 \rightarrow x^2), \quad (2 \rightarrow 1), \quad (3 \rightarrow x^2 + 1), \quad (4 \rightarrow 0),$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(9 \rightarrow x), \quad (10 \rightarrow x^2 + x), \quad (11 \rightarrow x + 1), \quad (12 \rightarrow x^2 + x + 1).$$

Запишем таблицу суммирования в двух обозначениях и дополним ее таблицей сумм для элементов поля  $F_8$ :

+	1	2	3	4	9	10	11	12
1	2	3	4	1	10	11	12	9
2	3	4	1	2	11	12	9	10
3	4	1	2	3	12	9	10	1
4	1	2	3	4	9	10	11	12
9	10	11	12	9	2	3	4	1
10	11	12	9	10	3	4	1	2
11	12	9	10	11	4	1	2	3
12	9	10	11	12	1	2	3	4

+	0	1	$x$	$x+1$	$x^2$	$x^2+1$	$x^2+x$	$x^2+x+1$
0	0	1	$x$	$x+1$	$x^2$	$x^2+1$	$x^2+x$	$x^2+x+1$
1	1	0	$x+1$	$x$	$x^2+1$	$x^2$	$x^2+x+1$	$x^2+x$
$x$	$x$	$x+1$	1	0	$x^2+x$	$x^2+x+1$	$x^2+1$	$x^2$
$x+1$	$x+1$	$x$	0	1	$x^2+x+1$	$x^2+x$	$x^2$	$x^2+1$
$x^2$	$x^2$	$x^2+1$	$x^2+x$	$x^2+x+1$	1	0	$x+1$	$x$
$x^2+1$	$x^2+1$	$x^2$	$x^2+x+1$	$x^2+x$	0	1	$x$	$x+1$
$x^2+x$	$x^2+x$	$x^2+x+1$	$x^2+1$	$x^2$	$x+1$	$x$	0	1
$x^2+x+1$	$x^2+x+1$	$x^2+x$	$x^2$	$x^2+1$	$x$	$x+1$	1	0

+	0	1	$x$	$x+1$	$x^2$	$x^2+1$	$x^2+x$	$x^2+x+1$
0	0	1	$x$	$x+1$	$x^2$	$x^2+1$	$x^2+x$	$x^2+x+1$
1	1	0	$x+1$	$x$	$x^2+1$	$x^2$	$x^2+x+1$	$x^2+x$
$x$	$x$	$x+1$	0	1	$x^2+x$	$x^2+x+1$	$x^2$	$x^2+1$
$x+1$	$x+1$	$x$	1	0	$x^2+x+1$	$x^2+x$	$x^2+1$	$x^2$
$x^2$	$x^2$	$x^2+1$	$x^2+x$	$x^2+x+1$	0	1	$x$	$x+1$
$x^2+1$	$x^2+1$	$x^2$	$x^2+x+1$	$x^2+x$	1	0	$x+1$	$x$
$x^2+x$	$x^2+x$	$x^2+x+1$	$x^2$	$x^2+1$	$x$	$x+1$	0	1
$x^2+x+1$	$x^2+x+1$	$x^2+x$	$x^2+1$	$x^2$	$x+1$	$x$	1	0

Формальное подобие таблиц суммирования не вводит в заблуждение. При расчете по предлагаемому алгоритму мы имеем дело с реальными математическими объектами в форме матриц. Модульное суммирование и произведение применяются согласно сумме или произведению номеров мест значимых элементов в строках. С физической точки зрения этот метод позволяет учесть на уровне «информационного обмена» положение генерируемого значимого элемента на основе сведений о его положение в паре предыдущих матриц.

В формализме полей мы не имеем реального, физического представления элементов поля, и, тем более, их структуры или условий взаимодействия.

Но, тем не менее, формализм имеет «стыковку» с предлагаемым структурным алгоритмом.

Запишем матрицы, имеющие обозначения [1,2,3,4,9,10,11,12] в обозначениях, принятых в теории конечных полей:

$$1 \rightarrow x^2, 2 \rightarrow 1, 3 \rightarrow x^2 + 1, 4 \rightarrow 0, 9 \rightarrow x, 10 \rightarrow x^2 + x, 11 \rightarrow x + 1, 12 \rightarrow x^2 + x + 1.$$

Рассмотрим свойства данного подмножества

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ (0), \quad (1), \quad (x), \quad (x+1), \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ (x^2), \quad (x^2 + 1), \quad (x^2 + x), \quad (x^2 + x + 1)$$

на операции модульного произведения. Получим таблицу, которая существенно отличается от стандартной таблицы произведения для элементов поля  $F_8$ :

$\times_{m^4}$	0	1	$x$	$x+1$	$x^2$	$x^2+1$	$x^2+x$	$x^2+x+1$
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	1	1	1	0	0
$x$	0	1	$x^2$	$x+1$	$x$	$x+1$	$x^2+x$	$x^2+x+1$
$x+1$	0	1	$x^2+1$	$x^2$	$x+1$	$x$	$x^2+x$	$x^2+x+1$
$x^2$	0	1	$x$	$x+1$	$x^2$	$x+1$	$x^2+x$	$x^2+x+1$
$x^2+1$	0	1	$x+1$	$x$	$x^2+1$	$x^2$	$x^2+x$	$x^2+x+1$
$x^2+x$	0	0	$x^2+x$	$x^2+x$	$x^2+x$	$x^2+x$	0	0
$x^2+x+1$	0	0	$x^2+x+1$	$x^2+x+1$	$x^2+x+1$	$x^2+x+1$	0	0

$\times$	0	1	$x$	$x+1$	$x^2$	$x^2+1$	$x^2+x$	$x^2+x+1$
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	$x$	$x+1$	$x^2$	$x^2+1$	$x^2+x$	$x^2+x+1$
$x$	0	$x$	$x^2$	$x^2+x$	$x+1$	1	$x^2+x+1$	$x^2+1$
$x+1$	0	$x+1$	$x^2+x$	$x^2+1$	$x^2+x+1$	$x^2$	1	$x$
$x^2$	0	$x^2$	$x+1$	$x^2+x+1$	$x^2+x$	$x$	$x^2+1$	1
$x^2+1$	0	$x^2+1$	1	$x^2$	$x$	$x^2+x+1$	$x+1$	$x^2+x$
$x^2+x$	0	$x^2+x$	$x^2+x+1$	1	$x^2+1$	$x+1$	$x$	$x^2$
$x^2+x+1$	0	$x^2+x+1$	$x^2+1$	$x$	1	$x^2+x$	$x^2$	$x+1$

Принципиально различны также операции неассоциативного произведения и произведения для элементов поля, содержащего 8 элементов.

Проиллюстрируем этот факт таблицами:

$\begin{matrix} k \\ \times \end{matrix}$	1	2	3	4	9	10	11	12
1	1	2	3	4	9	10	11	12
2	4	1	2	3	12	9	10	11
3	3	4	1	2	11	12	9	10
4	2	3	4	1	10	11	12	9
9	9	10	11	12	1	2	3	4
10	12	9	10	11	4	1	2	3
11	11	12	9	10	3	4	1	2
12	10	11	12	10	2	3	4	1

$\begin{matrix} k \\ \times \end{matrix}$	0	1	$x$	$x+1$	$x^2$	$x^2+1$	$x^2+x$	$x^2+x+1$
0	$x^2$	$x^2+1$	$x^2+x$	$x^2+x+1$	1	0	$x+1$	$x$
1	$x^2+1$	$x^2$	$x^2+x+1$	$x^2+x$	0	1	$x$	$x+1$
$x$	$x^2+x+1$	$x^2+x$	$x^2$	$x^2+1$	$x$	$x+1$	1	0
$x+1$	$x^2+x$	$x^2+x+1$	$x^2+1$	$x^2$	$x+1$	$x$	0	1
$x^2$	0	1	$x$	$x+1$	$x^2$	$x^2+1$	$x^2+x$	$x^2+x+1$
$x^2+1$	1	0	$x+1$	$x$	$x^2+1$	$x^2$	$x^2+x+1$	$x^2+x$
$x^2+x$	$x+1$	$x$	0	1	$x^2+x+1$	$x^2+x$	$x^2$	$x^2+1$
$x^2+x+1$	$x$	$x+1$	1	0	$x^2+x$	$x^2+x+1$	$x^2+1$	$x^2$

$\times$	0	1	$x$	$x+1$	$x^2$	$x^2+1$	$x^2+x$	$x^2+x+1$
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	$x$	$x+1$	$x^2$	$x^2+1$	$x^2+x$	$x^2+x+1$
$x$	0	$x$	$x^2$	$x^2+x$	$x+1$	1	$x^2+x+1$	$x^2+1$
$x+1$	0	$x+1$	$x^2+x$	$x^2+1$	$x^2+x+1$	$x^2$	1	$x$
$x^2$	0	$x^2$	$x+1$	$x^2+x+1$	$x^2+x$	$x$	$x^2+1$	1
$x^2+1$	0	$x^2+1$	1	$x^2$	$x$	$x^2+x+1$	$x+1$	$x^2+x$
$x^2+x$	0	$x^2+x$	$x^2+x+1$	1	$x^2+1$	$x+1$	$x$	$x^2$
$x^2+x+1$	0	$x^2+x+1$	$x^2+1$	$x$	1	$x^2+x$	$x^2$	$x+1$

Теория поля базируется на ассоциативной операции произведения. Мы сравниваем ее сейчас с неассоциативной операцией, что не обеспечивает и не гарантирует совпадения счета.

Ведь неассоциативная операция нацелена и обеспечивает грани информационного обмена, а ассоциативная операция действует на уровне обмена телами и физической энергией.

Ситуация различается еще сильнее при условии действия на множестве матриц стандартной матричной операции. Анализ свидетельствует, что подмножество замкнуто на этой ассоциативной операции. Однако теперь законы взаимодействия элементов совсем иные.

Подтвердим это замечание таблицей матричных произведений в двух ее видах:

$\times$ <i>st</i>	1	2	3	4	9	10	11	12
1	1	2	3	4	1	2	3	4
2	1	2	3	4	3	4	1	2
3	1	2	3	4	1	2	3	4
4	1	2	3	4	3	4	1	2
9	1	2	3	4	1	2	3	4
10	1	2	3	4	3	4	1	2
11	1	2	3	4	1	2	3	4
12	1	2	3	4	3	4	1	2

$\times$ <i>st</i>	0	1	$x$	$x+1$	$x^2$	$x^2+1$	$x^2+x$	$x^2+x+1$
0	0	1	$x^2+1$	$x^2$	$x^2$	$x^2+1$	0	1
1	0	1	$x^2+1$	$x^2$	$x^2$	$x^2+1$	0	1
$x$	0	1	$x^2$	$x^2+1$	$x^2$	$x^2+1$	1	0
$x+1$	0	1	$x^2$	$x^2+1$	$x^2$	$x^2+1$	1	0
$x^2$	0	1	$x$	$x^2+1$	$x^2$	$x^2+1$	1	0
$x^2+1$	0	1	$x^2$	$x^2+1$	$x^2$	$x^2+1$	1	0
$x^2+x$	0	1	$x^2+1$	$x^2$	$x^2$	$x^2+1$	0	1
$x^2+x+1$	0	1	$x^2+1$	$x^2$	$x^2$	$x^2+1$	0	1

Стандартная матричная операция в анализируемом подмножестве действует не только неоднозначно. Подчиняясь ее свойствам в подмножестве, выделены подмножества с уникальными функциональными свойствами.

Получим, например, таблицы

$\times$	1	9
1	1	1
9	1	1

$\times$	1	3	9	11
1	1	3	1	3
3	1	3	1	3
9	1	3	1	3
11	1	3	1	3

$\times$	2	4	10	12
2	2	4	4	2
4	2	4	4	2
10	2	4	4	2
12	2	4	4	2

$\times$	2	12
2	2	2
12	2	2

$\times$	3	11
3	3	3
11	3	3

$\times$	4	10
4	4	4
10	4	4

Объекты с разной структурой идентичны на произведениях.

## Решения бинарных уравнений

Назовем бинарным уравнением функциональную связь пары независимых переменных

$$(x-a)(y-b) = A.$$

Мы анализируем на этой модели равновесие пары ориентированных «площадей» евклидова пространства. Оно имеет счетное множество решений в поле действительных чисел.

Преобразуем бинарное уравнение в квадратное уравнение с одной переменной, приняв

$$y = kx.$$

Сущность начальной постановки задачи не изменилась. Принято дополнительное условие: равновесие ориентированных «площадей» теперь подчинено модели

$$(x-a)(kx-b) = A.$$

Искомые значения независимой переменной задаются уравнением

$$x^2 - \frac{ak+b}{k}x + \frac{ab-A}{k} = 0.$$

Решения без комплексных чисел, которые могут быть измерены на эксперименте, определены условием

$$(ak+b)^2 - 4k(ab-A) = \sigma^2.$$

Следовательно, уменьшение размерности независимых переменных ограничивает диапазон экспериментально проверяемых решений бинарных уравнений.

В частности, решения могут задаваться «неизмеримыми» комплексными числами:

$$(x-3)(x-5) = -10 \leftrightarrow x_{1,2} = 4 \pm i3, i^2 = -1 \leftarrow x^2 - 8x + 25 = 0.$$

Другими словами, на действительной оси нет величин, обеспечивающих искомое решение. Этот факт понятен с разных точек зрения.

Найдем решения данного уравнения, задав его в матричном виде:

$$\left[ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \right] \left[ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} -10 & 0 \\ 0 & -10 \end{pmatrix}.$$

Получим систему уравнений

$$\begin{aligned} a^2 + bc - 8a + 25 &= 0, \\ ab + bd - 8b &= (a+d-8)b = 0, \\ ca + dc - 8c &= (a+d-8)c = 0, \\ d^2 + bc - 8d + 25 &= 0. \end{aligned}$$

Заметим, что при условиях  $b=c=0$  генерируется пара квадратных уравнений указанного вида с комплексными решениями. Это матричное решение имеет диагональные элементы.

Второе условие, требуемое для решения, объединяет пару параметров связью

$$a + d = 8.$$

Эти параметры подчинены квадратичным уравнениям одинаковой структуры

$$a^2 - 8a + (25 + bc) = 0,$$

$$d^2 - 8d + (25 + bc) = 0.$$

Согласование с предыдущей связью достигается при условии

$$25 + bc = 16 \rightarrow bc = -9.$$

Искомое матричное решение задается счетным множеством величин

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & b \\ -\frac{9}{b} & 4 \end{pmatrix}.$$

Следовательно, наличие комплексных решений квадратного уравнения есть ограничение из класса матричных решений при условии, что матричное решение диагонально.

Найдем решения матричного уравнения при известном неассоциативном произведении строк матриц.

Получим систему уравнений нового вида:

$$a^2 + b^2 - 8a + 25 = 0,$$

$$ac + bd - 8b = 0,$$

$$ac + bd - 8c = 0,$$

$$d^2 + c^2 - 8d + 25 = 0.$$

Согласно второму и третьему уравнению выполняется условие

$$b = c = m.$$

Получим пару уравнений одинакового вида с одним параметром

$$a^2 - 8a + (25 + m) = 0,$$

$$d^2 - 8d + (25 + m) = 0.$$

Имеем спектр решений с разными действительными величинами  $a, d$  при условии

$$16 - (m + 25) = \sigma^2.$$

Граница параметра  $m$  задается значением  $m = -9$ . Это значение максимально среди других возможных отрицательных величин.

Следовательно, бинарные уравнения, сведенные к квадратичным уравнениям, обладают спектром решений в поле действительных чисел, не исключая модель комплексных чисел.

## Матричная неассоциативность

Покажем, что на произведениях строк матриц на строки другой матрицы генерируется алгоритм неассоциативности:

$$(a * b) * c \neq a * (b * c),$$

$$a = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} c_1 & c_2 \\ c_3 & c_4 \end{pmatrix}.$$

Выполним расчеты:

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 b_1 + a_2 b_2 & a_1 b_3 + a_2 b_4 \\ a_3 b_1 + a_4 b_2 & a_3 b_3 + a_4 b_4 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} a_1 b_1 + a_2 b_2 & a_1 b_3 + a_2 b_4 \\ a_3 b_1 + a_4 b_2 & a_3 b_3 + a_4 b_4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} c_1 & c_2 \\ c_3 & c_4 \end{pmatrix} = (a * b) * c,$$

$$(a * b) * c = \begin{pmatrix} (a_1 b_1 + a_2 b_2) c_1 + (a_1 b_3 + a_2 b_4) c_2 & (a_1 b_1 + a_2 b_2) c_3 + (a_1 b_3 + a_2 b_4) c_4 \\ (a_3 b_1 + a_4 b_2) c_1 + (a_3 b_3 + a_4 b_4) c_2 & (a_3 b_1 + a_4 b_2) c_3 + (a_3 b_3 + a_4 b_4) c_4 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} c_1 & c_2 \\ c_3 & c_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 c_1 + b_2 c_2 & b_1 c_3 + b_2 c_4 \\ b_3 c_1 + b_4 c_2 & b_3 c_3 + b_4 c_4 \end{pmatrix} = (b * c),$$

$$a * (b * c) = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} b_1 c_1 + b_2 c_2 & b_1 c_3 + b_2 c_4 \\ b_3 c_1 + b_4 c_2 & b_3 c_3 + b_4 c_4 \end{pmatrix},$$

$$a * (b * c) = \begin{pmatrix} a_1 (b_1 c_1 + b_2 c_2) + a_2 (b_1 c_3 + b_2 c_4) & a_1 (b_3 c_1 + b_4 c_2) + a_2 (b_3 c_3 + b_4 c_4) \\ a_3 (b_1 c_1 + b_2 c_2) + a_4 (b_1 c_3 + b_2 c_4) & a_3 (b_3 c_1 + b_4 c_2) + a_4 (b_3 c_3 + b_4 c_4) \end{pmatrix}.$$

Произведение строк матриц на столбцы последующих матриц ассоциативно:

$$(ab)c = a(bc),$$

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 b_1 + a_2 b_3 & a_1 b_2 + a_2 b_4 \\ a_3 b_1 + a_4 b_3 & a_3 b_2 + a_4 b_4 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} a_1 b_1 + a_2 b_3 & a_1 b_2 + a_2 b_4 \\ a_3 b_1 + a_4 b_3 & a_3 b_2 + a_4 b_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 & c_2 \\ c_3 & c_4 \end{pmatrix} = (ab)c,$$

$$(ab)c = \begin{pmatrix} (a_1 b_1 + a_2 b_3) c_1 + (a_1 b_2 + a_2 b_4) c_3 & (a_1 b_1 + a_2 b_3) c_2 + (a_1 b_2 + a_2 b_4) c_4 \\ (a_3 b_1 + a_4 b_3) c_1 + (a_3 b_2 + a_4 b_4) c_3 & (a_3 b_1 + a_4 b_3) c_2 + (a_3 b_2 + a_4 b_4) c_4 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 & c_2 \\ c_3 & c_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 c_1 + b_2 c_3 & b_1 c_2 + b_2 c_4 \\ b_3 c_1 + b_4 c_3 & b_3 c_2 + b_4 c_4 \end{pmatrix} = (bc),$$

$$a(bc) = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 c_1 + b_2 c_3 & b_1 c_2 + b_2 c_4 \\ b_3 c_1 + b_4 c_3 & b_3 c_2 + b_4 c_4 \end{pmatrix},$$

$$a * (b * c) = \begin{pmatrix} a_1 (b_1 c_1 + b_2 c_3) + a_2 (b_3 c_1 + b_4 c_3) & a_1 (b_1 c_2 + b_2 c_4) + a_2 (b_3 c_2 + b_4 c_4) \\ a_3 (b_1 c_1 + b_2 c_3) + a_4 (b_3 c_1 + b_4 c_3) & a_3 (b_1 c_2 + b_2 c_4) + a_4 (b_3 c_2 + b_4 c_4) \end{pmatrix}.$$

## Аргументно инвариантные функции в качестве проектов изделий

Анализ квадратных алгебраических уравнений позволил получить пару аргументно инвариантных функций с условиями

$$(x-a)(x-b) = ba,$$

$$(x+a)(x+b) = ab.$$

Алгебраические уравнения с четными степенями подчинены аналогичным законам. Проиллюстрируем ситуацию на уравнениях порядка 4:

$$M^{25}$$

$$a = 10, b = 7, c = 21, d = 15,$$

$$dcba = 15 \cdot 21 \cdot 7 \cdot 10 = 6,$$

$$x = 1: \quad (1-10)(1-7)(1-21)(1-15) = 22 \cdot 25 \cdot 6 \cdot 11 = 6,$$

$$x = 5: \quad (5-10)(5-7)(5-21)(5-15) = 21 \cdot 24 \cdot 10 \cdot 11 = 6,$$

$$abcd = 10 \cdot 7 \cdot 21 \cdot 15 = 2,$$

$$x = 1: \quad (1+10)(1+7)(1+21)(1+15) = 20 \cdot 17 \cdot 12 \cdot 7 = 2,$$

$$x = 5: \quad (5+10)(5+7)(5+21)(5+15) = 19 \cdot 16 \cdot 11 \cdot 6 = 2, \dots$$

$$S^{27}$$

$$a = 10, b = 7, c = 21, d = 15,$$

$$dcba = 15 \cdot 21 \cdot 7 \cdot 10 = 23,$$

$$x = 1: \quad (1-10)(1-7)(1-21)(1-15) = 25 \cdot 3 \cdot 22 \cdot 18 = 23,$$

$$x = 5: \quad (5-10)(5-7)(5-21)(5-15) = 20 \cdot 4 \cdot 12 \cdot 22 = 23,$$

$$abcd = 10 \cdot 7 \cdot 21 \cdot 15 = 27,$$

$$x = 1: \quad (1+10)(1+7)(1+21)(1+15) = 16 \cdot 2 \cdot 15 \cdot 26 = 27,$$

$$x = 5: \quad (5+10)(5+7)(5+21)(5+15) = 23 \cdot 6 \cdot 26 \cdot 21 = 27, \dots$$

$$M^{36}$$

$$a = 10, b = 7, c = 21, d = 15,$$

$$dcba = 15 \cdot 21 \cdot 7 \cdot 10 = 22,$$

$$x = 1: \quad (1-10)(1-7)(1-21)(1-15) = 21 \cdot 24 \cdot 10 \cdot 4 = 22,$$

$$x = 5: \quad (5-10)(5-7)(5-21)(5-15) = 19 \cdot 22 \cdot 8 \cdot 2 = 22,$$

$$abcd = 10 \cdot 7 \cdot 21 \cdot 15 = 28,$$

$$x = 1: \quad (1+10)(1+7)(1+21)(1+15) = 17 \cdot 14 \cdot 34 \cdot 4 = 28,$$

$$x = 5: \quad (5+10)(5+7)(5+21)(5+15) = 15 \cdot 18 \cdot 32 \cdot 2 = 28, \dots$$

Аналогичные законы верны на всех алгебраических уравнениях с четными степенями.

Сложнее выглядит ситуация в моделях объектных алгебраических уравнений, имеющих нечетные степени.

Проиллюстрируем их специфику на алгебраических уравнениях порядка 3:

$$M^{25}$$

$$\theta_3(-) = (x-a)(x-b)(x-c) = x - abc, \quad \theta_3(+) = (x+a)(x+b)(x+c) = x + bca,$$

$$a = 10, b = 7, c = 21,$$

$$abc = bca = 24,$$

$$x = 1: \quad (1-10)(1-7)(1-21) = 22 \cdot 25 \cdot 6 = 8 \rightarrow 1 - 24 = 8,$$

$$x = 5: \quad (5-10)(5-7)(5-21) = 21 \cdot 24 \cdot 10 = 7 \rightarrow 5 - 24 = 7, \dots$$

$$abc = bca = 24,$$

$$x = 1: \quad (1+10)(1+7)(1+21) = 20 \cdot 17 \cdot 12 = 15 \rightarrow 1 + 24 = 15,$$

$$x = 5: \quad (5+10)(5+7)(5+21) = 19 \cdot 16 \cdot 11 = 14 \rightarrow 5 + 24 = 14, \dots$$

$$S^{27}$$

$$\theta_3(-) = (x-a)(x-b)(x-c) = x - abc, \quad \theta_3(+) = (x+a)(x+b)(x+c) = x + bca,$$

$$a = 10, b = 7, c = 21,$$

$$abc = bca = 5,$$

$$x = 1: \quad (1-10)(1-7)(1-21) = 25 \cdot 3 \cdot 22 = 5 \rightarrow 1 - 5 = 5,$$

$$x = 5: \quad (5-10)(5-7)(5-21) = 20 \cdot 4 \cdot 12 = 9 \rightarrow 5 - 5 = 9, \dots$$

$$abc = bca = 5,$$

$$x = 1: \quad (1+10)(1+7)(1+21) = 16 \cdot 2 \cdot 15 = 9 \rightarrow 1 + 5 = 9,$$

$$x = 5: \quad (5+10)(5+7)(5+21) = 23 \cdot 6 \cdot 26 = 1 \rightarrow 5 + 5 = 1, \dots$$

$$M^{36}$$

$$\theta_3(-) = (x-a)(x-b)(x-c) = x - abc, \quad \theta_3(+) = (x+a)(x+b)(x+c) = x + bca,$$

$$a = 10, b = 7, c = 21,$$

$$abc = bca = 24,$$

$$x = 1: \quad (1-10)(1-7)(1-21) = 21 \cdot 24 \cdot 10 = 7 \rightarrow 1 - 24 = 7,$$

$$x = 5: \quad (5-10)(5-7)(5-21) = 19 \cdot 22 \cdot 8 = 11 \rightarrow 5 - 24 = 11, \dots$$

$$abc = bca = 24,$$

$$x = 1: \quad (1+10)(1+7)(1+21) = 17 \cdot 14 \cdot 34 = 31 \rightarrow 1 + 24 = 31,$$

$$x = 5: \quad (5+10)(5+7)(5+21) = 15 \cdot 18 \cdot 32 = 35 \rightarrow 5 + 24 = 35, \dots$$

При увеличении степеней уравнений указанные законы не меняются, увеличивается только количество элементов в их произведениях справа от равенства.

С позиции естествознания мы имеем на модели объектных алгебраических уравнений спектр моделей физико-химических изделий, расположенных и действующих в некотором их «порядке» с целью создания конкретных элементов объектного множества: ряда базовых изделий.

Специфика ситуации в том, что достичь желаемого результата можно при различном количестве опорных элементов и при наличии условия, что на места независимых переменных можно располагать каждый из базовых элементов.

## Знаковые когомологии решений объектных алгебраических уравнений

Проанализируем решения множества объектных алгебраических уравнений, имеющих разные знаки в слагаемых.

Спектр состояний управляется структурой группы знаков, он имеет порядок 8:

$$\begin{aligned}\theta_1^x &= (x-a)(x-b)(x-c), & \theta_2^x &= (x+a)(x-b)(x-c), \\ \theta_3^x &= (x-a)(x+b)(x-c), & \theta_4^x &= (x-a)(x-b)(x+c), \\ \theta_5^x &= (x-a)(x+b)(x+c), & \theta_6^x &= (x+a)(x-b)(x+c), \\ \theta_7^x &= (x+a)(x+b)(x-c), & \theta_8^x &= (x+a)(x+b)(x+c).\end{aligned}$$

Анализ свидетельствует, что на независимых переменных решения уравнений отличаются только на объектный сдвиг. Это свидетельствует о знаковой когомологии решений.

Выполним расчеты, подтверждающие этот анализ, на опорных элементах

$$a = 5, b = 10, c = 15$$

объектного множества  $M^{25}$ . Получим спектр решений на разных значениях независимой переменной:

$$\theta_1^x = (x-a)(x-b)(x-c), \quad \theta_2^x = (x+a)(x-b)(x-c),$$

$x = 1: \quad (1-5)(1-10)(1-15) = 5,$	$x = 1: \quad (1+5)(1-10)(1-15) = 15,$
$x = 2: \quad (2-5)(2-10)(2-15) = 1,$	$x = 2: \quad (2+5)(2-10)(2-15) = 11,$
.....	.....
$x = 10: \quad (10-5)(10-10)(10-15) = 9,$	$x = 10: \quad (10+5)(10-10)(10-15) = 3,$
.....	.....
$x = 24: \quad (24-5)(24-10)(24-15) = 23,$	$x = 24: \quad (24+5)(24-10)(24-15) = 9,$
$x = 25: \quad (25-5)(25-10)(25-15) = 24.$	$x = 25: \quad (25+5)(25-10)(25-15) = 10.$

$$\theta_3^x = (x-a)(x+b)(x-c), \quad \theta_4^x = (x+a)(x-b)(x+c),$$

$x = 1: \quad (1-5)(1+10)(1-15) = 12,$	$x = 1: \quad (1-5)(1-10)(1+15) = 25,$
$x = 2: \quad (2-5)(2+10)(2-15) = 13,$	$x = 2: \quad (2-5)(2-10)(2+15) = 21,$
.....	.....
$x = 10: \quad (10-5)(10+10)(10-15) = 5,$	$x = 10: \quad (10-5)(10-10)(10+15) = 18,$
.....	.....
$x = 24: \quad (24-5)(24+10)(24-15) = 6,$	$x = 24: \quad (24-5)(24-10)(24+15) = 13,$
$x = 25: \quad (25-5)(25+10)(25-15) = 7.$	$x = 25: \quad (25-5)(25-10)(25+15) = 44.$

$$\theta_5^x = (x-a)(x+b)(x+c),$$

$$\theta_6^x = (x+a)(x-b)(x+c),$$

$$x=1: (1-5)(1+10)(1+15)=8,$$

$$x=1: (1+5)(1-10)(1+15)=6,$$

$$x=2: (2-5)(2+10)(2+15)=9,$$

$$x=2: (2+5)(2-10)(2+15)=7,$$

$$x=10: (10-5)(10+10)(10+15)=25,$$

$$x=10: (10+5)(10-10)(10+15)=23,$$

$$x=24: (24-5)(24+10)(24+15)=20,$$

$$x=24: (24+5)(24-10)(24+15)=18,$$

$$x=25: (25-5)(25+10)(25+15)=16.$$

$$x=25: (25+5)(25-10)(25+15)=19.$$

$$\theta_7^x = (x+a)(x+b)(x-c),$$

$$\theta_8^x = (x+a)(x-b)(x-c),$$

$$x=1: (1+5)(1+10)(1-15)=17,$$

$$x=1: (1+5)(1+10)(1+15)=2,$$

$$x=2: (2+5)(2+10)(2-15)=18,$$

$$x=2: (2+5)(2+10)(2+15)=3,$$

$$x=10: (10+5)(10+10)(10-15)=15,$$

$$x=10: (10+5)(10+10)(10+15)=6,$$

$$x=24: (24+5)(24+10)(24-15)=5,$$

$$5$$

$$x=25: (25+5)(25+10)(25-15)=1.$$

$$x=25: (25+5)(25+10)(25+15)=21.$$

Объединим расчетные значения в таблицу:

	$\theta_1^x$	$\theta_2^x$	$\theta_3^x$	$\theta_4^x$	$\theta_5^x$	$\theta_6^x$	$\theta_7^x$	$\theta_8^x$
$x=1$	5	15	12	25	8	6	17	2
$x=2$	1	11	13	21	9	7	18	3
....	....	....	....	....	....	....	....	....
$x=10$	9	3	5	18	25	23	15	6
....	....	....	....	....	....	....	....	....
$x=24$	23	9	6	13	20	18	5	25
$x=25$	24	10	7	14	16	19	1	21

Значения функций с одинаковыми знаками аддитивно согласованы с функциями, которые имеют разные знаки:

$$\theta_1^x + 25 = \theta_2^x, \theta_1^x + 22 = \theta_3^x, \theta_1^x + 5 = \theta_4^x, \theta_1^x + 12 = \theta_5^x, \theta_1^x + 15 = \theta_6^x, \theta_1^x + 8 = \theta_7^x, \theta_1^x + 17 = \theta_8^x,$$

$$\theta_8^x + 7 = \theta_7^x, \theta_8^x + 13 = \theta_6^x, \theta_8^x + 15 = \theta_5^x, \theta_8^x + 3 = \theta_4^x, \theta_8^x + 25 = \theta_3^x, \theta_8^x + 23 = \theta_2^x, \theta_8^x + 18 = \theta_1^x.$$

Это свойство позволяет рассчитывать значения разных функций на основе данных для опорных функций. При этом каждая функция имеет свойство опорной функции.

Алгебраические объектные уравнения с четными степенями аргументно инвариантны при изменении знаков в спектре слагаемых.

Проиллюстрируем ситуацию примерами. Получим, на элементах

$$a = 10, b = 7, c = 21, d = 15$$

объектного множества  $M^{25}$  на функции

$$\theta_4^x = (x+a)(x-b)(x-c)(x-d)$$

такие значения:

$$\begin{aligned} x = 1: & \quad (1+10)(1-7)(1-21)(1-15) = 20 \cdot 25 \cdot 6 \cdot 11 = 2, \\ x = 2: & \quad (2+10)(2-7)(2-21)(2-15) = 16 \cdot 21 \cdot 7 \cdot 12 = 2, \\ & \dots\dots\dots \\ x = 10: & \quad (10+10)(10-7)(10-21)(10-15) = 13 \cdot 18 \cdot 23 \cdot 4 = 2, \\ & \dots\dots\dots \\ x = 24: & \quad (24+10)(24-7)(24-21)(24-15) = 3 \cdot 13 \cdot 18 \cdot 10 = 2, \\ x = 25: & \quad (25+10)(25-7)(25-21)(25-15) = 4 \cdot 14 \cdot 19 \cdot 6 = 2. \end{aligned}$$

На функции

$$\theta_4^x = (x+a)(x-b)(x-c)(x+d)$$

значения тоже не зависят от аргумента

:

$$\begin{aligned} x = 1: & \quad (1+10)(1-7)(1-21)(1+15) = 20 \cdot 25 \cdot 6 \cdot 7 = 22, \\ x = 2: & \quad (2+10)(2-7)(2-21)(2+15) = 16 \cdot 21 \cdot 7 \cdot 8 = 22, \\ & \dots\dots\dots \\ x = 10: & \quad (10+10)(10-7)(10-21)(10+15) = 13 \cdot 18 \cdot 23 \cdot 24 = 22, \\ & \dots\dots\dots \\ x = 24: & \quad (24+10)(24-7)(24-21)(24+15) = 3 \cdot 13 \cdot 18 \cdot 19 = 22, \\ x = 25: & \quad (25+10)(25-7)(25-21)(25+15) = 4 \cdot 14 \cdot 19 \cdot 20 = 22. \end{aligned}$$

Обратим внимание, что сумма значений пары функции с полным набором разных знаков генерирует сумму объектных единиц.

Пусть

$$a = 7, b = 14, c = 21, d = 19.$$

Получим

$$\begin{aligned} x = 1: & \quad (1-7)(1-14)(1-21)(1-19) = 25 \cdot 12 \cdot 6 \cdot 2 = 15, \\ x = 1: & \quad (1+7)(1+14)(1+21)(1+19) = 17 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 5 = 22, \dots \end{aligned}$$

Следовательно, имеем сумму

$$15 + 22 = 17 = 16 + 16 = 1^* + 1^*.$$

## Неассоциативный аналог операционного дубля слагаемых

При анализе моделей деформации универсальных обертывающих алгебр простых алгебр Ли Дринфельд ввел операцию суммирования с парой одинаковых элементов

$$(a+b)*(c+d) = (ac+bd) + (ad+bc) + (ad+bc).$$

Так задан алгоритм деформации закона дистрибутивности для ассоциативных множеств.

Объектные множества не только неассоциативны на операции произведения, они не подчиняются алгоритму дистрибутивности.

Из анализа следует, что в них корректен аналог дубля Дринфельда:

$$(a+b)(c+d) = (ac+bd) + (ad+bc) + (da+cb).$$

Поскольку в объектных множествах выполняется условие

$$(ad+bc) + (da+cb) = \text{const}(M),$$

предлагаемый закон получает более простой вид

$$(a+b)(c+d) = (ac+bd) + \text{const}(M).$$

Проиллюстрируем ситуацию на примере объектного множества  $M^{25}$ . В нем

$$\text{const}(M) = 19, 0^* = 20.$$

Найдем несколько значений:

$$a = 13, b = 21, c = 25, d = 17: \quad (13+21)(25+17) = 24 = (13 \cdot 25 + 21 \cdot 17) + 19,$$

$$a = 1, b = 2, c = 4, d = 7: \quad (1+2)(4+7) = 13 = (1 \cdot 4 + 2 \cdot 7) + 19,$$

$$a = 25, b = 11, c = 16, d = 20: \quad (25+11)(16+20) = 16 = (25 \cdot 16 + 11 \cdot 20) + 19, \dots$$

Укажем аналогичные результаты при замене одного элемента объектным нулем:

$$(a+b)(c+0^*) = ac + b \cdot 0^* + 19,$$

$$(5+8)(21+20) = 17 \cdot 21 = 25 = 5 \cdot 21 + 8 \cdot 20 + 19 = 2 + 4 + 19,$$

$$(a+0^*)(c+d) = ac + 0^* \cdot d + 19,$$

$$(5+20)(21+6) = 5 \cdot 1 = 17 = 5 \cdot 21 + 20 \cdot 6 + 19 = 2 + 7 + 19, \dots$$

Наличие закона деформации дистрибутивности позволяет упростить анализ более сложных произведений в объектных множествах с учетом разностей, так как  $(a-b) = (a+(20-b))$ :

$$(a-b)(c+d)(e-f), \dots$$

## Объектное обобщение алгебр Лейбница

Модель дифференциального изменения величины площади согласно уравнению

$$(x + dx)(y + dy) = xy + xdy + ydx + dxdy$$

инициировала структуру производных от произведения функций

$$(u(x)p(x))' = u'(x)p(x) + u(x)p'(x),$$

а также дифференциал от их произведения

$$\delta(u \cdot p) = (\delta u)p + u(\delta p).$$

Аналогичные по структуре равенства в алгебре названы алгебраическими производными.

В частности, на операции коммутирования

$$[a, b] = ab - ba$$

производная Лейбница

$$[a, [b, c]] = [[a, b], c] + [b, [a, c]] \equiv [[a, b], c] - [[a, c], b]$$

трансформируется в тождество Якоби

$$[[a, b], c] + [b, [c, a]] + [c, [a, b]] = 0.$$

Связи переменных вида

$$[a, [b, c]] - [[a, b], c] + [[a, c], b] = A - B + C = 0$$

относят к категории алгебр Лейбница.

Объектное множество имеет свойства, которые можно рассматривать в качестве спектра обобщений таких алгебр.

В объектных множествах выполняются новые фундаментальные законы для элементов, генерируемых разными функциями, например,

$$z = [a, [b, c]] - p\{a, \{b.c\}\},$$
$$x = [a, [b, c]] = a(bc - cb) - (bc - cb)a, \quad y = \{a, \{b.c\}\} = a(bc + cb) + (bc + cb)a, \dots$$

Пара законов

$$x - y + z = xyz,$$
$$x + y + z = f(x, y, z) = xyz + yzx + zxy$$

не только задает спектр обобщений для алгебр Лейбница. Она достаточна для новых алгебр с учетом

$$x + z = xyz + y, \quad y + y = yzx + zxy, \dots$$

## Триада объектных коммутаторов с единым законом

Учтем, что в объектных множествах каждый элемент тождественен обратному элементу:

$$x^{-1} = x \rightarrow xx = 1^*.$$

Определим тройку объектных коммутаторов на тройке операций:

$$\langle x, y \rangle = x - y + x - y, \quad (x, y) = x y x y, \quad |x, y| = x + y + x + y.$$

Примем удобные обозначения для последовательных коммутаторов

$$\langle x, \langle x, y \rangle \rangle = \langle x, y^2 \rangle, \langle x, \langle x, \langle x, y \rangle \rangle \rangle = \langle x, y^3 \rangle, \dots$$

Анализ свидетельствует, что последовательность коммутаторов в объектных множествах циклична. Произведения генерируемых значений не зависят от типа коммутатора и задают в прямом и обратном порядке единичный элемент анализируемого множества.

Проиллюстрируем ситуацию на примере объектного множества  $M^{25}$ . На элементах

$$x = 25, y = 14$$

генерируется спектр значений:

$$\begin{aligned} \langle x, y \rangle &= 25 - 14 + 25 - 14 = 12, & (x, y) &= 25 \cdot 14 \cdot 25 \cdot 14 = 24, & |x, y| &= 25 + 14 + 25 + 14 = 18, \\ \langle x, y^2 \rangle &= 25 - 12 + 25 - 12 = 11, & (x, y) &= 25 \cdot 24 \cdot 25 \cdot 24 = 19, & |x, y| &= 25 + 18 + 25 + 18 = 7, \\ \langle x, y^3 \rangle &= 25 - 11 + 25 - 11 = 13, & (x, y^3) &= 25 \cdot 19 \cdot 25 \cdot 19 = 4, & |x, y^3| &= 25 + 7 + 25 + 7 = 22, \\ \langle x, y^4 \rangle &= 25 - 13 + 25 - 13 = 14, & (x, y^4) &= 25 \cdot 4 \cdot 25 \cdot 4 = 14, & |x, y^4| &= 25 + 22 + 25 + 22 = 14, \\ & & & & & 12 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 14 = 16, \quad 24 \cdot 19 \cdot 4 \cdot 14 = 16, \quad 18 \cdot 7 \cdot 22 \cdot 14 = 16, \\ & & & & & 14 \cdot 13 \cdot 11 \cdot 12 = 16, \quad 14 \cdot 4 \cdot 19 \cdot 24 = 16, \quad 14 \cdot 22 \cdot 7 \cdot 18 = 16. \end{aligned}$$

На элементах

$$x = 11, y = 10$$

имеем аналогичную ситуацию:

$$\begin{aligned} \langle x, y \rangle &= 11 - 10 + 11 - 10 = 14, & (x, y) &= 11 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 10 = 22, & |x, y| &= 11 + 10 + 11 + 10 = 6, \\ \langle x, y^2 \rangle &= 11 - 14 + 11 - 14 = 19, & (x, y^2) &= 11 \cdot 22 \cdot 11 \cdot 22 = 13, & |x, y^2| &= 11 + 6 + 11 + 6 = 8, \\ \langle x, y^3 \rangle &= 11 - 19 + 11 - 19 = 4, & (x, y^3) &= 11 \cdot 13 \cdot 11 \cdot 13 = 20, & |x, y^3| &= 11 + 8 + 11 + 8 = 7, \\ \langle x, y^4 \rangle &= 11 - 4 + 11 - 4 = 10, & (x, y^4) &= 11 \cdot 20 \cdot 11 \cdot 20 = 10, & |x, y^4| &= 11 + 7 + 11 + 7 = 10, \\ & & & & & 14 \cdot 19 \cdot 4 \cdot 10 = 16, \quad 22 \cdot 13 \cdot 20 \cdot 10 = 16, \quad 6 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 10 = 16, \\ & & & & & 10 \cdot 4 \cdot 19 \cdot 14 = 16, \quad 10 \cdot 20 \cdot 13 \cdot 22 = 16, \quad 10 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 6 = 16. \end{aligned}$$

Мы получили последовательности элементов объектного множества, объединенные тем условием, что произведения элементов в прямом или обратном направлении одинаковы и равны единице объектного множества.

Проанализируем свойства сумм элементов этих последовательностей на примере

$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
12	24	18
11	19	7
13	4	22
14	14	14

Найдем суммы элементов и произведения новых значений:

$\alpha + \beta$	$\beta + \gamma$	$\gamma + \alpha$	$\alpha + \beta + \gamma$
$12 + 24 = 16$	$24 + 18 = 22$	$18 + 12 = 15$	$12 + 24 + 18 = 19$
$11 + 19 = 15$	$19 + 7 = 6$	$7 + 11 = 22$	$11 + 19 + 7 = 21$
$13 + 4 = 8$	$4 + 22 = 11$	$22 + 13 = 20$	$13 + 4 + 22 = 4$
$14 + 14 = 3$	$14 + 14 = 3$	$14 + 14 = 3$	$14 + 14 + 14 = 8$

$16 \cdot 15 \cdot 8 \cdot 3 = 16$	$22 \cdot 6 \cdot 11 \cdot 3 = 16$	$15 \cdot 22 \cdot 20 \cdot 3 = 16$	$19 \cdot 21 \cdot 4 \cdot 8 = 16$
$3 \cdot 8 \cdot 15 \cdot 16 = 16$ ,	$3 \cdot 11 \cdot 6 \cdot 22 = 16$ ,	$3 \cdot 20 \cdot 22 \cdot 15 = 16$ ,	$8 \cdot 4 \cdot 21 \cdot 19 = 16$ .

Получены 4 подмножества со свойствами, которые аналогично базовым свойствам.  
Выполним суммирование пар элементов в их новом виде

$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$
16	22	15	19
15	6	22	21
8	11	20	4
3	3	3	8

Получим новые последовательности с базовыми свойствами:

$\alpha + \alpha$	$\beta + \beta$	$\gamma + \gamma$	$\delta + \delta$
$16 + 16 = 17$	$22 + 22 = 10$	$15 + 15 = 5$	$19 + 19 = 18$
$15 + 15 = 5$	$6 + 6 = 15$	$22 + 22 = 10$	$21 + 21 = 8$
$8 + 8 = 14$	$11 + 11 = 2$	$20 + 20 = 20$	$4 + 4 = 23$
$3 + 3 = 21$	$3 + 3 = 21$	$3 + 3 = 21$	$8 + 8 = 14$

$17 \cdot 5 \cdot 14 \cdot 21 = 16$	$10 \cdot 15 \cdot 2 \cdot 21 = 16$	$5 \cdot 10 \cdot 20 \cdot 21 = 16$	$18 \cdot 8 \cdot 23 \cdot 14 = 16$
$21 \cdot 14 \cdot 5 \cdot 17 = 16$ ,	$21 \cdot 2 \cdot 15 \cdot 10 = 16$ ,	$21 \cdot 20 \cdot 10 \cdot 5 = 16$ ,	$14 \cdot 23 \cdot 8 \cdot 18 = 16, \dots$

Другие подмножества, генерируемые суммированием элементов из разных столбцов, имеют те же свойства. Укажем некоторые из них:

$$[23 \ 25 \ 23 \ 21], [11 \ 17 \ 8 \ 21], [20 \ 16 \ 16 \ 20], [17 \ 2 \ 14 \ 21], \dots$$

## Аргументно инвариантные функции с двумя переменными

Анализ свидетельствует, что пара элементов объектных множеств подчинена аргументно инвариантному закону

$$x + y + xy + (x - y)(x + y)(xy) = \text{const}(M) = 1^* + 1^*.$$

Проиллюстрируем закон примерами. Введем обозначения

$$\alpha = x - y, \beta = x + y, \gamma = xy, A = x + x + xy = \alpha + \beta + \gamma, B = \alpha\beta\gamma.$$

Получим, например, таблицы:

$M^{25}$   
 $\text{const}(M^{25}) = 17$

$x$	$y$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$A$	$B$	$A+B$
1	2	19	23	17	24	13	17
15	7	10	21	2	22	15	17
3	21	8	14	4	15	22	17
11	10	8	25	4	21	11	17
6	25	25	5	11	1	7	17

$S^{27}$   
 $\text{const}(S^{27}) = 8$

$x$	$y$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$A$	$B$	$A+B$
1	2	8	6	8	4	1	8
15	7	14	13	11	14	12	8
3	21	24	14	25	15	11	8
11	10	7	15	9	13	10	8
6	25	17	15	20	13	10	8

$M^{36}$   
 $\text{const}(M^{36}) = 14$

$x$	$y$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$A$	$B$	$A+B$
1	2	17	21	14	22	28	14
15	7	2	10	11	11	3	14
3	21	12	36	1	31	31	14
11	10	13	27	18	28	22	14
6	25	35	7	32	8	6	14

На параметрах последней таблицы имеем такие величины:

$$\begin{aligned} A &= 1+1+14 = 22, B = 17 \cdot 21 \cdot 14 = 28, \\ A &= 15+15+11 = 11, B = 2 \cdot 10 \cdot 11 = 3, \\ A &= 3+3+1 = 31, B = 12 \cdot 36 \cdot 1 = 31, \\ A &= 11+11+18 = 28, B = 13 \cdot 27 \cdot 18 = 22, \\ A &= 6+6+32 = 8, B = 35 \cdot 7 \cdot 32 = 6. \end{aligned}$$

Параметрически расширим аргументно инвариантный закон на двух переменных. Пусть

$$A_a(x, y) = a(x - y) + a(x + y) + a(xy),$$

$$B_a(x, y) = [a(x - y)][a(x + y)][a(xy)].$$

Получим новые аргументно инвариантные законы. Множества  $S^{27}, M^{36}$  предьявляют закон, в котором правая его часть зависит только от введенного параметра:

$$A_a(x, y) + B_a(x, y) = a + a.$$

Например, получим таблицы значений:

$$S^{27}$$

$$x = 15, y = 7,$$

$$x - y = 14, x + y = 13, xy = 11,$$

$$a = 13,$$

$$A_{18} = 18 \cdot 14 + 18 \cdot 13 + 18 \cdot 11 = 22 + 24 + 5 = 14,$$

$$B_{18} = (18 \cdot 14)(18 \cdot 13)(18 \cdot 11) = 22 \cdot 24 \cdot 5 = 6,$$

$$18 + 18 = 21 = 14 + 6,$$

$$x = 3, y = 21,$$

$$x - y = 24, x + y = 14, xy = 25,$$

$$a = 23,$$

$$A_{18} = 23 \cdot 24 + 23 \cdot 14 + 23 \cdot 25 = 8 + 17 + 24 = 15,$$

$$B_{18} = (23 \cdot 24)(23 \cdot 14)(23 \cdot 25) = 8 \cdot 17 \cdot 24 = 3,$$

$$23 + 23 = 25 = 15 + 3, \dots$$

$$M^{36}$$

$$x = 15, y = 7,$$

$$x - y = 2, x + y = 10, xy = 11,$$

$$a = 8,$$

$$A_8 = 8 \cdot 2 + 8 \cdot 10 + 8 \cdot 11 = 19 + 15 + 16 = 20,$$

$$B_8 = (8 \cdot 2)(8 \cdot 10)(8 \cdot 11) = 19 \cdot 15 \cdot 16 = 20,$$

$$8 + 8 = 20 = 20 + 20, \dots$$

В объектном множестве  $M^{25}$  аргументно инвариантный закон несколько иной:

$$M^{25}$$

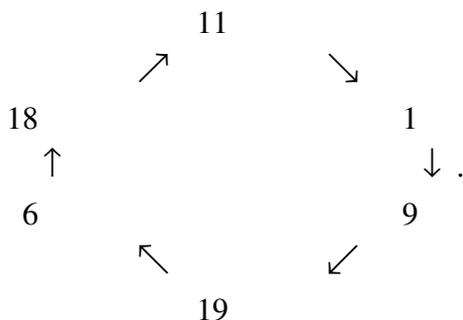
$$A_a(x, y) = a(x - y) + a(x + y) + a(xy),$$

$$B_a(x, y) = [a(x - y)][a(x + y)][a(xy)],$$

$$A_a(x, y) + B_a(x, y) = a + 16.$$

## Спектр аргументно инвариантных функций с двумя переменными

На примере объектного множества  $M^{36}$  проанализируем свойства множества аргументно инвариантных функций с двумя переменными, генерируемого шестью его элементами



Принимая каждый элемент этого множества в качестве фактора  $a$ , предшествующий ему элемент в обозначении  $x$ , а следующий за ним в обозначении  $y$ , получим 6 функций:

$a(x-y)$	$a(x+y)$	$a(x \cdot y)$
$11(18-1)=13$	$11(18+1)=21$	$11(18 \cdot 1)=22$
$1(11-9)=8$	$1(11+9)=32$	$1(11 \cdot 9)=11$
$9(1-19)=16$	$9(1+19)=30$	$9(1 \cdot 19)=23$
$19(9-6)=21$	$19(9+6)=27$	$19(9 \cdot 6)=16$
$6(19-18)=2$	$6(19+18)=2$	$6(19 \cdot 18)=31$
$18(6-11)=20$	$18(6+11)=18$	$18(6 \cdot 11)=25$

На элементах строк найдем функции

$$A_a(x, y) = a(x-y) + a(x+y) + a(xy),$$

$$B_a(x, y) = [a(x-y)][a(x+y)][a(xy)].$$

Их суммы соответствуют закону

$$A_a(x, y) + B_a(x, y) = a + a.$$

Таблица значений такова:

$$a = 11: \quad (13 + 21 + 22) + (13 \cdot 21 \cdot 22) = 26 + 14 = 28 = 11 + 11,$$

$$a = 1: \quad (8 + 32 + 11) + (8 \cdot 32 \cdot 11) = 3 + 5 = 20 = 1 + 1,$$

$$a = 9: \quad (16 + 30 + 23) + (16 \cdot 30 \cdot 23) = 15 + 27 = 3 = 9 + 9,$$

$$a = 19: \quad (21 + 27 + 16) + (21 \cdot 27 \cdot 16) = 16 + 28 = 26 = 19 + 19,$$

$$a = 6: \quad (2 + 2 + 31) + (2 \cdot 2 \cdot 31) = 11 + 31 = 24 = 6 + 6,$$

$$a = 18: \quad (20 + 18 + 25) + (20 \cdot 18 \cdot 25) = 15 + 15 = 18 = 18 + 18.$$

Учтем возможности и варианты функционального объединения большего числа элементов объектных множеств. Так, например, слагаемые пары элементов

$$\begin{array}{ccc} x-y & x+y & xy \\ y-x & y+x & yx \\ 18 & (2)x+y & xy+yx=14 \end{array}$$

генерируют функции

$$\begin{aligned} A &= 18+x+x+y+y+14, \\ B &= 18(x+x+y+y)14. \end{aligned}$$

Сумма указанных элементов на любой паре элементов объектного множества одинакова:

$$\begin{aligned} x=1, y=2, 1+2=21=2+1, 21+21=30, \\ A=18+30+14=26, B=18 \cdot 30 \cdot 14=20, \quad A+B=26+20=16, \\ x=29, y=31, 29+31=6=31+29, 6+6=24, \\ A=18+24+14=20, B=18 \cdot 24 \cdot 14=26, \quad A+B=20+26=16, \\ x=1, y=36, 1+36=25=36+1, 25+25=20, \\ A=18+20+14=22, B=18 \cdot 20 \cdot 14=30, \quad A+B=22+30=16, \dots \end{aligned}$$

Проанализируем аналогичным способом подмножества из 3 элементов.

Пусть

$$\begin{aligned} x=12, y=21, z=30, \\ (x-y)+(y-z)+(z-x)=33+27+12=18, \\ (x+y)+(y+z)+(z+x)=3+15+36=30=s, \\ (xy)+(yz)+(zx)=34+22+1=15=p, \\ A=18+s+p=18+30+15=27, B=18sp=18 \cdot 30 \cdot 15=21, \\ \sigma=A+B=18+s+p+18sp=27+21=18. \end{aligned}$$

Пусть

$$\begin{aligned} x=1, y=2, z=3, \\ (x-y)+(y-z)+(z-x)=17+17+14=18, \\ (x+y)+(y+z)+(z+x)=21+23+22=18=s, \\ (xy)+(yz)+(zx)=14+14+17=15=p, \\ A=18+s+p=18+18+15=15, B=18sp=18 \cdot 18 \cdot 15=15, \\ \sigma=A+B=18+s+p+18sp=15+15=18. \end{aligned}$$

Новые функции, ассоциированные с базовыми функциями на произведениях слева, тоже генерируют объектный ноль в форме натурального числа 18.

Пусть  $a=17$ . Согласно элементам первого примера получим

$$\begin{array}{ccc} 17 \cdot 33=35, 17 \cdot 27=29, 17 \cdot 12=8, & 35+29+8=18, \\ 17 \cdot 3=5, 17 \cdot 15=17, 17 \cdot 36=32, & 5+17+32=30, \\ 17 \cdot 34=36, 17 \cdot 22=24, 17 \cdot 1=3, & 36+24+3=15, \end{array}$$

$$A=18+30+15=27, \quad B=18 \cdot 30 \cdot 15=21, \quad A+B=27+21=18.$$

Пусть

$$x = 20, y = 7, z = 17, p = 31.$$

Получим

$$\begin{aligned}x - y &= 20 - 7 = 31 & x + y &= 20 + 7 = 3 & xy &= 20 \cdot 7 = 36 \\y - z &= 7 - 17 = 8 & y + z &= 7 + 17 = 12 & yz &= 7 \cdot 17 = 5 \\z - p &= 17 - 31 = 34 & z + p &= 17 + 31 = 36 & zp &= 17 \cdot 31 = 33 \\p - x &= 31 - 20 = 5 & p + x &= 31 + 20 = 9 & px &= 31 \cdot 20 \\31 + 8 + 34 + 5 &= 18, & 3 + 12 + 36 + 9 &= 24, & 36 + 5 + 33 + 18 &= 16.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}A_{13} &= 18 + 24 + 16 = 22, & B_{13} &= 18 \cdot 24 \cdot 16 = 28, & A_{13} + B_{13} &= 22 + 28 = 14, \\a + a &= 13 + 13 = 14.\end{aligned}$$

Убедимся в наличии закона

$$A_a + B_a = a + a.$$

Получим

$$\begin{aligned}a &= 10, a + a = 26, \\A_{10} &= 10 \cdot 18 + 10 \cdot 24 + 10 \cdot 16 = 3 + 33 + 1 = 7, \\B_{10} &= (10 \cdot 18)(10 \cdot 24)(10 \cdot 16) = 3 \cdot 33 \cdot 1 = 7, \\A_{10} + B_{10} &= 7 + 7 = 26, \\a &= 21, a + a = 30, \\A_{21} &= 21 \cdot 18 + 21 \cdot 24 + 21 \cdot 16 = 28 + 16 + 26 = 22, \\B_{21} &= (21 \cdot 18)(21 \cdot 24)(21 \cdot 16) = 28 \cdot 16 \cdot 26 = 20, \\A_{21} + B_{21} &= 22 + 20 = 30, \dots\end{aligned}$$

На 5 циклически объединенных элементах объектного множества выполняется закон

$$A_a + B_a = a + a + 14.$$

Подтвердим его на примере:

$$\begin{aligned}5 - 19 &= 10 & 5 + 19 &= 36 & 5 \cdot 19 &= 3 \\19 - 20 &= 17 & 19 + 20 &= 27 & 19 \cdot 20 &= 14 \\20 - 1 &= 1 & 20 + 1 &= 33 & 20 \cdot 1 &= 12 \\1 - 17 &= 2 & 1 + 17 &= 6 & 1 \cdot 17 &= 11 \\17 - 5 &= 12 & 17 + 5 &= 4 & 17 \cdot 5 &= 1 \\10 + 17 + 1 + & 36 + 27 + 33 + & 3 + 14 + 12 + & & & \\+ 2 + 12 &= 18, & + 6 + 4 &= 16, & + 11 + 1 &= 17.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}A_{13} &= 18 + 16 + 17 = 15, \\B_{13} &= 18 \cdot 16 \cdot 17 = 13, \\A_{13} + B_{13} &= 16 = 13 + 13 + 14.\end{aligned}$$

## Цикличность значений функций на количестве элементов

Анализируемые функции заданы на 3,4,5,6 аргументах. Обнаружены значения

$n$	3	4	5	6
$\sigma$	18	14	16	18

Продолжим расчет с увеличением количества элементов.

Получим такие значения на 7 элементах свободного выбора:

$\alpha_i$	$\beta_i$	$\gamma_i$
$1-2=17$	$1+2=21$	$1 \cdot 2=14$
$2-3=17$	$2+3=23$	$2 \cdot 3=14$
$3-4=17$	$3+4=19$	$3 \cdot 4=14$
$4-5=17$	$4+5=21$	$4 \cdot 5=14$
$5-6=17$	$5+6=23$	$5 \cdot 6=14$
$6-7=23$	$6+7=13$	$6 \cdot 7=26$
$7-1=30$	$7+1=14$	$7 \cdot 1=19$
$\sum \alpha_i = 18,$	$\sum \beta_i = 26,$	$\sum \gamma_i = 13.$

$$A_{13} = 18 + 26 + 13 = 27,$$

$$B_{13} = 18 \cdot 26 \cdot 13 = 23,$$

$$A_{13} + B_{13} = 14.$$

Дополним подмножество до 8 элементов:

$\alpha_i$	$\beta_i$	$\gamma_i$
$1-2=17$	$1+2=21$	$1 \cdot 2=14$
$2-3=17$	$2+3=23$	$2 \cdot 3=14$
$3-4=17$	$3+4=19$	$3 \cdot 4=14$
$4-5=17$	$4+5=21$	$4 \cdot 5=14$
$5-6=17$	$5+6=23$	$5 \cdot 6=14$
$6-7=23$	$6+7=13$	$6 \cdot 7=26$
$7-8=17$	$7+8=27$	$7 \cdot 8=14$
$8-1=25$	$8+1=15$	$8 \cdot 1=24$
$\sum \alpha_i = 18,$	$\sum \beta_i = 24,$	$\sum \gamma_i = 14.$

$$A_{13} = 18 + 24 + 14 = 20,$$

$$B_{13} = 18 \cdot 24 \cdot 14 = 26,$$

$$A_{13} + B_{13} = 16.$$

Увеличим подмножество еще на один элемент:

$$\begin{array}{ccc}
 \alpha_i & \beta_i & \gamma_i \\
 1-2=17 & 1+2=21 & 1 \cdot 2=14 \\
 2-3=17 & 2+3=23 & 2 \cdot 3=14 \\
 3-4=17 & 3+4=19 & 3 \cdot 4=14 \\
 4-5=17 & 4+5=21 & 4 \cdot 5=14 \\
 5-6=17 & 5+6=23 & 5 \cdot 6=14 \\
 6-7=23 & 6+7=13 & 6 \cdot 7=26 \\
 7-8=17 & 7+8=27 & 7 \cdot 8=14 \\
 8-9=17 & 8+9=29 & 8 \cdot 9=14 \\
 9-1=26 & 9+1=16 & 9 \cdot 1=23 \\
 \sum \alpha_i = 18, & \sum \beta_i = 18, & \sum \gamma_i = 15.
 \end{array}$$

$$A_{13} = 18 + 18 + 15 = 20,$$

$$B_{13} = 18 \cdot 18 \cdot 15 = 15,$$

$$A_{13} + B_{13} = 18.$$

Цикличность продолжается при дальнейшем увеличении количества элементов:

$$\begin{array}{ccc}
 \alpha_i & \beta_i & \gamma_i \\
 1-2=17 & 1+2=21 & 1 \cdot 2=14 \\
 2-3=17 & 2+3=23 & 2 \cdot 3=14 \\
 3-4=17 & 3+4=19 & 3 \cdot 4=14 \\
 4-5=17 & 4+5=21 & 4 \cdot 5=14 \\
 5-6=17 & 5+6=23 & 5 \cdot 6=14 \\
 6-7=23 & 6+7=13 & 6 \cdot 7=26 \\
 7-8=17 & 7+8=27 & 7 \cdot 8=14 \\
 8-9=17 & 8+9=29 & 8 \cdot 9=14 \\
 9-10=17 & 9+10=25 & 9 \cdot 10=14 \\
 10-1=27 & 10+1=17 & 10 \cdot 1=22 \\
 \sum \alpha_i = 18, & \sum \beta_i = 26, & \sum \gamma_i = 16.
 \end{array}$$

$$A_{13} = 18 + 26 + 16 = 30,$$

$$B_{13} = 18 \cdot 26 \cdot 16 = 20,$$

$$A_{13} + B_{13} = 30 + 20 = 14, \dots$$

Следовательно, предложенные функции цикличны по значениям на количестве аргументов:

$n$	3	4	5	6	7	8	9	10	...
$\sigma$	18	14	16	18	14	16	18	14	...

## Дополнение физической динамики объектной динамикой

Фундаментальный закон физической динамики на трех «элементах», заданных в модели пространства-времени

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{u}}{dt}$$

представлен в такой форме Ньютоном на основе, с его слов, экспериментов Галилея.

Запись этого закона Эйлером в модели динамики несжимаемой жидкости инициировала переход к матричной форме расчетных моделей.

Анализ показал, что не только для жидкостей, но и для электромагнитных явлений естественна матричная запись. Позднее это свойство обнаружено в физической модели гравитации.

Установлено также единство всех расчетных моделей в том смысле, что необходимые для них матрицы есть элементы четверной группы Клейна, расширенной посредством группы знаков. Эта математическая общность явлений есть свидетельство их структурной общности, которая, скорее всего, базируется на наличии 4 предзарядов: пары электрических и пары гравитационных предзарядов с разными знаками. По этой причине достаточно иметь матрицы размерности 4 при описании физических явлений. Тогда 3-мерное пространство и время естественны для согласования размерности такого пространства с размерностью тех матриц, которые есть в теории.

Среди множества матриц с их замкнутостью на ассоциативных операциях с применением законов дистрибутивности есть пара кватернионов Гамильтона и пара антикватернионов по Клиффорду.

Объектное множество  $M^{16}$  «богаче» по структуре матриц: оно содержит и четверную группу Клейна, и подгруппу группы перестановок из 4 элементов, и матрицы, в которых есть значимые элементы только с каждым столбце, и смешанное их расположение.

Элементы объектных множеств  $M^{25}, S^{27}, M^{36}, \dots$  задаются матрицами другой размерности, свидетельствующими о другом количестве базовых объектов, замкнутых на ассоциативных и на неассоциативных операциях.

В настоящее время нет расчетных моделей в задачах естествознания, заданных на таких множествах.

Самостоятельный интерес и значение имеют аналоги моделей физической динамики, в которых тоже есть 3 «взаимосвязанных» элемента.

В простейшем случае обозначим их  $a, x, y$  с независимыми величинами  $x, y$ , факторами отношений  $(x - y), (x + y), xy$ , с фактором управления  $a$ .

Анализ свидетельствует о наличии такого закона для объектных множеств  $M^{25}, M^{36}$ :

$$\begin{aligned} A_a(x, y) + B_a(x, y) &= a + a, \\ A_a(x, y) &= a(x - y) + a(x + y) + a(xy), \\ B_a(x, y) &= [a(x - y)][a(x - y)][a(xy)]. \end{aligned}$$

«Взаимодействие» трех величин  $a, x, y$  «управляется» фактором  $a$ , имеющим аналогию с фактором «силы» в уравнениях физической динамики. Естествен закон объектной динамики, так как функции в объектном множестве генерируют их элемент. Имеем закон

$$A_\phi(\phi, \psi) + B_\phi(\phi, \psi) = \phi + \phi.$$

## Функциональная коммутативность в объектных множествах

Коммутативность определена условием равенства произведения пары элементов в том или другом порядке

$$xy = yx.$$

Под функциональной коммутативностью будем понимать наличие одинаковых значений у одной функции при перестановке в ней местами ее аргументов.

Такое свойство предъявляют объектные множества.

Имеет место «симметричность» при перестановке аргументов местами у пары функций:

$$\begin{aligned}A_a(x, y) &= A_a(y, x), \\A_a(x, y) &= a(x - y) + a(x + y) + a(xy), \\A_a(y, x) &= a(y - x) + a(y + x) + a(yx), \\B_a(x, y) &= B_a(y, x), \\B_a(x, y) &= [a(x - y)][a(x + y)][a(xy)], \\B_a(y, x) &= [a(y - x)][a(y + x)][a(yx)].\end{aligned}$$

Подтвердим корректность законов на элементах объектного множества  $M^{36}$ .

Пусть

$$x = 14, y = 7, \quad a = 10, a + a = 26,$$

$$\begin{aligned}x - y &= 14 - 7 = 1, x + y = 14 + 7 = 9, xy = 14 \cdot 7 = 12, \\A_a(x, y) &= 10 \cdot 1 + 10 \cdot 9 + 10 \cdot 12 = 22 + 18 + 15 = 19, \\B_a(x, y) &= (10 \cdot 1)(10 \cdot 9)(10 \cdot 12) = 22 \cdot 18 \cdot 15 = 19, \\y - x &= 7 - 14 = -11, y + x = 9, y \cdot x = 7 \cdot 14 = 2, \\A_a(y, x) &= 10 \cdot 11 + 10 \cdot 9 + 10 \cdot 2 = 14 + 18 + 23 = 19, \\B_a(y, x) &= (10 \cdot 11)(10 \cdot 9)(10 \cdot 2) = 14 \cdot 18 \cdot 23 = 19, \\19 + 19 &= 26.\end{aligned}$$

Пусть

$$x = 16, y = 21, \quad a = 10, a + a = 26,$$

$$\begin{aligned}x - y &= 16 - 21 = -5, x + y = 16 + 21 = 37, xy = 16 \cdot 21 = 336, \\A_a(x, y) &= 10 \cdot 25 + 10 \cdot 19 + 10 \cdot 24 = 10 + 34 + 33 = 11, \\B_a(x, y) &= (10 \cdot 25)(10 \cdot 19)(10 \cdot 24) = 10 \cdot 34 \cdot 33 = 9, \\y - x &= 21 - 16 = 5, y + x = 21 + 16 = 37, y \cdot x = 21 \cdot 16 = 336, \\A_a(y, x) &= 10 \cdot 23 + 10 \cdot 19 + 10 \cdot 26 = 32 + 34 + 11 = 11, \\B_a(y, x) &= (10 \cdot 23)(10 \cdot 19)(10 \cdot 26) = 32 \cdot 34 \cdot 11 = 9, \\11 + 9 &= 26.\end{aligned}$$

Дополнительно указанные функции одинаковы при обратном расположении слагаемых и произведения элементов.

### Сад $M^{36}$ с $q$ управлением

Алгоритмы деформации групп и алгебр в частности базируются на функциональных связях между элементами  $a, b, c, d$ , объединенных в подмножество при «подчинении» ряду условий с фактором управления  $q$ .

Выполним генерацию подмножеств на элементах объектного множества  $M^{36}$ , приняв такие условия:

$$bc = cb, ab = qba, ac = qca, bd = qdb, cd = qdc, \\ (3)(a + b + c + d) = 18 = 0^*.$$

В анализируемой ситуации фактор управления  $q$  есть элемент объектного множества, как и все другие элементы.

Условие на сумму элементов означает, что тройная сумма генерирует объектный ноль, что представляет интерес с физической точки зрения.

Будем представлять подмножество из 4 элементов матрицей с указанием под ней номера управляющего элемента

$$x_q = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}. \\ (q)$$

Конкретизируем ситуацию, генерируя такие матрицы.

Имеем, например, их пару. Подтвердим выполнение принятых условий на примере:

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 1 \\ 4 & 31 \end{pmatrix}, \\ (q) \quad (19)$$

$$\begin{cases} bc = 1 \cdot 4 = 16, \\ cb = 4 \cdot 1 = 16, \end{cases} \quad bc = cb, \\ \begin{cases} ab = 10 \cdot 1 = 10, \\ ba = 1 \cdot 10 = 10, \end{cases} \quad 22 = 19 \cdot 28 \rightarrow ab = qba, \quad q = 19, \\ \begin{cases} ac = 10 \cdot 4 = 40, \\ ca = 4 \cdot 10 = 40, \end{cases} \quad 19 = 19 \cdot 25 \rightarrow ac = qca, \quad q = 19, \\ \begin{cases} bd = 1 \cdot 31 = 31, \\ db = 31 \cdot 1 = 31, \end{cases} \quad 19 = 19 \cdot 25 \rightarrow bd = qdb, \quad q = 19, \\ \begin{cases} cd = 4 \cdot 31 = 124, \\ dc = 31 \cdot 4 = 124, \end{cases} \quad 22 = 19 \cdot 28 \rightarrow cd = qdc, \quad q = 19.$$

Аналогично проверяются условия на матрице

$$x_q = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 & 7 \\ 10 & 26 \end{pmatrix}. \\ (q) \quad (23)$$

Конструирование базируется на таблицах произведений и сумм объектного множества.

Разности указанных матриц обеспечивают генерацию пару матриц с управлением, которое согласовано с управлениями базовых матриц.

Конкретизируем ситуацию расчетом:

$$\begin{pmatrix} 10 & 1 \\ 4 & 31 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 15 & 7 \\ 10 & 26 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 24 \\ 24 & 11 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix},$$

$$(\alpha=19) \quad (\beta=23) \quad (\gamma=15) \quad (\gamma=15)$$

$$m = \alpha - \beta, n = \beta - \alpha, \quad \gamma = mn,$$

$$\begin{cases} bc = 24 \cdot 24 = 13, \\ cb = 24 \cdot 24 = 13, \end{cases} \quad bc = cb,$$

$$\begin{cases} ab = 7 \cdot 24 = 36, \\ ba = 24 \cdot 7 = 32, \end{cases} \quad 36 = 15 \cdot 32 \rightarrow ab = qba, \quad q = 15,$$

$$\begin{cases} ac = 7 \cdot 24 = 36, \\ ca = 24 \cdot 7 = 32, \end{cases} \quad 36 = 15 \cdot 32 \rightarrow ac = qca, \quad q = 15,$$

$$\begin{cases} bd = 24 \cdot 11 = 36, \\ db = 11 \cdot 24 = 32, \end{cases} \quad 36 = 15 \cdot 32 \rightarrow bd = qdb, \quad q = 15,$$

$$\begin{cases} cd = 24 \cdot 11 = 36, \\ dc = 11 \cdot 24 = 32, \end{cases} \quad 36 = 15 \cdot 32 \rightarrow cd = qdc, \quad q = 15,$$

$$\begin{pmatrix} 15 & 7 \\ 10 & 26 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 10 & 1 \\ 4 & 31 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 30 \\ 30 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix},$$

$$(\alpha=23) \quad (\beta=19) \quad (\gamma=17) \quad (\gamma=17)$$

$$m = \alpha - \beta, n = \beta - \alpha, \quad \gamma = mn,$$

$$\begin{cases} bc = 30 \cdot 30 = 13, \\ cb = 30 \cdot 30 = 13, \end{cases} \quad bc = cb,$$

$$\begin{cases} ab = 5 \cdot 30 = 32, \\ ba = 30 \cdot 5 = 36, \end{cases} \quad 32 = 15 \cdot 36 \rightarrow ab = qba, \quad q = 17,$$

$$\begin{cases} ac = 5 \cdot 30 = 32, \\ ca = 30 \cdot 5 = 36, \end{cases} \quad 32 = 15 \cdot 36 \rightarrow ac = qca, \quad q = 17,$$

$$\begin{cases} bd = 30 \cdot 1 = 32, \\ db = 1 \cdot 30 = 36, \end{cases} \quad 32 = 15 \cdot 36 \rightarrow bd = qdb, \quad q = 17,$$

$$\begin{cases} cd = 30 \cdot 1 = 32, \\ dc = 1 \cdot 30 = 36, \end{cases} \quad 32 = 15 \cdot 36 \rightarrow cd = qdc, \quad q = 17.$$

Следовательно, разности матриц с управлением принадлежат категории матриц с теми условиями, которые указаны ранее.

Легко проверить, следуя таблица суммирования, выполнение условия генерации «нулей» объектного множества.

Выполним поэлементное произведение базовой пары матриц:

$$\begin{pmatrix} 10 & 1 \\ 4 & 31 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 15 & 7 \\ 10 & 26 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 25 \\ 25 & 11 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix},$$

$$(\alpha=19) \quad (\beta=23) \quad (\gamma=17) \quad (\gamma=17)$$

$$\gamma = \alpha\beta,$$

$$\begin{cases} bc = 25 \cdot 25 = 13, \\ cb = 25 \cdot 25 = 13, \end{cases} \quad bc = cb,$$

$$\begin{cases} ab = 6 \cdot 25 = 32, \\ ba = 25 \cdot 6 = 36, \end{cases} \quad 32 = 17 \cdot 36 \rightarrow ab = qba, \quad q = 17,$$

$$\begin{cases} ac = 6 \cdot 25 = 32, \\ ca = 25 \cdot 6 = 36, \end{cases} \quad 32 = 17 \cdot 36 \rightarrow ac = qca, \quad q = 17,$$

$$\begin{cases} bd = 25 \cdot 2 = 32, \\ db = 2 \cdot 25 = 36, \end{cases} \quad 32 = 17 \cdot 36 \rightarrow bd = qdb, \quad q = 17,$$

$$\begin{cases} cd = 25 \cdot 2 = 32, \\ dc = 2 \cdot 25 = 36, \end{cases} \quad 32 = 17 \cdot 36 \rightarrow cd = qdc, \quad q = 17,$$

$$\begin{pmatrix} 15 & 7 \\ 10 & 26 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 10 & 1 \\ 4 & 31 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 19 \\ 19 & 12 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix},$$

$$(\alpha=23) \quad (\beta=19) \quad (\gamma=15) \quad (\gamma=15)$$

$$\gamma = \alpha\beta,$$

$$\begin{cases} bc = 19 \cdot 19 = 13, \\ cb = 19 \cdot 19 = 13, \end{cases} \quad bc = cb,$$

$$\begin{cases} ab = 8 \cdot 19 = 36, \\ ba = 19 \cdot 8 = 32, \end{cases} \quad 36 = 15 \cdot 32 \rightarrow ab = qba, \quad q = 15,$$

$$\begin{cases} ac = 8 \cdot 19 = 36, \\ ca = 19 \cdot 8 = 32, \end{cases} \quad 36 = 15 \cdot 32 \rightarrow ac = qca, \quad q = 15,$$

$$\begin{cases} bd = 19 \cdot 12 = 36, \\ db = 12 \cdot 19 = 32, \end{cases} \quad 36 = 15 \cdot 32 \rightarrow bd = qdb, \quad q = 15,$$

$$\begin{cases} cd = 19 \cdot 12 = 36, \\ dc = 12 \cdot 19 = 32, \end{cases} \quad 36 = 15 \cdot 32 \rightarrow cd = qdc, \quad q = 15.$$

Получена пара новых матриц

$$\begin{pmatrix} 6 & 25 \\ 25 & 11 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 8 & 19 \\ 19 & 12 \end{pmatrix}.$$

$$(\gamma=17) \quad (\gamma=15)$$

Выполним суммирование базовых матриц:

$$\begin{pmatrix} 10 & 1 \\ 4 & 31 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 15 & 7 \\ 10 & 26 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 14 \\ 14 & 3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix},$$

$$(\alpha=19) \quad (\beta=23) \quad (\gamma=29) \quad (\gamma=29)$$

$$\alpha=19-23=14, \beta=19+23=30, \gamma=\alpha\beta=14 \cdot 30=29,$$

$$\begin{cases} bc=14 \cdot 14=13, \\ cb=14 \cdot 14=13, \end{cases} \quad bc=cb,$$

$$\begin{cases} ab=7 \cdot 14=2, \\ ba=14 \cdot 7=12, \end{cases} \quad 2=29 \cdot 12 \rightarrow ab=qba, \quad q=29,$$

$$\begin{cases} ac=7 \cdot 14=2, \\ ca=14 \cdot 7=12, \end{cases} \quad 2=29 \cdot 12 \rightarrow ac=qca, \quad q=29,$$

$$\begin{cases} bd=14 \cdot 3=2, \\ db=3 \cdot 14=12, \end{cases} \quad 2=29 \cdot 12 \rightarrow bd=qdb, \quad q=29,$$

$$\begin{cases} cd=14 \cdot 3=2, \\ dc=3 \cdot 14=12, \end{cases} \quad 2=29 \cdot 12 \rightarrow cd=qdc, \quad q=29.$$

Следовательно, матрицы, генерируемые на спектре указанных условий, образуют сад объектного множества.

Анализ свидетельствует, что законы для матриц с управлением могут быть аналогичны законам для элементов множества.

Проиллюстрируем анализ таблицей значений:

$$a = \begin{pmatrix} 10 & 1 \\ 4 & 31 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 15 & 7 \\ 10 & 26 \end{pmatrix},$$

$(a-b)$		$(a \times b)$	$(a-b+ab=13)$
$\begin{pmatrix} 7 & 24 \\ 24 & 11 \end{pmatrix}$		$\begin{pmatrix} 6 & 25 \\ 25 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 13 & 13 \\ 13 & 13 \end{pmatrix}$
$(b-a)$	$(a+b)$	$(b \times a)$	$(b-a+ba=13)$
$\begin{pmatrix} 5 & 30 \\ 30 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 7 & 14 \\ 14 & 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 8 & 19 \\ 19 & 12 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 13 & 13 \\ 13 & 13 \end{pmatrix}$
$(a-b+b-a)$		$(ab+ba=14)$	
$\begin{pmatrix} 18 & 18 \\ 18 & 18 \end{pmatrix}$		$\begin{pmatrix} 14 & 14 \\ 14 & 14 \end{pmatrix}$	

На примере указанных матриц по таблице сумм легко проверяется корректность условия

$$(3)(a+b+c+d)=18=0^*.$$

Модель сада с управлением подтверждена на основе «эксперимента» в форме расчета.

## Океан гиперкомплексных чисел

Гиперкомплексными первично названы кватернионы Гамильтона. Базовые единицы этой модели состоят из натуральной единицы и трех «воображаемых» чисел  $i, j, k$  со свойствами

$$\begin{aligned} i^2 = j^2 = k^2 &= -1, \\ ijk &= -1, \\ ij = k, jk = i, ki &= j, \\ ji = -k, kj = -i, ik &= -j, \\ 1 \cdot 1 = 1, 1 \cdot i = i \cdot 1 = i, 1 \cdot j &= j \cdot 1 = j, 1 \cdot k = k \cdot 1 = k. \end{aligned}$$

Кватернион задается, следуя подходу Гаусса для комплексных чисел, элементом векторного пространства

$$q = a_0 + a_1i + a_2j + a_3k \leftrightarrow q^* = ct + xi + yj + zk \leftrightarrow cdt + dxi + dyj + dzk.$$

Скалярное произведение векторов генерирует интервал 4-мерной псевдовекторной модели пространства

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 \leftrightarrow s^2 = c^2 t^2 - x^2 - y^2 - z^2.$$

Произведение кватернионов на условии дистрибутивности и «независимости» произведений натуральных и «воображаемых» чисел имеет свойство ассоциативности.

Пуанкаре полагал, что именно кватернионы стали катализатором развития линейной алгебры и матричной теории. В подходе и интерпретациях Гамильтона при уверенности его, что кватернионы найдут применение в решениях задач естествознания, этих тенденций не намечено.

Первоначально только Максвелл обозначил связь кватернионов с физиков. Он записал уравнения для электромагнитного поля в кватернионной форме, интуитивно прочувствовал их глубинную суть.

Позже электродинамика усилиями Хевисайда и Гиббса была представлена в удобной для расчетов векторной форме, соответствуя концепции поля как непрерывной субстанции.

Ее кватернионный вид, если задать базисные единицы матрицами, инициировал анализ структуры электромагнитного поля. Этот аспект практически не был проанализирован.

Ситуация изменилась при записи системы уравнений Максвелла на паре кватернионов с такими базовыми единицами:

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_x + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_y + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \partial_z + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{(-i)}{c} \partial_t \right\} \begin{pmatrix} E_x - iB_x \\ E_y - iB_y \\ E_z - iB_z \\ 0 \end{pmatrix} + \\ & + \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_x + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_y + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \partial_z + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{i}{c} \partial_t \right\} \begin{pmatrix} E_x + iB_x \\ E_y + iB_y \\ E_z + iB_z \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Здесь математика объединилась с физикой, указывая на наличие спектра отношений между структурными слагаемыми электромагнитного поля, которые теперь подлежат анализу.

По алгоритму конструирования гиперкомплексных чисел найдем другие возможности. Проанализируем модель из 6 элементов на матричном произведении

$$\begin{array}{ccc}
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & i \end{pmatrix}, \\
 (1) & (i) & (j) \\
 \begin{pmatrix} 0 & 0 & i \\ 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}. \\
 (k) & (l) & (m)
 \end{array}$$

Получим таблицу значений

$\times$ $m$	1	$i$	$j$	$k$	$l$	$m$
1	1	$i$	$j$	$k$	$l$	$m$
$i$	$i$	-1	$l$	$-m$	$-j$	$k$
$j$	$j$	$m$	-1	$-l$	$k$	$-i$
$k$	$k$	$-l$	$-m$	-1	$i$	$j$
$l$	$l$	$k$	$-i$	$j$	$-m$	1
$m$	$m$	$-j$	$k$	$i$	1	$-l$

Тройные произведения базовых элементов подчинены таким законам:

$$\begin{aligned}
 ijk &= j, & jki &= -k, & kij &= i, \\
 kji &= j, & ikj &= -k, & jik &= i, \\
 (ijk)(kji) &= -1, & (jki)(ikj) &= -1, & (kij)(jik) &= -1, \\
 lm &= 1 = ml, & ll &= -m, & mm &= -l, \\
 lml &= l, & mlm &= m.
 \end{aligned}$$

Новая модель пространства-времени, представляющая «равновесие» положительных и отрицательных квадратов независимых переменных может базироваться на 4 элементах

$$\begin{array}{cccc}
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} i & 0 & 0 \\ 0 & i & 0 \\ 0 & 0 & i \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & i \\ 0 & i & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \\
 (1) & (i) & (j) & (k)
 \end{array}$$

«Кватернионы»

$$q = a_0 + a_1i + a_2j + a_3k \leftrightarrow q^* = ct + xi + yj + zk \leftrightarrow cdt + dxi + dyj + dzk,$$

инициируют

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 + dz^2 \leftrightarrow s^2 = c^2 t^2 - x^2 - y^2 + z^2.$$

Из таблицы матричных произведений базовых элементов

$\times$ $m$	1	$i$	$j$	$k$
1	1	$i$	$j$	$k$
$i$	$i$	-1	$k$	$-j$
$j$	$j$	$k$	-1	$-i$
$k$	$k$	$-j$	$-i$	1

следуют новые законы для их тройных произведений:

$$\begin{aligned}
 ijk = 1, & \quad jki = 1, & \quad kij = 1, \\
 kji = 1, & \quad ikj = 1, & \quad jik = 1, \\
 (ijk)(kji) = 1, & \quad (jki)(ikj) = 1, & \quad (kij)(jik) = 1.
 \end{aligned}$$

Аналог этого пространства обнаруживается на других базовых реперах

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & i & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & i & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \\
 (1) & \quad (i) & \quad (j) & \quad (k)
 \end{aligned}$$

Таблица матричных произведений этих базовых элементов аналогична предыдущей таблице:

$\times$ $m$	1	$i$	$j$	$k$
1	1	$i$	$j$	$k$
$i$	$i$	-1	$k$	$-j$
$j$	$j$	$k$	-1	$-i$
$k$	$k$	$-j$	$-i$	1

Поэтому аналогичны законы для тройных произведений базовых элементов:

$$\begin{aligned}
 ijk = 1, & \quad jki = 1, & \quad kij = 1, \\
 kji = 1, & \quad ikj = 1, & \quad jik = 1, \\
 (ijk)(kji) = 1, & \quad (jki)(ikj) = 1, & \quad (kij)(jik) = 1.
 \end{aligned}$$

Ситуация не исчерпывается указанными моделями. Естественны новые варианты, если принять дополнительные базовые элементы, квадраты которых дают единицу с минусом

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & i & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & i & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \dots$$

Дополнительные возможности «открывают» конформации на таблицах произведений.

## Объектное взаимодействие пар с целью объединения качеств

Обозначим пару объектов буквами  $x, y$ , приняв точку зрения, что они не «познаны» друг другом. Зададим их состояния факторами влияния на них буквами  $a, c$  и внешним «фоном»  $b, d$  посредством уравнений

$$\alpha = ax + b, \beta = cy + d.$$

Проанализируем их стремление объединиться друг с другом с новое состояние  $z$ , принимая и перемены в себе, и внешние условия согласно уравнениям

$$x = ez + f, y = gz + h.$$

Произойдет изменение состояний пары объектов

$$\begin{aligned} \alpha^* &= a(ez + f) + b = (ae)z + (af + b) = Az + B \rightarrow A = (ae), B = (af + b), \\ \beta^* &= c(gz + h) + d = (cg)z + (ch + d) = Cz + D \rightarrow C = (cg), D = (ch + d). \end{aligned}$$

Изменится взаимодействие состояний:

$$\begin{aligned} \alpha^* \beta^* &= (Az + B)(Cz + D) = ACz^2 + (AD + BC)z + BD = K_a z^2 + L_a z + M_a, \\ K_a &= AC, L_a = AD + BC, M_a = BD, \\ \beta^* \alpha^* &= (Cz + D)(Az + B) = CAz^2 + (DA + CB)z + DB = K_b z^2 + L_b z + M_b, \\ K_b &= CA, L_b = DA + CB, M_b = DB. \end{aligned}$$

Параметры объединенной пары как итогового изделия зададим детерминантами уравнений:

$$\begin{aligned} R &= \text{Det} \begin{pmatrix} K & L & M \\ 0^* & K + K & L \\ K + K & L & 0^* \end{pmatrix} = S - P, \\ S &= K[(K + K)0^*] - L[L(K + K)] + M(0^* L), \\ P &= K \cdot 1^* + L \cdot 1^* + M \cdot 1^*. \end{aligned}$$

Проиллюстрируем ситуацию на примере объектного множества  $S^{27}$ . Пусть

$$a = 1, b = 6, c = 7, d = 9, \quad e = 10, f = 15, g = 22, h = 24, \quad 0^* = 9, 1^* = 7.$$

Тогда

$$\begin{aligned} A &= 24, B = 25, C = 22, D = 27, \\ K_a &= 8, L_a = 2, M_a = 9, \quad K_b = 9, L_b = 6, M_b = 8, \\ R_a &= 2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad R_b = 1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Принимая положение значимых элементов в строках в качестве меры развития Сознаний, Тел и Чувств, мы для физического и социального статуса, мы имеем картину Итога.

## Специфика суммы аргументно инвариантной и обычной функции

На элементах объектного множества  $M^{36}$  проанализируем пару функций с разной для них зависимостью от аргументов.

Аргументно инвариантен закон

$$ax - bx = 18 - (a + b).$$

Проиллюстрируем его:

$$a = 10, b = 15, \quad a + b = 7, 18 - (a + b) = 18 - 7 = 5,$$

$$x = 1: \quad 10 \cdot 1 - 15 \cdot 1 = 22 - 5 = 5,$$

$$x = 2: \quad 10 \cdot 2 - 15 \cdot 2 = 23 - 6 = 5,$$

$$\dots\dots\dots$$
$$x = 20: \quad 10 \cdot 20 - 15 \cdot 20 = 35 - 24 = 5,$$

$$\dots\dots\dots$$
$$x = 36: \quad 10 \cdot 36 - 15 \cdot 36 = 27 - 34 = 5.$$

Нет аргументной инвариантности у закона

$$ax + bx = 18 - (a + b) + (x + x).$$

Проиллюстрируем его:

$$a = 10, b = 15, \quad a + b = 7, 14 - (a + b) = 14 - 7 = 1,$$

$$x = 1: \quad 10 \cdot 1 + 15 \cdot 1 = 22 + 5 = 5 = 1 + (1 + 1) = 1 + 20,$$

$$x = 2: \quad 10 \cdot 2 + 15 \cdot 2 = 23 + 6 = 35 = 1 + (2 + 2) = 1 + 22,$$

$$\dots\dots\dots$$
$$x = 20: \quad 10 \cdot 20 + 15 \cdot 20 = 35 + 24 = 11 = 1 + (20 + 20) = 1 + 28,$$

$$\dots\dots\dots$$
$$x = 36: \quad 10 \cdot 36 + 15 \cdot 36 = 27 + 34 = 1 = 1 + (36 + 36) = 1 + 18.$$

Просуммируем указанные законы. Получим

$$ax + ax = 14 - [(a + b) + (a + b)] + (x + x).$$

Нетривиальным кажется наличие пары параметров в правой части уравнения. Противоречия нет, если понять, что этот закон действует при конкретном втором параметре  $b$ .

Действительно, получим

$$x = 1: \quad 10 \cdot 1 + 10 \cdot 1 = 22 + 22 = 26 = 24 + (1 + 1) = 24 + 20,$$

$$x = 2: \quad 10 \cdot 2 + 10 \cdot 2 = 23 + 23 = 24 = 24 + (2 + 2) = 24 + 22,$$

$$\dots\dots\dots$$
$$x = 20: \quad 10 \cdot 20 + 10 \cdot 20 = 35 + 35 = 16 = 24 + (20 + 20) = 24 + 28,$$

$$\dots\dots\dots$$
$$x = 36: \quad 10 \cdot 36 + 10 \cdot 36 = 27 + 27 = 24 = 24 + (36 + 36) = 24 + 18.$$

Параметр  $b$  в сумме функций можно назвать скрытым параметром, хотя в закон у него есть и вид и место.

## Спектр объектных октонионов

Октонионы относятся к категории векторных пространств с базисом размерности 8 на единицах  $e_i, i = 0, 1, 2, \dots, 7$ .

Мультипликативные отношения между ними регулируются таблицей произведений

$\times$	$e_0$	$e_1$	$e_2$	$e_3$	$e_4$	$e_5$	$e_6$	$e_7$
$e_0$	$e_0$	$e_1$	$e_2$	$e_3$	$e_4$	$e_5$	$e_6$	$e_7$
$e_1$	$e_1$	$-e_0$	$e_3$	$-e_2$	$e_5$	$-e_4$	$-e_7$	$e_6$
$e_2$	$e_2$	$-e_3$	$-e_0$	$e_1$	$e_6$	$e_7$	$-e_4$	$-e_5$
$e_3$	$e_3$	$e_2$	$-e_1$	$-e_0$	$e_7$	$-e_6$	$e_5$	$-e_4$
$e_4$	$e_4$	$-e_5$	$-e_6$	$-e_7$	$-e_0$	$e_1$	$e_2$	$e_3$
$e_5$	$e_5$	$e_4$	$-e_7$	$e_6$	$-e_1$	$-e_0$	$-e_3$	$e_2$
$e_6$	$e_6$	$e_7$	$e_4$	$-e_5$	$-e_2$	$e_3$	$-e_0$	$-e_1$
$e_7$	$e_7$	$-e_6$	$e_5$	$e_4$	$-e_3$	$-e_2$	$e_1$	$-e_0$

Скалярное произведение пары кватернионов в координатном представлении задает величину

$$S^2 = c^2 t^2 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 - x_4^2 - x_5^2 - x_6^2 - x_7^2.$$

Заменим абстрактные единицы матрицами:

$$e_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, e_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, e_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, e_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$e_5 = i \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, e_6 = i \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, e_7 = i \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, e_8 = i \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, i = \sqrt{-1}.$$

Первые 4 матрицы задают единицы кватерниона в матричном представлении

$$1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, i = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, j = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, k = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Другие 4 матрицы так ассоциированы с ними:  $e_4 = l, e_5 = il, e_6 = jl, e_7 = kl$ .

Скалярное произведение новых кватернионов в координатном представлении задает новый интервал

$$S^2 = c^2 t^2 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 - x_4^2 - x_5^2 - x_6^2 + x_7^2.$$

Единицы нового векторного пространства мультипликативно регулируются таблицей с другим распределением знаков:

$\times$	$e_0$	$e_1$	$e_2$	$e_3$	$e_4$	$e_5$	$e_6$	$e_7$
$e_0$	$e_0$	$e_1$	$e_2$	$e_3$	$e_4$	$e_5$	$e_6$	$e_7$
$e_1$	$e_1$	$-e_0$	$e_3$	$-e_2$	$e_5$	$-e_4$	$e_7$	$-e_6$
$e_2$	$e_2$	$-e_3$	$-e_0$	$e_1$	$e_6$	$-e_7$	$-e_4$	$e_5$
$e_3$	$e_3$	$e_2$	$-e_1$	$-e_0$	$e_7$	$e_6$	$-e_5$	$-e_4$
$e_4$	$e_4$	$-e_5$	$-e_6$	$-e_7$	$-e_0$	$e_1$	$e_2$	$-e_3$
$e_5$	$e_5$	$e_4$	$-e_7$	$-e_6$	$-e_1$	$-e_0$	$e_3$	$-e_2$
$e_6$	$e_6$	$e_7$	$e_4$	$e_5$	$-e_2$	$-e_3$	$-e_0$	$-e_1$
$e_7$	$e_7$	$-e_6$	$e_5$	$-e_4$	$-e_3$	$-e_2$	$-e_1$	$e_0$

Следовательно, меняя 4 первые матрицы и дополняя их новыми 4 матрицами по указанному алгоритму, мы получаем спектр октонионов.

Объектный октонион нового типа генерируется на модульном произведении элементов объектного множества  $S^{27}$ , ассоциированного с моделью триграмм Востока, обеспечивая их обобщение.

Для этого достаточно проанализировать произведения элементов подмножества

$$\begin{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \\ (7) & (8) & (10) & (14) & (16) & (20) & (22) & (26) \end{matrix}$$

Таблица произведений структурно идентична таблице для единиц октониона в их базовой форме:

$\begin{matrix} m \\ \times \end{matrix}$	7	8	10	14	16	20	22	26
7	7	8	10	14	16	20	22	26
8	8	7	14	10	20	16	26	22
10	10	14	7	8	22	26	16	20
14	14	10	8	7	26	22	20	16
16	16	20	22	26	7	8	10	14
20	20	16	26	22	8	7	14	10
22	22	26	16	20	10	14	7	8
26	26	22	20	16	14	10	8	7

Скалярное произведение таких «кватернионов» в координатном представлении задает интервал Евклида:

$$S^2 = c^2 t^2 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 + x_6^2 + x_7^2.$$

Квадрат каждого элемента есть единица объектного множества.

Конформация таблицы произведений элементов в форме триграмм образует группу на матричном произведении из базовых элементов антикватерниона:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

(a)                      (b)                      (c)                      (d)

Такова четверная группа Клейна.

Элементы конформации получаются при тензорном их произведении на матрицы группы

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

(α)      (β)

Они таковы:

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} b & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c & 0 \\ 0 & c \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} d & 0 \\ 0 & d \end{pmatrix} \rightarrow H,$$

$$\begin{pmatrix} 0 & a \\ a & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & b \\ b & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & c \\ c & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & d \\ d & 0 \end{pmatrix} \rightarrow A.$$

Транспонированные матрицы размерности 8 идентичны базовым матрицам, следовательно, мы имеем группу ортогональных преобразований  $SO(8)$ .

Матрицы, обозначенные буквой  $H$ , образуют нормальную подгруппу. Смежный класс из 4 матриц обозначен буквой  $A$ .

Выполним простое матричное расширение всех 27 элементов объектного множества  $S^{27}$ . Например, на указанных элементах получим такой их вид:

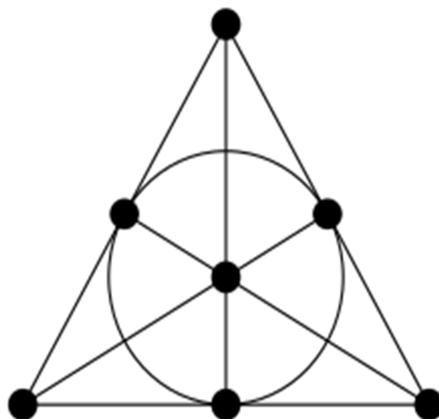
$$7 \rightarrow 7^* = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, 8 \rightarrow 8^* = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \dots, 26 \rightarrow 26^* = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Дополним их еще 4 матрицами с аналогичной структурой, согласно которой имеет место «отделение» элементов нижней строки от других элементов:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Новое множество состоит из тридцати одного элемента:  $31=27+4$ . Выполним тензорное их «заполнение» 8 элементами «триграмм», задающих объектный октонион. Получим аналог группы  $E(8)$  из 248 элементов, объединенных на модульном произведении строк.

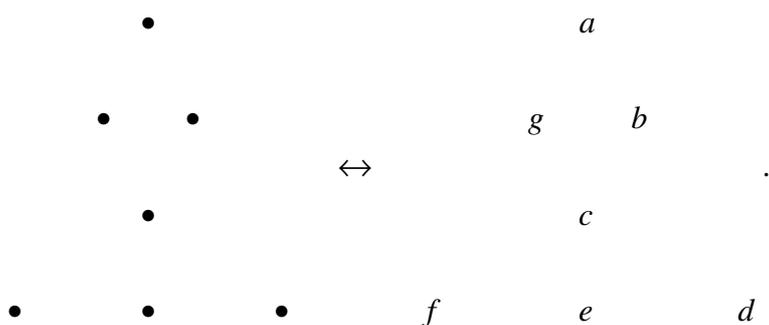
Базовые единицы октонионов имеют мнемонические связи согласно визуальной модели конечной геометрии Фано:



Такова геометрия  $PG(2,2)$ , в структуре которой есть 7 точек и 7 линий. Их соединения согласованы между собой согласно операции произведения.

Заменив точки элементами объектных множеств, мы получаем конечную объектную геометрию, если обеспечим операционное согласование между ними.

Для удобства представления данных зададим их схематическими рисунками:



Проиллюстрируем ситуацию на элементах объектного множества  $M^{36}$ . Пусть



$$a = 22, b = 20, c = 6, d = 17, e = 9, f = 11, g = 2.$$

Элементы согласованы между собой на неассоциативной операции произведения. По прямым линиям такие связи тривиальны. По «внутренней окружности» согласование чуть сложнее.

Фактически мы имеем модель не только формальную модель. Речь идет об изделии, имеющем структуру и связи между элементами.

Подтвердим слова расчетом. Их иллюстрируем таблица произведения элементов

$\begin{matrix} k \\ \times \end{matrix}$	2	6	9	11	17	20	22
2	13	17	26	28	10	1	3
6	15	13	28	30	12	3	5
9	24	22	13	15	3	36	32
11	22	20	17	13	1	34	36
17	4	2	11	7	13	22	24
20	7	11	32	34	28	13	15
22	11	9	36	32	26	17	13

Элементы геометрии Фано мультипликативно согласованы по прямым линиям треугольника в прямом и обратном порядке. В стандартной модели октониона это согласие достигается только в направлении по часовой стрелке.

Внутренние связи обеспечиваются более сложным законом, учитывающим «влияние» на итог «внешнего» элемента к контуру «обхода»:

$$\begin{aligned}
 (9 \cdot 11)(11 \cdot 2) &= 15 \cdot 22 = 20 \neq 9 \cdot 2 = 24, \\
 (2 \cdot 22)(22 \cdot 20) &= 3 \cdot 17 = 9 \neq 2 \cdot 20 = 1, \\
 (20 \cdot 17)(17 \cdot 9) &= 2 \neq 20 \cdot 9 = 32, \\
 (20 \cdot 22)(22 \cdot 2) &= 15 \cdot 11 = 9 \neq 20 \cdot 2 = 7, \\
 (2 \cdot 11)(11 \cdot 9) &= 28 \cdot 17 = 20 \neq 2 \cdot 9 = 26, \\
 (9 \cdot 17)(17 \cdot 20) &= 3 \cdot 22 = 2 \neq 9 \cdot 20 = 36.
 \end{aligned}$$

Такой результат иллюстрирует естественное различие формальной модели расчета и некоего реального ее воплощения: наличие «оврагов», которые не были заметны на «бумаге».

Кроме этого, объектная конечная геометрия индуцирует недостающий элемент анализа в форме объектной единицы. Действительно, получим

$$\begin{aligned}
 6 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 2 &= 13 = 1^*, & 6 \cdot 9 \cdot 17 \cdot 20 &= 13 = 1^*, & 6 \cdot 20 \cdot 22 \cdot 2 &= 13 = 1^*, \\
 6 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 9 &= 13 = 1^*, & 6 \cdot 20 \cdot 17 \cdot 9 &= 13 = 1^*, & 6 \cdot 2 \cdot 22 \cdot 20 &= 13 = 1^*.
 \end{aligned}$$

Объектное множество имеет условия для генерации спектра объектных изделий. Например, получим

$$\begin{array}{cccccccc}
 & & 5 & & & & 14 & \\
 & & & & & & & \\
 14 & & 16 & & & & 2 & 18 \\
 & & 7 & & & & 6 & , \dots \\
 & & & & & & & \\
 10 & & 27 & & 12 & & 1 & 5 & 17
 \end{array}$$



Последующие произведения генерируют все объектное множество из 27 элементов. Оно обозначено  $S^{27}$ .

Таблица неассоциативных произведений объектного множества  $M^9$

$\begin{matrix} k \\ \times \end{matrix}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	4	5	6	8	9	7	3	1	2
2	6	4	5	7	8	9	2	3	1
3	5	6	4	9	7	8	1	2	3
4	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5	3	1	2	6	4	5	9	7	8
6	2	3	1	5	6	4	8	9	7
7	9	7	8	2	3	1	4	5	6
8	8	9	7	1	2	3	6	4	5
9	7	8	9	3	1	2	5	6	4

предъявляет спектр перестановок при произведении слева. Зададим их матрицами, обозначив матрицы «своими» натуральными числами.

Получим такие данные:

$$1 \times \begin{cases} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 5 & 6 & 8 & 9 & 7 & 3 & 1 & 2 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

(4)

$$2 \times \begin{cases} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 6 & 4 & 5 & 7 & 8 & 9 & 2 & 3 & 1 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$3 \times \begin{cases} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 6 & 4 & 9 & 7 & 8 & 1 & 2 & 3 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

(6) (5)

$$4 \times \begin{cases} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

(4)

$$5 \times \begin{cases} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 1 & 2 & 6 & 4 & 5 & 9 & 7 & 8 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

(3)

$$6 \times \begin{cases} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 6 & 4 & 8 & 9 & 7 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

(2)

$$7 \times \begin{cases} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 7 & 8 & 2 & 3 & 1 & 4 & 5 & 6 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

(9)

$$8 \times \begin{cases} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 8 & 9 & 7 & 1 & 2 & 3 & 6 & 4 & 5 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

(8)

$$9 \times \begin{cases} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 8 & 9 & 3 & 1 & 2 & 5 & 6 & 4 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

(9)

Алгоритм матричного представления перестановок элементов объектного множества не только «визуализирует» ситуацию. Он конструктивен в качестве генератора тех отношений в объектном множестве, которые фактически скрыты при формальном рассмотрении связей.

Естественно он пригоден для обратных произведений, а также для их сумм, если есть таблицы сумм, что невозможно для реперов стандартных векторных пространств.

Составим таблицу матричных произведений полученного множества матриц.

Тонкость ситуации в том, что ассоциативные произведения матриц размерности 9 генерируют таблицу, которая структурно идентична таблице неассоциативных произведений матриц размерности 3 из состава элементов объектного множества.

Укажем эти согласования:

$\begin{matrix} k \\ \times \end{matrix}$	$\rightarrow$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\downarrow$	$\begin{matrix} m \\ \times \end{matrix}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
6	2	2	3	1	5	6	4	8	9	7
5	3	3	1	2	6	4	5	9	7	8
1	4	4	5	6	8	9	7	3	1	2
3	5	5	6	4	9	7	8	1	2	3
2	6	6	4	5	7	8	9	2	3	1
9	7	7	8	9	3	1	2	5	6	4
8	8	8	9	7	1	2	3	6	4	5
7	9	9	7	8	2	3	1	4	5	6

Имеет место аналог изоморфизма не только разных элементов, но и их таблиц на разных операциях.

Таблица произведений обеспечивает для каждого элемента его матричную структуру на множестве, задающем конформацию таблицы. Получим такие элементы:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$



## Дополнение класса аргументно инвариантных функций

Среди аргументно инвариантных функций есть некоторые функции, которые непонятны в границах привычной логики.

Укажем некоторые из них на примере объектных множеств с неассоциативной операцией произведения и операцией комодульного суммирования.

Имеет место закон

$$axx = a.$$

Проиллюстрируем его примерами:

$$M^{25}, a = 10,$$

$$x = 1:10 \cdot 1 \cdot 1 = 23 \cdot 1 = 10,$$

$$x = 2:10 \cdot 2 \cdot 2 = 24 \cdot 2 = 10,$$

$$\dots\dots\dots$$

$$x = 10:10 \cdot 10 \cdot 10 = 16 \cdot 10 = 10,$$

$$\dots\dots\dots$$

$$x = 25:10 \cdot 25 \cdot 25 = 12 \cdot 1 = 25 = 10,$$

$$M^{36}, a = 10,$$

$$x = 1:10 \cdot 1 \cdot 1 = 22 \cdot 1 = 10,$$

$$x = 2:10 \cdot 2 \cdot 2 = 23 \cdot 2 = 10,$$

$$\dots\dots\dots$$

$$x = 10:10 \cdot 10 \cdot 10 = 13 \cdot 10 = 10,$$

$$\dots\dots\dots$$

$$x = 25:10 \cdot 25 \cdot 25 = 10 \cdot 25 = 25 = 10,$$

$$S^{27}, a = 10,$$

$$x = 1:10 \cdot 1 \cdot 1 = 26 \cdot 1 = 10,$$

$$x = 2:10 \cdot 2 \cdot 2 = 27 \cdot 2 = 10,$$

$$\dots\dots\dots$$

$$x = 10:10 \cdot 10 \cdot 10 = 7 \cdot 10 = 10,$$

$$\dots\dots\dots$$

$$x = 25:10 \cdot 25 \cdot 25 = 17 \cdot 25 = 10, \dots$$

Справедлив закон

$$\sigma^2 = (x_0 x_1 x_2)^2 = (x_1 x_2)(x_0 x_2)(x_0 x_1) = \theta.$$

$$S^{27} \rightarrow$$

$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_1 x_2$	$x_0 x_2$	$x_0 x_1$	$\sigma$	$\theta$	$\sigma^2$
1	2	3	8	9	8	2	7	7
20	7	11	11	27	18	5	7	7
4	19	5	12	8	15	23	7	7
11	11	18	3	3	7	18	7	7
25	24	23	9	26	27	27	7	7

$$M^{25} \rightarrow$$

$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_1 x_2$	$x_0 x_2$	$x_0 x_1$	$\sigma$	$\theta$	$\sigma^2$
1	2	3	17	18	17	2	16	16
20	7	11	7	12	8	6	16	16
4	19	5	2	17	7	25	16	16
11	11	18	23	23	16	18	16	16
25	24	23	20	19	20	24	16	16

## Кватернионы и октонионы в неоднородных множествах

Дополним «числа» с номерами мест значимых элементов в строках

$$\begin{array}{cccccc}
 123 & 231 & 312 & 132 & 213 & 321 \\
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 (1) & (2) & (3) & (4) & (5) & (6)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc}
 111 & 222 & 333 \\
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \\
 (7) & (8) & (9)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc}
 122 & 233 & 311 & 133 & 211 & 322 \\
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \\
 (10) & (11) & (12) & (13) & (14) & (15)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc}
 212 & 323 & 131 & 313 & 121 & 232 \\
 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \\
 (16) & (17) & (18) & (19) & (20) & (21)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc}
 221 & 332 & 113 & 331 & 112 & 223 \\
 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \\
 (22) & (23) & (24) & (25) & (26) & (27)
 \end{array}$$

новыми 4 элементами:

$$\begin{array}{cccc}
 101 & 303 & 103 & 301 \\
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \\
 (28) & (29) & (30) & (31)
 \end{array}$$

Введем новую операцию комодульного произведения, применяя ко второй строке его суммирование и обычное такое произведение к другим строкам.

Получим таблицу аддитивно деформированных комодульных произведений:

* ×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	24	27	9	1	11	19	13	5	17	24	27	9	1	11	19	11
2	27	18	3	21	24	6	14	10	9	8	13	12	11	7	15	26
3	9	3	6	12	17	23	15	25	19	25	19	15	19	15	25	6
4	1	21	12	18	5	15	20	22	9	20	11	3	13	16	6	14
5	11	24	17	5	1	9	27	13	19	11	24	17	5	1	9	1
6	19	6	23	15	9	12	25	3	17	3	17	25	17	25	3	23
7	13	14	15	26	27	25	20	21	19	4	5	6	24	22	23	8
8	5	10	25	22	13	3	21	7	17	14	1	23	27	4	12	18
9	17	9	19	9	19	17	19	17	9	17	9	19	9	19	17	19
10	24	8	25	20	11	3	7	14	17	7	27	23	1	21	12	2
11	27	13	19	11	24	17	5	1	9	27	13	19	11	24	17	24
12	9	12	15	3	17	25	6	23	19	23	19	6	19	6	23	15
13	1	11	19	13	5	17	24	27	9	1	11	19	13	5	17	5
14	11	7	15	16	1	25	22	4	19	21	24	6	5	20	23	10
15	19	15	25	6	9	3	23	12	17	12	17	23	17	23	12	25
16	11	26	6	14	1	23	8	18	19	2	24	15	5	10	25	20

* ×	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
1	19	1	9	24	27	5	17	13	17	13	5	1	17	1	17
2	17	2	19	22	4	20	23	5	25	16	1	2	9	11	25
3	9	3	17	23	12	23	12	17	2	6	9	3	19	19	3
4	17	4	19	10	2	8	25	24	23	7	27	4	9	13	23
5	9	5	17	11	24	13	19	27	19	27	13	5	19	5	19
6	19	6	9	12	15	12	15	9	6	23	19	6	17	17	6
7	9	7	17	18	16	2	3	1	12	10	11	7	19	24	12
8	19	8	9	16	20	26	6	11	15	2	24	8	17	27	15
9	17	9	19	17	9	17	9	19	9	12	17	9	9	9	9
10	19	10	9	26	22	16	6	13	15	18	5	10	17	1	15
11	17	11	19	27	13	1	9	5	9	5	1	11	9	11	9
12	9	12	17	25	3	25	3	17	12	15	9	12	19	19	12
13	17	13	19	1	11	27	9	24	9	24	27	13	9	13	9
14	9	14	17	2	26	18	3	27	12	8	13	14	19	5	12
15	19	15	9	3	66	3	6	9	15	25	19	15	17	17	15
16	9	16	17	21	7	4	12	27	3	22	13	16	19	5	3

*	×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
17	19	17	9	17	9	19	9	19	17	19	17	9	17	9	19	9	
18	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	
19	9	19	17	19	17	9	17	9	19	9	19	17	19	17	9	17	
20	13	22	25	10	11	12	18	16	17	26	27	25	1	2	3	21	
21	27	4	12	2	24	15	16	20	9	22	13	3	11	26	6	7	
22	5	20	23	8	13	12	2	26	17	16	1	25	27	18	3	4	
23	17	23	12	25	19	15	3	6	9	6	9	3	9	3	9	12	
24	13	5	17	24	27	9	1	11	19	13	5	17	24	27	9	27	
25	17	25	3	23	19	6	12	15	9	15	9	12	9	12	15	3	
26	13	16	6	7	27	23	10	2	19	18	5	15	24	8	25	22	
27	5	1	9	27	13	19	11	24	17	5	1	9	27	13	19	13	
28	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	
29	17	9	19	9	19	17	19	17	9	17	9	19	9	19	17	19	
30	1	11	19	13	5	17	24	27	9	1	11	19	13	5	17	5	
31	17	25	3	23	19	6	12	15	9	15	9	12	9	12	15	3	

*	×	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
17	19	17	9	19	17	19	17	9	17	9	19	17	17	17	17	17
18	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	18	9	13	25	
19	9	19	17	9	19	9	19	17	19	17	9	19	19	19	19	19
20	19	20	9	7	8	14	15	13	16	4	5	7	19	24	12	
21	17	21	19	8	19	10	25	5	23	14	1	21	9	11	23	
22	19	22	9	14	10	7	15	11	6	21	24	22	17	21	6	
23	17	23	19	15	25	15	25	19	23	12	17	23	9	9	23	
24	9	24	17	13	5	11	19	1	19	1	11	24	19	24	19	
25	17	25	19	6	23	6	23	19	25	15	17	25	9	9	25	
26	9	26	17	4	14	21	12	1	3	20	11	26	19	24	3	
27	19	27	9	5	1	24	17	11	17	11	24	27	17	27	17	
28	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	
29	17	9	19	17	9	17	9	19	9	19	17	29	29	29	29	
30	17	13	19	1	11	27	9	24	9	24	27	30	29	30	29	
31	17	25	19	6	23	6	23	19	25	3	17	31	29	29	31	

Таблица произведений, структурно объединенных с суммой неоднородна по составу тех элементов, из которых она образована. Некоторые элементы представлены «недостаточно», а некоторые элементы имеют большинство в таблице. При этом произведения «хаотичны», что косвенно свидетельствует о наличии сложных законов, которым они подчинены.

По этим причинам анализируемое множество названо неоднородным множеством. Есть предположение, что именно такие множества адекватно задают живые изделия.

Получим на основе таблицы неоднородного множества ряд подмножеств, замкнутых на введенной операции, которых при их порядке 4,8 есть аналоги кватернионов и октонионов.

Есть объектный аналог кватерниона

$\times$		1	$i$	$j$	$k$
	$\times$	18	2	4	21
1	18	18	2	4	21
$i$	2	2	18	21	4
$j$	4	4	21	18	2
$k$	21	21	4	2	18

Есть объектный бикватернион

$\times$		1	$i$	$j$	$k$	$l$	$il$	$jl$	$kl$
	$\times$	18	2	4	21	28	2	4	21
1	18	18	2	4	21	18	2	4	21
$i$	2	2	18	21	4	2	18	21	4
$j$	4	4	21	18	2	4	21	18	2
$k$	21	21	4	2	18	21	4	2	18
$l$	28	18	2	4	21	28	2	4	21
$il$	2	2	18	21	4	2	18	21	4
$jl$	4	4	21	18	2	4	21	18	2
$kl$	21	21	4	2	18	21	4	3	18

В этой модели имеет место неоднородность распределения элементов по таблице.

Ситуация обобщается на основе нового объектного октониона:

$\times$	9	17	19	25	28	29	30	31
9	9	17	9	9	9	9	9	9
17	17	19	9	17	17	17	17	17
19	19	9	17	25	19	19	19	19
25	9	17	19	25	25	9	9	25
28	9	17	19	25	28	29	30	31
29	9	17	19	9	28	29	29	29
30	9	17	19	9	30	29	30	29
31	9	17	19	25	31	29	29	31

$\xi_i$	9	17	19	25	28	29	30	31
$n$	18	13	11	6	1	9	3	3

## К истории чисел

Из истории развития естествознания, а также из логики ментального творчества следует закон: новое качество практики и итогов обеспечивается новой экспериментальной техникой и ассоциированными с ней математическими средствами.

Одним из базовых элементов математических средств являются числа. Новое качество расчетного анализа обеспечивается обычно только на основе новых чисел, которые были неизвестны и недоступны ранее. Не исключено, что так будет всегда, не ограничивая и не ослабляя тенденцию развития структуры и свойств чисел.

В настоящее время доступными становятся объектные числа. Для понимания того, что это такое и каковы их ожидаемые возможности, желательно сделать краткий эволюционный экскурс по теории и приложениям чисел.

Естественно начать с модели «скалярных чисел», названных натуральными, посредством которых принято общепринятыми цифрами в форме натуральных чисел  $1, 2, 3, 4, \dots$  задавать количество каких-либо объектов, доступных визуальным (физиологическим) ощущениям. Если таких объектов (в границах доступной практики) нет, ситуация характеризуется числом с символом «ноль». Заметим, что эти числа характеризуют множество объектов *без учета их естественной или возможной структуры* в форме согласованной системы их слагаемых по критериям естествознания.

Модель действительных чисел дополняет натуральные числа отрицательными числами, что формально обеспечивается присоединением слева к любому натуральному числу символа «минус»:  $-1, -2, -3, -4, \dots$  С позиции естествознания так в модели чисел учитывается *возможность процесса*: к некоторой системе объектов другие объекты могут добавляться или же удаляться из неё.

Заметим, что указанные множества формально не имеют ограничений по количеству объектов, что проявляет себя как фундаментальное математическое свойство, которое не согласуется с естествознанием, так как нет экспериментальной возможности исследовать множества с неограниченным количеством объектов в силу условий реальной уровневой практики. Понятно, что ментальным «играм» бесконечность радостна, так как поддерживает метафизическую идею о безграничных возможностях разума, хотя реальная практика не гарантирует, а, скорее, противоречит предполагаемой безграничности.

Экспериментально обоснованное деление объектов на составные части обеспечило развитие теории, описывающей его свойства в форме рациональных, периодических, а также трансцендентных чисел, которые не являются алгебраическими числами. И здесь опять есть противоречие в математическом описании и в экспериментальной «достижимости» деления: математике свойственно не ставить ограничений на делимость, в экспериментах делимость всегда имеет границы.

Из опыта каждого человека и из практики естествознания следует закон: каждый объект всегда и везде имеет «свои» *внешние и внутренние слагаемые и характеристики*. Не так просто получить такие данные, но таков мир. По этой причине для учета свойств объектов в полной их мере необходима математика, согласованно учитывающая 2 «мира» параметров: те, которые доступны явно, на основе «внешней» практики, а также те, которые скрыты от нее и относятся к миру «внутренних» свойств объекта.

Простой и фундаментальный прием математического представления согласования пары параметров из 2 «миров» иллюстрируют «векторные» числа: когда минимум параметров равен 2 и когда они «странно» согласованы между собой.

Таковы комплексные числа

$$z = 1 \cdot a + i \cdot b \rightarrow 1^2 = 1, i^2 = -1.$$

Принимая первые множители в качестве реперов на плоскости из 2 измерений, мы имеем на ней «вектор», представляющий такое число.

Поскольку среди натуральных и действительных чисел нет числа, квадрат которого равен «минус» единице, мы фактически дополняем эту систему «воображаемым» числом, что можно интерпретировать как характеристику «невидимого» мира, скрытого от прямого наблюдения.

Заметим, что смысловое и математическое значение этот подход получает лишь тогда, когда 2 «мира» операционно согласованы между собой. В указанном обозначении нового числа оно формально обосновано тем, что произведения обычных чисел и их произведение с «воображаемым» числом «подчинены» единым законам. Понятно, что таков частный случай, но не общая ситуация.

Качественно новое объединение натуральных и комплексных чисел получается, если ввести в практику расчета *матрицы*: объединенные в единую систему несколько строк из, например, натуральных чисел с обоснованным, так или иначе, спектром операционных свойств.

Тогда выражение

$$z = 1 \cdot a + i \cdot b = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} a + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} b \rightarrow 1 \cdot 1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, i^2 = -1 = -\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

визуально и операционно «материализует» реперы «внешних» и «внутренних» проявлений исследуемых объектов с парой параметров  $a, b$ . Понятно, что параметры могут быть также матрицами.

Кроме того, заметим, так выполнена *структуризация реперов*: они заданы через пару канонических параметров числами 0,1.

Естественно расширение спектра чисел на реперной плоскости. Например, двойные числа можно представить выражением

$$z = 1 \cdot a + j \cdot b = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} a + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} b \rightarrow 1 \cdot 1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, j^2 = 1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

У дуальных чисел структура иная:

$$z = 1 \cdot a + k \cdot b = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} a + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} b \rightarrow 1 \cdot 1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, k^2 = 0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Понятно, что их операционные свойства отличаются друг от друга, охватывая более широкий спектр возможных экспериментальных ситуаций. Это важно с философской, а также с расчетной точки зрения, если принять принцип, что Природа не упускает никаких возможностей.

Известно, что указанные числа с геометрической точки зрения в 19 веке обосновал Клиффорд, анализируя возможные свойства бинарных форм.

## Единый закон для объектов и их движений

В начале прошлого века электродинамика Максвелла получила развитие на основе ее дополнения моделью 4-мерного пространства Минковского и идеей синхронизации времени, предложенной Эйнштейном. В итоге была учтена скорость физической среды на основе обобщения связей между полями и индукциями, а также сконструирована релятивистская динамика материальных тел. В обоих случаях, так или иначе, были поставлены «пределы» на параметры электромагнитного поля и материальных объектов. Тела с ненулевой массой покоя теория ограничила скоростями света в вакууме. Приняв относительность времени и размеров согласно специальной теории относительности, была обоснована невозможность размеров у частиц света, а потому и их структуры. Авторитарно структурные изделия и свет были расположены на разных берегах реки фактов.

В начале нашего века получены аргументы и предложены инструменты для снятия указанных модельных ограничений. Они представляют собой не отрицание данных, которые были получены ранее, а расширение и углубление учета скоростей в электродинамике.

Ранее скорости среды и света по-разному учитывались в теории в качестве инерционных параметров явления, в «тени» оставались частоты, которые дополняют скорости в указанном их качестве. Более того, скорости и частоты были согласованы друг с другом на основе экспериментально доказанного изменения частот при взаимодействии поля с движущейся средой или при движущемся источнике излучения.

Изменена роль и значение взаимосвязей координат и времени для разных инерциальных наблюдателей. Не в относительности одновременности дело. Задача состоит в том, чтобы корректно учесть тонкости и специфику экспериментальных ситуаций. При этом нет гарантий, что применяемый симметричный подход к явлениям достаточен для получения действительно глубинной и полной картины анализируемых явлений.

Симметричный подход к явлениям обеспечивает «перерасчет» параметров, доступных одному «наблюдателю» в эти же параметр для другого «наблюдателя». Однако в стандартном подходе он не обеспечивает возможности «проследить» динамику изменения величин, что необходимо знать при анализе взаимодействия электромагнитного поля со средой. Измерительное устройство всегда есть некоторая «среда» и потому указанный перерасчет может быть в принципе верен, если он задает конечную стадию динамического процесса.

По указанной причине требовалось так обобщить симметричный алгоритм, чтобы он имел возможность описывать стадии динамического процесса. С формальной точки зрения этого можно добиться, как-то задавая стадии динамического процесса взаимодействия. В частности, это можно сделать посредством нормированной скалярной величины. Например,  $w = 0$  характеризует начальную стадию динамики,  $w = 1$  задает его конечную стадию. Задача состоит в том, где и как «расположить» эти величины в теории? Как и от чего они должны зависеть?

Естественно расширить спектр скоростей, учитываемых в теории. Ведь не только важна некая формальная скорость  $\vec{u}$ . Учесть нужно скорость детектора излучения  $\vec{u}_d$ , что тождественно скорости физической среды  $\vec{u}_m$ . Нет в теории скорости первичного источника излучения  $\vec{u}_{fs}$ , без учета которой расчетная модель не может претендовать на роль полной модели.

Назовем величину  $w = [0-1]$  показателем отношения. Введем ее в физическую теорию на основе обобщения метрического интервала Минковского. Этот шаг позволяет обобщить преобразования координат и времени с учетом показателя отношения.

Тогда начальной стадии динамического процесса соответствует группа Галилея, а конечная стадия процесса будет описываться группой Лоренца (в меру и в границах ее «компетенции»).

Математическая реализация обобщения метода и подхода Минковского базируется на возможности трактовки инвариантности 4-мерного интервала относительно преобразований координат и времени как условия на допустимый в теории диапазон скоростей в физической теории.

Действительно, инвариантность 4-мерного интервала не исключает его равенства нулю. Тогда имеем формальное его обобщение с учетом показателя отношения:

$$dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2 dt^2 = 0 \Leftrightarrow \frac{dr^2}{dt^2} = c^2,$$

$$w(dx^2 + dy^2 + dz^2) - c^2 dt^2 = 0 \rightarrow \frac{dr^2}{dt^2} = \frac{c^2}{w}.$$

В первом случае анализируемая скорость конечна и единственна. Во втором случае имеется допустимый спектр скоростей, не исключая возможности скоростей, которые превосходят скорость света в вакууме, если  $c = c_0$ .

Удобны преобразования координат и времени для пары инерциальных «наблюдателей», обеспечивающие инвариантность метрического интервала с показателем отношения:

$$dx' = \frac{dx - udt}{\sqrt{1 - w\frac{u^2}{c^2}}}, dy' = dy, dz' = dz, dt' = \frac{dt - w\frac{u}{c^2}}{\sqrt{1 - w\frac{u^2}{c^2}}}.$$

Имеем простое доказательство:

$$w(dx')^2 = w \frac{dx^2 - 2udxdt + u^2 dt^2}{1 - w\frac{u^2}{c^2}} - c^2 (dt')^2 = c^2 \frac{dt^2 - 2w\frac{u}{c^2} dxdt + \frac{u^2}{c^4} w^2}{1 - w\frac{u^2}{c^2}} = w(dx^2) - c^2 dt^2.$$

Инвариантность дифференциальных уравнений электродинамики Максвелла при таких преобразованиях очевидна, так как преобразования линейны, а уравнения для полей и для индукций имеют тензорную структуру.

Связи между полями и индукции при их инвариантности относительно преобразований с показателем отношения обобщают уравнения Минковского и получают такой вид

$$\vec{D} + w \left[ \frac{\vec{u}}{c} \times \vec{H} \right] = \varepsilon \left( \vec{E} + \left[ \frac{\vec{u}}{c} \times \vec{B} \right] \right),$$

$$\vec{B} - w \left[ \frac{\vec{u}}{c} \times \vec{E} \right] = \mu \left( \vec{H} - \left[ \frac{\vec{u}}{c} \times \vec{D} \right] \right).$$

Прямое решение уравнений электродинамики с указанными связями для полей и индукций генерирует (в приближении малых скоростей) новое выражение для групповой скорости

$$\vec{v}_g = \frac{c}{n} \frac{\vec{k}}{k} + \left( 1 - \frac{w}{n^2} \right) \left[ (1 - w) \vec{u}_{fs} + w \vec{u}_m \right].$$

Из анализа динамики взаимодействия электромагнитного поля со средой в очевидной форме релаксационного процесса к скорости среды имеем связь показателя отношения  $w$  с показателем преломления  $n$ :

$$w = 1 - \exp(-P_0(n-1)).$$

Без взаимодействия со средой имеем  $w = 0$ , при «большом» показателе преломления  $w = 1$ .

Из структуры преобразований для координат и времени следует, что начальная стадия динамического взаимодействия поля со средой описывается группой Галилея, конечной стадией процесса (равновесному состоянию) соответствует группа Лоренца.

Следовательно, учет показателя отношения не отрицает корректность описания явлений в электродинамике на основе группы Лоренца. Он указывает ее функциональный смысл в качестве важного инструмента для получения итоговых значений динамического процесса взаимодействия поля со средой без анализа деталей процесса.

Поскольку решения уравнения Максвелла не ограничиваются только тем объемом, который доступен симметричному алгоритму, естественно базироваться, по возможности, на алгоритмах прямого решения ряда конкретных задач.

Учет показателя отношений в электродинамике «снимает» ограничение на скорости в электродинамике. Кроме этого, дополнительность групп Галилея и Лоренца стимулирует анализ структуры частиц света, учета не только их скоростей, но и моделирование сути их частот, а также взаимопревращения в паре этих инерционных параметров.

Такая деятельность частично выполнена. В частности, доказано, что в поперечном эффекте Доплера частота света в физической среде конечна при скорости движения равной скорости света в вакууме согласно закону (при значении  $w = 1$ ):

$$\omega = \omega_0 \frac{1 + \frac{u_{fs}^2}{c^2} \psi}{\left(1 - \frac{u_{fs}^2}{c^2}\right)^{1/2} \sqrt{1 - \frac{u_{fs}^2}{c^2} - \left(1 - \frac{u_{fs}^2}{c^2} \psi\right) \left(1 - \frac{u_{fs}^2}{c^2} (1 + \psi)\right)}} \rightarrow \lim_{u_{fs} \rightarrow c} \omega(u_{fs} = c) = \sqrt{\frac{1 - \psi}{\psi}}.$$

Здесь  $\psi = 2Q + Q^2, n = 1 + Q$ .

Аналогично меняется зависимость массы от скорости, позволяя учитывать реальные условия ситуации при значении  $w = 1$ :

$$m = m_0 \frac{\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{1/2} - \frac{u^2}{c^2} \Phi^{1/2} (1 + \Phi)^{1/2}}{1 - \frac{u^2}{c^2} (1 + \Phi)}.$$

Концепция и идеология показателя отношения как индикатора границ анализируемого диапазона скоростей и «маркера» стадий динамических процессов взаимодействия со средой электромагнитного поля конструктивна в расчетах и нова в интерпретации получаемых результатов.

Предлагаемый подход не исключает комплексного показателя отношения или его некоторой зависимости от скоростей. Он инициирует создание динамических моделей показателя отношения, адекватных тонкостям экспериментальных ситуаций. Речь идет не только о том, что показатель отношения применяется в расширении спектра симметрий и согласования симметрий между собой.

Он имеет самостоятельный смысл и значение применительно не только к электродинамике. По-видимому, он важен при анализе социальных процессов и жизненной практики.

Подойдем к анализу симметричной ситуации с алгебраической точки зрения.

Запишем преобразования координат и времени, функционально объединяющие группу Галилея и группу Лоренца на основе показателя отношения  $w$ , для относительного движения со скоростью  $u_x$  вдоль оси  $Ox$

$$x' = \frac{x - \frac{u_x}{c} \tau}{\sqrt{1 - w \frac{u_x^2}{c^2}}}, y' = y, \tau' = \frac{\tau - w \frac{u_x}{c} x}{\sqrt{1 - w \frac{u_x^2}{c^2}}} \leftrightarrow x' = \gamma_x \left( x - \frac{u_x}{c} \tau \right), y' = y, \tau' = \gamma_x \left( \tau - w \frac{u_x}{c} x \right)$$

в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} \tau' \\ x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_x & -\gamma_x w \frac{u_x}{c} & 0 \\ -\gamma_x \frac{u_x}{c} & \gamma_x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau \\ x \\ y \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} \tau \\ x \\ y \end{pmatrix}.$$

Генератор алгебры Ли по параметру в форме относительной скорости имеет такой вид:

$$L_x = \frac{\partial U}{\partial \left( \frac{u_x}{c} \right)} = \begin{pmatrix} 0 & -w & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Генератор  $L_y$  алгебры Ли, учитывающий инерциальное движение по оси  $Oy$ , дополним еще генератором вращений  $R$ , ассоциированным с условием

$$\begin{pmatrix} \tau' \\ x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau \\ x \\ y \end{pmatrix}.$$

Получим

$$L_y = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -w \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, R = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Антисимметричная операция коммутирования Ли связывает генераторы алгебры условиями

$$[L_x, R] = L_x R - R L_x = L_y, [L_y, R] = -L_x, [L_x, L_y] = w R.$$

Показатель отношения проявляет на основе алгебры Ли известный факт, что группа Галилея с  $w=0$  и группа Лоренца с  $w=1$  неизоморфны. Но математика не отрицает возможность учета согласованной пары симметрий.

Покажем, что преобразования координат и времени, объединяющие группу Галилея и группу Лоренца на основе показателя отношения, подчинены условиям алгебры Йордана, базирующейся на симметричной операции вида  $x * y = xy + yx$ .

Элементы анализируемых преобразований на условиях Йордана

$$(x^2 \circ y) \circ x = x^2 \circ (y \circ x), \quad x \circ y = \frac{1}{2}(xy + yx)$$

генерируют условие функционального равновесия:

$$(x^2 y)x + (yx^2)x + x(x^2 y) + x(yx^2) = x^2(yx) + x^2(xy) + (yx)x^2 + (xy)x^2.$$

С учетом ассоциативности произведения матриц оно становится проще:

$$(yx^2)x + x(x^2 y) = x^2(xy) + (yx)x^2.$$

Подтвердим его выполнение расчетом. Имеем (с точностью до множителей) выражения и связи, обеспечивающие необходимое равенство:

$$x = \begin{pmatrix} 1 & a_1 \\ b_1 & 1 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} 1 & a_2 \\ b_2 & 1 \end{pmatrix}, x^2 = \begin{pmatrix} 1 + a_1 b_1 & 2a_1 \\ 2b_1 & 1 + a_1 b_1 \end{pmatrix},$$

$$(yx)x^2 = \begin{pmatrix} 1 + 3a_1 b_1 + 3a_2 b_1 + a_1 a_2 b_1^2 & 3a_1 + a_2 + 3a_1 a_2 b_1 + a_1^2 b_1 \\ 3b_1 + b_2 + 3a_1 b_1 b_2 + a_1 b_1^2 & 1 + 3a_1 b_1 + 3a_1 b_2 + a_1^2 b_1 b_2 \end{pmatrix},$$

$$x(x^2 y) = \begin{pmatrix} 1 + 3a_1 b_1 + 3a_1 b_2 + a_1^2 b_1 b_2 & 3a_1 + a_2 + 3a_1 a_2 b_1 + a_1^2 b_1 \\ 3b_1 + b_2 + 3a_1 b_1 b_2 + b_1^2 a_1 & 1 + 3a_1 b_1 + 3b_1 a_2 + b_1^2 a_1 a_2 \end{pmatrix},$$

$$x^2(xy) = \begin{pmatrix} 1 + 3a_1 b_1 + 3a_1 b_2 + a_1^2 b_1 b_2 & 3a_1 + a_2 + 3a_1 a_2 b_1 + a_1^2 b_1 \\ 3b_1 + b_2 + 3a_1 b_1 b_2 + b_1^2 a_1 & 1 + 3a_1 b_1 + 3b_1 a_2 + b_1^2 a_1 a_2 \end{pmatrix},$$

$$(yx^2)x = \begin{pmatrix} 1 + 3a_1 b_1 + 3a_2 b_1 + a_1 a_2 b_1^2 & 3a_1 + a_2 + 3a_1 a_2 b_1 + a_1^2 b_1 \\ 3b_1 + b_2 + 3a_1 b_1 b_2 + a_1 b_1^2 & 1 + 3a_1 b_1 + 3a_1 b_2 + a_1^2 b_1 b_2 \end{pmatrix}.$$

На операции  $x * y = xy - yx$  условие Йордана запишется с минусами

$$(x^2 y)x - (yx^2)x - x(x^2 y) + x(yx^2) = x^2(yx) - x^2(xy) - (yx)x^2 + (xy)x^2.$$

С учетом ассоциативности матричной операции из него «вытекает» единый базовый закон.

Именно алгебре Йордана подчинены элементы структурных объектных множеств. По этой причине есть основания полагать, что законы движений объектов, как и их связей между собой едины. Один частный закон уже известен. Более того, алгебра Йордана «подсказывает» теоретикам, что свет состоит из структурных объектов.

Единый вывод закона Йордана на симметричной и антисимметричной операциях есть косвенное свидетельство факта, что реальные модели частиц могут и должны объединять свойства симметричной гравитации и антисимметричной электродинамики.

Здесь представлена связь преобразований координат и времени частного вида. Она дает представление о возможности алгебраического объединения неизоморфных симметрий.

Анализ свидетельствует, что законы Йордана выполняются на множестве общего вида

$$x = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} a_2 & b_2 \\ c_2 & d_2 \end{pmatrix},$$

$$x^2 = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1^2 + b_1c_1 & a_1b_1 + b_1d_1 \\ c_1a_1 + d_1c_1 & c_1b_1 + d_1^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix},$$

$$A = a_1^2 + b_1c_1, B = a_1b_1 + b_1d_1, C = c_1a_1 + d_1c_1, D = c_1b_1 + d_1^2.$$

Получим

$$(yx^2)x = \begin{pmatrix} (a_2A + b_2C)a_1 + (a_2B + b_2D)c_1 & (a_2A + b_2C)b_1 + (a_2B + b_2D)d_1 \\ (c_2A + d_2C)a_1 + (c_2B + d_2D)c_1 & (c_2A + d_2C)b_1 + (c_2B + d_2D)d_1 \end{pmatrix},$$

$$x(x^2y) = \begin{pmatrix} a_1(Aa_2 + Bc_2) + b_1(Ca_2 + Dc_2) & a_1(Ab_2 + Bd_2) + b_1(Cb_2 + Dd_2) \\ c_1(Aa_2 + Bc_2) + d_1(Ca_2 + Dc_2) & c_1(Ab_2 + Bd_2) + d_1(Cb_2 + Dd_2) \end{pmatrix},$$

$$x^2(xy) = \begin{pmatrix} A(a_1a_2 + b_1c_2) + B(c_1a_2 + d_1c_2) & A(a_1b_2 + b_1d_2) + B(c_1b_2 + d_1d_2) \\ C(a_1a_2 + b_1c_2) + D(c_1a_2 + d_1c_2) & C(a_1b_2 + b_1d_2) + D(c_1b_2 + d_1d_2) \end{pmatrix},$$

$$(yx)x^2 = \begin{pmatrix} (a_2a_1 + b_2c_1)A + (a_2b_1 + b_2d_1)C & (a_2a_1 + b_2c_1)B + (a_2b_1 + b_2d_1)D \\ (c_2a_1 + d_2c_1)A + (c_2b_1 + d_2d_1)C & (c_2a_1 + d_2c_1)B + (c_2b_1 + d_2d_1)D \end{pmatrix}.$$

Выполним суммирование по полученным квадрантам матрицы. Получим

$$\begin{aligned} & \left[ (yx^2)x + x(x^2y) \right] = Q(1,1) = \left[ x^2(xy) + (yx)x^2 \right] = \\ & = a_1^3a_2 + a_1^2b_1c_2 + a_1a_2b_1c_1 + b_1^2c_1c_2 + a_1a_2b_1c_1 + a_1b_1d_1c_2 + a_2b_1c_1d_1 + b_1c_2d_1^2 + \\ & + a_2a_1^3 + a_1a_2b_1c_1 + a_1^2b_2c_1 + b_1b_2c_1^2 + a_1a_2b_1c_1 + a_2b_1c_1d_1 + a_1b_2c_1d_1 + b_2c_1d_1^2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left[ (yx^2)x + x(x^2y) \right] = Q(1,2) = \left[ x^2(xy) + (yx)x^2 \right] = \\ & = a_1^3b_2 + a_1^2b_1d_2 + a_1b_1b_2c_1 + b_1^2c_1d_2 + a_1b_1b_2c_1 + a_1b_1d_1d_2 + b_1b_2c_1d_1 + b_1d_1^2d_2 + \\ & + a_1^2a_2b_1 + a_1a_2b_1d_1 + a_1b_1b_2c_1 + b_1b_2c_1d_1 + a_2b_1^2c_1 + a_2b_1d_1^2 + b_1b_2c_1d_1 + b_2d_1^3, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left[ (yx^2)x + x(x^2y) \right] = Q(2,1) = \left[ x^2(xy) + (yx)x^2 \right] = \\ & = a_1^3c_2 + a_1b_1c_1c_2 + a_1^3c_1d_2 + a_1c_1d_1d_2 + a_1b_1c_1c_2 + b_1c_1c_2d_1 + b_1c_1^2d_2 + c_1d_1^2d_2 + \\ & + a_1^2a_2c_1 + a_2b_1c_1^2 + a_1b_1c_1c_2 + b_1c_1c_2d_1 + a_1a_2c_1d_1 + a_2c_1d_1^2 + b_1c_1c_2d_1 + c_2d_1^3, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left[ (yx^2)x + x(x^2y) \right] = Q(2,2) = \left[ x^2(xy) + (yx)x^2 \right] = \\ & = a_1^2b_2c_1 + a_1b_1c_1d_2 + a_1b_2c_1d_1 + b_1c_1d_1d_2 + b_1b_2c_1^2 + b_1c_1d_1d_2 + b_2c_1d_1^2 + d_2d_1^3 + \\ & + a_1^2b_1c_2 + a_1b_1c_2d_1 + a_1b_1c_1d_2 + b_1c_1d_1d_2 + b_1^2c_1c_2 + b_1c_2d_1^2 + b_1c_1d_1d_2 + d_2d_1^3. \end{aligned}$$

Следовательно, алгебра Йордана содержит в себе возможности, которые дополнительны тем, которые более или менее исследованы на симметриях Галилея и Лоренца.

## Детали и специфика объединения групп Галилея и Лоренца

В обобщенной модели классической электродинамики Максвелла со спектром разных скоростей и динамическим скалярным показателем отношения группа Галилея задает связи величин на начальной стадии динамических процессов взаимодействия поля со средой. Она физически согласуется с группой Лоренца, задающей связи величин на конечной стадии таких динамических процессов. Их математическое объединение обеспечивает не алгеброй Ли, а симметричной алгеброй Йордана. Кроме этого, есть другие группы, на которые обычно не обращают внимания, хотя они важны с физической точки зрения.

Проанализируем спектр групп и алгоритм их алгебраического объединения.

Ньютон ограничил анализ механики и оптики ситуациями в физическом пространстве-времени, полагая, что координаты и время для разных «наблюдателей» едины по своей сути, но могут отличаться множителем, учитывающим их относительность. Математически такую возможность зададим преобразованиями координат и времени, которые назовем группой Ньютона

$$\begin{pmatrix} x' \\ t' \end{pmatrix} = \gamma \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ t \end{pmatrix} \rightarrow x' = \gamma x, t' = \gamma t.$$

Учтем возможность разных масштабов для координат и времени с дополнительным условием: отношения временных интервалов, ассоциированных с изменением частоты, могут зависеть от координат, скоростей и других параметров. Пусть они образуют группу, которую назовем группой Барыкина:

$$\begin{pmatrix} x' \\ t' \end{pmatrix} = \gamma \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{u}{c} w & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ t \end{pmatrix} \rightarrow x' = \gamma x, t' = \gamma \left( t + \frac{u}{c} wx \right).$$

Галилей принял модель единого времени для разных наблюдателей и возможную зависимость координат исследуемого явления от безразмерной скорости:

$$\begin{pmatrix} x' \\ t' \end{pmatrix} = \gamma \begin{pmatrix} 1 & \frac{u}{c} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ t \end{pmatrix} \rightarrow x' = \gamma \left( x + \frac{u}{c} t \right), t' = \gamma t.$$

Такова в простейшем виде группа Галилея.

Лорентц анализировал симметричные пространственно-временные свойства *вакуумных уравнений* электродинамики Максвелла. Он доказал их инвариантность при преобразованиях

$$\begin{pmatrix} x' \\ t' \end{pmatrix} = \gamma \begin{pmatrix} 1 & \frac{u}{c} \\ \frac{u}{c} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ t \end{pmatrix} \rightarrow x' = \gamma \left( x + \frac{u}{c} t \right), t' = \gamma \left( t + \frac{u}{c} x \right), \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}.$$

Они задают группу Лорентца.

На первый взгляд этот «спектр» групп не имеет алгоритма объединения. Однако это не так. Из анализа следует, что объединение групп естественно как с математической, так и с физической точки зрения.

В частности, известно их параметрическое объединение, предложенное Игнатовским, Франком и Роттом (позднее оно было применено мною в релятивистской электродинамике):

$$\begin{pmatrix} x' \\ t' \end{pmatrix} = \gamma^* \begin{pmatrix} 1 & \frac{u}{c} \\ \frac{u}{c}w & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ t \end{pmatrix} \rightarrow x' = \gamma^* \left( x + \frac{u}{c}t \right), t' = \gamma^* \left( t + \frac{u}{c}wx \right), \gamma^* = \frac{1}{\sqrt{1 - w\frac{u^2}{c^2}}}$$

Эти преобразования *не образуют группу*, хотя они принадлежат группе специальных линейных преобразований. Новый параметр  $w$  в электродинамике, названный показателем отношения поля к веществу, объединяет в одно семейство неизоморфные группы.

Преобразования с показателем отношения можно рассматривать как суперпозицию указанных выше групп с мультипликативными множителями в их аддитивной форме:

$$\gamma^* \begin{pmatrix} 1 & \frac{u}{c} \\ \frac{u}{c}w & 1 \end{pmatrix} = \gamma^* \begin{pmatrix} 1 & \frac{u}{c} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \gamma^* \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{u}{c}w & 1 \end{pmatrix} - \gamma^* \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Запишем их несколько иначе:

$$\gamma^* \begin{pmatrix} 1 & \frac{u}{c} \\ \frac{u}{c}w & 1 \end{pmatrix} + \gamma^* \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \gamma^* \begin{pmatrix} 1 & \frac{u}{c} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \gamma^* \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{u}{c}w & 1 \end{pmatrix}.$$

Морфологическое представление спектра групп допускает формальную трактовку вида

$$\text{Лорентц} + \text{Ньютон} = \text{Галилей} + \text{Барыкин}.$$

С одной стороны, уникальность ситуации, в том, что преобразования, которые не являются группой, могут быть представлены в форме аддитивно-мультипликативной суперпозиции групп.

С другой стороны, показатель отношения может быть отрицательным или комплексным числом, что позволяет качественно по новому оценивать и применять пространственно-временные симметрии.

Суть ситуации в том, что обобщенный «релятивистский» множитель

$$\gamma^* = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^p w \frac{u^2}{c^2}}}$$

задает показатель отношения как положительным, так и числом, управляя сутью и формой анализируемых явлений.

С физической точки зрения это может означать, что гравитация имеет свойство забирать энергию из материальных тел. Тогда материальные тела можно рассматривать в качестве «заправочных станций» для частиц гравитации.

## Объектное множество $M^4$ как элемент структурного поля $F_2$

Проанализируем свойства объектного множества, состоящего из двух элементов. Базовые элементы конформаций, следуя принятому алгоритму вывода, таковы

$$1 \quad 1 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad 1+2=1 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Элементы пары конформаций, полученные из них, обозначим натуральными числами

$$\begin{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix}$$

Факторизуем множество, обозначив первую конформация числом  $\hat{1}$ , а вторая пусть будет обозначена числом  $\hat{0}$ . Представим таблицы произведения элементов конформаций и их факторизации. Таблицы структурного модульного суммирования таковы:

<i>st</i>				
+	1	2	3	4
1	4	3	2	1
2	3	4	1	2
3	2	1	4	3
4	1	2	3	4

 $\rightarrow$ 

+	$\hat{1}$	$\hat{0}$
$\hat{1}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$
$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{0}$

Матричное произведение генерирует «свои» таблицы для элементов множества:

<i>m</i>				
×	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	1	3	4
3	3	4	3	4
4	4	3	3	4

 $\rightarrow$ 

×	$\hat{1}$	$\hat{0}$
$\hat{1}$	$\hat{1}$	$\hat{0}$
$\hat{0}$	$\hat{0}$	$\hat{0}$

*Значит*, принятая факторизация объектного множества генерирует модель поля  $F_2\{0,1\}$ , дополняя «абстракцию» чисел и их связей конкретизацией элементов и операций.

На комбинаторной операции получим *ассоциативную* таблицу произведения:

<i>k</i>				
×	1	2	3	4
1	3	4	1	2
2	4	3	2	1
3	1	2	3	4
4	2	1	4	3

 $\rightarrow$ 

<i>k</i>	$\hat{1}$	$\hat{0}$
×	$\hat{1}$	$\hat{0}$
$\hat{1}$	$\hat{0}$	$\hat{1}$
$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\hat{0}$

В паре с операцией суммы получаем аналог модели поля  $F_2\{0,1\}$ .

Рассмотрим объектное множество, состоящее из 27 элементов:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

(1)            (2)            (3)            (4)            (5)            (6)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

(7)            (8)            (9)            (10)            (11)            (12)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

(13)            (14)            (15)            (16)            (17)            (18)

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

(19)            (20)            (21)            (22)            (23)            (24)

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

(25)            (26)            (27)

Они получены посредством циклических перестановок значимых элементов из 9 матриц:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

(1)            (4)            (7)            (10)            (13)

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

(16)            (19)            (22)            (25)

Дополним их обозначениями в форме чисел, указывающих номера мест значимых элементов в строках и поставим на отдельное место элементы с номерами 7,8,9:

$$\begin{array}{cccccc}
 123 & 231 & 312 & 132 & 213 & 321 \\
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 (1) & (2) & (3) & (4) & (5) & (6)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc}
 111 & 222 & 333 \\
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \\
 (7) & (8) & (9)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc}
 122 & 233 & 311 & 133 & 211 & 322 \\
 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \\
 (10) & (11) & (12) & (13) & (14) & (15)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc}
 212 & 323 & 131 & 313 & 121 & 232 \\
 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \\
 (16) & (17) & (18) & (19) & (20) & (21)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc}
 221 & 332 & 113 & 331 & 112 & 223 \\
 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \\
 (22) & (23) & (24) & (25) & (26) & (27)
 \end{array}$$

Обратим внимание на «зеркальность» в расположении значимых мест элементов в строках таблицы. Распределим элементы по подмножествам:

$$\alpha = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 22 & 23 & 24 \\ 25 & 26 & 27 \end{pmatrix}, \beta = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 16 & 17 & 18 \\ 19 & 20 & 21 \end{pmatrix}, \gamma = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 \end{pmatrix}, \delta = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

Они образуют аналоги полей  $F_9$ .

Таблица модульных произведений объектного множества  $S^{27}$  такова:

$\times$ $m$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	24	11	17	13	27	19	1	5	9	24	11	17	13	27
2	11	18	23	21	13	25	2	4	9	21	13	25	11	18
3	17	23	12	25	19	15	3	6	9	6	9	3	9	3
4	13	21	25	18	11	23	4	2	9	18	11	23	13	21
5	27	13	19	11	24	17	5	1	9	27	13	19	11	24
6	19	25	15	23	17	12	6	3	9	3	9	6	9	6
7	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
8	5	4	6	2	1	3	8	7	9	14	13	15	11	10
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
10	24	21	6	18	27	3	10	14	9	7	11	15	13	8
11	11	13	9	11	13	9	11	13	9	11	13	9	11	13
12	17	25	3	23	19	6	12	15	9	15	9	12	9	12
13	13	11	9	13	11	9	13	11	9	13	11	9	13	11
14	27	18	3	21	24	6	14	10	9	8	13	12	11	7

$\times$ $m$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
15	19	23	6	25	17	3	15	12	9	12	9	15	9	15
16	27	4	12	2	24	15	16	20	9	22	13	3	11	26
17	19	9	17	9	17	19	17	19	9	19	9	17	9	17
18	13	2	23	4	11	25	18	21	9	4	11	25	13	2
19	17	9	19	9	19	17	19	17	9	17	9	19	9	19
20	24	2	15	4	27	12	20	16	9	26	11	6	13	22
21	11	4	25	2	13	23	21	18	9	2	13	23	11	4
22	5	18	15	21	1	12	22	26	9	16	13	6	11	20
23	9	23	25	25	9	23	23	25	9	25	9	23	9	23
24	1	11	19	13	5	17	24	27	9	1	11	19	13	5
25	9	25	23	23	9	25	25	23	9	23	9	25	9	25
26	1	21	12	18	5	15	26	22	9	20	11	3	13	16
27	5	13	17	11	1	19	27	24	9	5	13	17	11	1

$\times$ $m$	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
1	19	27	19	13	17	24	11	5	9	1	9	1	5
2	23	4	9	2	9	2	4	18	23	11	25	21	13
3	6	12	17	23	19	15	25	15	25	19	23	12	17
4	25	2	9	4	9	4	2	21	25	13	23	18	11
5	17	24	17	11	19	27	13	1	9	5	9	5	1
6	3	15	19	25	17	12	23	12	23	17	25	15	19
7	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
8	12	20	19	21	17	16	18	26	25	27	23	22	24
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
10	12	22	19	4	17	26	2	16	25	1	23	20	5
11	9	13	9	11	9	11	13	13	9	11	9	11	13
12	15	3	17	25	19	6	23	6	23	19	25	3	17
13	9	11	9	13	9	13	11	11	9	13	9	13	11
14	15	26	17	2	19	22	4	20	23	5	25	16	1

$\times$ $m$	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
15	12	6	19	23	17	3	25	3	25	17	23	6	19
16	6	7	17	21	19	8	18	10	25	5	23	14	1
17	19	17	19	9	17	19	9	19	9	17	9	17	19
18	23	21	9	18	9	18	21	2	23	13	25	4	11
19	17	19	17	9	19	17	9	17	9	19	9	19	17
20	3	8	19	18	17	7	21	14	23	1	25	10	5
21	25	18	9	21	9	21	18	4	25	11	23	2	13
22	3	10	19	2	17	14	4	7	23	27	25	8	24
23	25	25	9	23	9	23	25	23	25	9	23	25	9
24	17	5	17	13	19	1	11	27	9	24	9	24	27
25	23	23	9	25	9	25	23	25	23	9	25	23	9
26	6	14	17	4	19	10	2	8	25	24	23	7	27
27	19	1	19	11	17	5	13	24	9	27	9	27	24

Имеем таблицу модульного суммирования элементов объектного множества  $S^{27}$  :

$+_m$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	5	6	4	8	9	7	2	3	1	16	17	18	27	25
2	6	4	5	9	7	8	3	1	2	17	18	16	25	26
3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	18	16	17	26	27
4	8	9	7	2	3	1	5	6	4	22	23	24	21	19
5	9	7	8	3	1	2	6	4	5	23	24	22	19	20
6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	24	22	23	20	21
7	2	3	1	5	6	4	8	9	7	11	12	10	14	15
8	3	1	2	6	4	5	9	7	8	12	10	11	15	13
9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
10	16	17	18	22	23	24	11	12	10	14	15	13	8	9
11	17	18	16	23	24	22	12	10	11	15	13	14	9	7
12	18	16	17	24	22	23	10	11	12	13	14	15	7	8
13	27	25	26	21	19	20	14	15	13	8	9	7	11	12
14	25	26	27	19	20	21	15	13	14	9	7	8	12	10

$+_m$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
15	26	27	25	20	21	19	13	14	15	7	8	9	10	11
16	23	24	22	12	10	11	17	18	16	25	26	27	3	1
17	24	22	23	10	11	12	18	16	17	26	27	25	1	2
18	22	23	24	11	12	10	16	17	18	27	25	26	2	3
19	13	14	15	26	27	25	20	21	19	4	5	6	24	22
20	14	15	13	27	25	26	21	19	20	5	6	4	22	23
21	15	13	14	25	26	27	19	20	21	6	4	5	23	24
22	12	10	11	17	18	16	23	24	22	19	20	21	6	4
23	10	11	12	18	16	17	24	22	23	20	21	19	4	5
24	11	12	10	16	17	18	22	23	24	21	19	20	5	6
25	20	21	19	13	14	15	26	27	25	1	2	3	18	16
26	21	19	20	14	15	13	27	25	26	2	3	1	16	17
27	19	20	21	15	13	14	25	26	27	3	1	2	17	18

$\begin{smallmatrix} + \\ m \end{smallmatrix}$	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
1	26	23	24	22	13	14	15	12	10	11	20	21	19
2	27	24	22	23	14	15	13	10	11	12	21	19	20
3	25	22	23	24	15	13	14	11	12	10	19	20	21
4	20	12	10	11	26	27	25	17	18	16	13	14	15
5	21	10	11	12	27	25	26	18	16	17	14	15	13
6	19	11	12	10	25	26	27	16	17	18	15	13	14
7	13	17	18	16	20	21	19	23	24	22	26	27	25
8	14	18	16	17	21	19	20	24	22	23	27	25	26
9	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
10	7	25	26	27	4	5	6	19	20	21	1	2	3
11	8	26	27	25	5	6	4	20	21	19	2	3	1
12	9	27	25	26	6	4	5	21	19	20	3	1	2
13	10	3	1	2	24	22	23	6	4	5	18	16	17
14	11	1	2	3	22	23	24	4	5	6	16	17	18

$\begin{smallmatrix} + \\ m \end{smallmatrix}$	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
15	12	2	3	1	23	24	22	5	6	4	17	18	16
16	2	20	21	19	8	9	7	13	14	15	5	6	4
17	3	21	19	20	9	7	8	14	15	13	6	4	5
18	1	19	20	21	7	8	9	15	13	14	4	5	6
19	23	8	9	7	17	18	16	2	3	1	12	10	11
20	24	9	7	8	18	16	17	3	1	2	10	11	12
21	22	7	8	9	16	17	18	1	2	3	11	12	10
22	5	13	14	15	2	3	1	26	27	25	8	9	7
23	6	14	15	13	3	1	2	27	25	26	9	7	8
24	4	15	13	14	1	2	3	25	26	27	7	8	9
25	17	5	6	4	12	10	11	8	9	7	23	24	22
26	18	6	4	5	10	11	12	9	7	8	24	22	23
27	16	4	5	6	11	12	10	7	8	9	22	23	24

Проанализируем свойства сада  $S^{27}$  на неассоциативной комбинаторной операции. Получим такие таблицы:

$\begin{matrix} k \\ \times \end{matrix}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	7	8	9	1	2	3	4	5	6	24	22	23
2	9	7	8	3	1	2	6	4	5	23	24	22
3	8	9	7	2	3	1	5	6	4	22	23	24
4	4	5	6	7	8	9	1	2	3	18	16	17
5	6	4	5	9	7	8	3	1	2	17	18	16
6	5	6	4	8	9	7	2	3	1	16	17	18
7	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
8	3	1	2	6	4	5	9	7	8	12	10	11
9	2	3	1	5	6	4	8	9	7	11	12	10
10	26	27	25	20	21	19	13	14	15	7	8	9
11	25	26	27	19	20	21	15	13	14	9	7	8
12	27	25	26	21	19	20	14	15	13	8	9	7

$\begin{matrix} k \\ \times \end{matrix}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
13	18	16	17	24	22	23	10	11	12	13	14	15
14	17	18	16	23	24	22	12	10	11	15	13	14
15	16	17	18	22	23	24	11	12	10	14	15	13
16	15	13	14	25	26	27	19	20	21	6	4	5
17	14	15	13	27	25	26	21	19	20	5	6	4
18	13	14	15	26	27	25	20	21	19	4	5	6
19	22	23	24	11	12	10	16	17	18	27	25	26
20	24	22	23	10	11	12	18	16	17	26	27	25
21	23	24	22	12	10	11	17	18	16	25	26	27
22	19	20	21	15	13	14	25	26	27	3	1	2
23	21	19	20	13	15	13	27	25	26	2	3	1
24	20	21	19	13	14	15	26	27	25	1	2	3
25	11	12	10	16	17	18	22	23	24	21	19	20
26	10	11	12	18	16	17	24	22	23	20	21	19
27	12	10	11	17	18	16	23	24	22	19	20	21

$k$ ×	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
1	20	21	19	11	12	10	25	26	27	16	17	18	15	13	14
2	19	20	21	10	11	12	27	25	26	18	15	17	14	15	13
3	21	19	20	12	10	11	26	27	25	17	18	16	13	14	15
4	26	27	25	22	23	24	15	13	14	11	12	10	19	20	21
5	25	26	27	24	22	23	14	15	13	10	11	12	21	19	20
6	27	25	26	23	24	22	13	14	15	12	10	11	20	21	19
7	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
8	15	13	14	18	16	17	21	19	20	24	22	23	27	25	26
9	14	15	13	17	18	16	20	21	19	23	24	22	26	27	25
10	10	11	12	2	3	1	23	24	22	5	6	4	17	18	16
11	12	10	11	1	2	3	22	23	24	4	5	6	16	17	18
12	11	12	10	3	1	2	24	22	23	6	4	5	18	16	17

$k$ ×	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
13	7	8	9	27	25	26	6	4	5	21	19	20	3	1	2
14	9	7	8	26	27	25	5	6	4	20	21	19	2	3	1
15	8	9	7	25	26	27	4	5	6	19	20	21	1	2	3
16	23	24	22	7	8	9	16	17	18	1	2	3	11	12	10
17	22	23	24	9	7	8	18	16	17	3	1	2	10	11	12
18	24	22	23	8	9	7	17	18	16	2	3	1	12	10	11
19	2	3	1	19	20	21	7	8	9	15	13	14	4	5	6
20	1	2	3	21	19	20	9	7	8	14	15	13	6	4	5
21	3	1	2	20	21	19	8	9	7	13	14	15	5	6	4
22	17	18	16	4	5	6	11	12	10	7	8	9	22	23	24
23	16	17	18	6	4	5	10	11	12	9	7	8	24	22	23
24	18	16	17	5	6	7	12	10	11	8	9	7	23	24	22
25	5	6	4	15	13	14	1	2	3	25	26	27	7	8	9
26	4	5	6	14	15	13	3	1	2	27	25	26	9	7	8
27	6	4	5	13	14	15	2	3	1	26	27	25	8	9	7

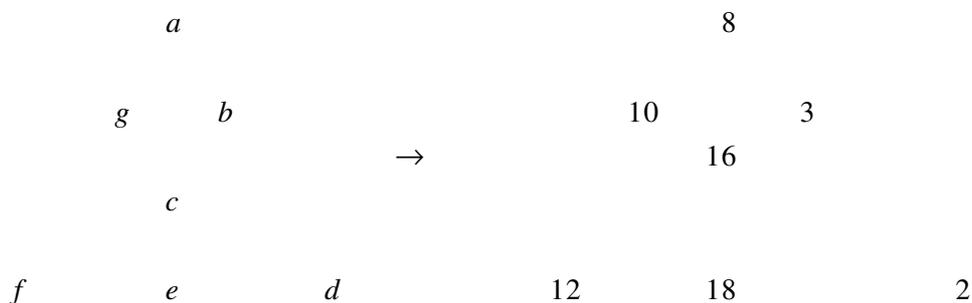
Эти значения получены согласно таблице произведения номеров мест в строках матриц

$k$ ×	1	2	3
1	1	2	3
2	3	1	2
3	2	3	1

## Объектные октонионы множества $S^{27}$

Анализ свидетельствует, что конечные геометрии Фано многообразно генерируются на элементах объектного множества  $S^{27}$ .

Проанализируем модель и ее свойства на отдельном примере:



$$a = 8, b = 3, c = 16, d = 2, e = 18, f = 12, g = 10.$$

Указанные элементы объединены в функционально согласованное изделие.

Оно имеет спектр свойств.

Во-первых, мультипликативно объединены неассоциативной операцией элементы на «прямых» линиях

$12 \cdot 10 = 8$	$8 \cdot 3 = 2$	$2 \cdot 18 = 12$	$12 \cdot 16 = 3$	$10 \cdot 16 = 2$
$8 \cdot 10 = 12$	$2 \cdot 3 = 8,$	$12 \cdot 18 = 2$	$3 \cdot 16 = 12$	$2 \cdot 16 = 10$

Во-вторых, единым законом более сложной структуры объединены 3 элемента внутреннего «круга»:

$$\begin{aligned}
 (18 \cdot 12)(12 \cdot 10) &= 6 \cdot 8 = 3, (10 \cdot 8)(8 \cdot 3) = 14 \cdot 2 = 18, (3 \cdot 2)(2 \cdot 18) = 9 \cdot 12 = 18, \\
 (3 \cdot 8)(8 \cdot 10) &= 6 \cdot 12 = 18, (10 \cdot 12)(12 \cdot 18) = 9 \cdot 2 = 3, (18 \cdot 2)(2 \cdot 3) = 14 \cdot 8 = 10.
 \end{aligned}$$

В-третьих, 4 мультипликативно объединенные элемента генерируют единицы объектного множества. Например, получим

$$\begin{array}{ll}
 18 \cdot 12 \cdot 10 = 16 & 18 \cdot 2 \cdot 3 = 16 \\
 10 \cdot 8 \cdot 3 = 16 & 10 \cdot 12 \cdot 18 = 16 \\
 3 \cdot 2 \cdot 18 = 16 & 3 \cdot 8 \cdot 10 = 16.
 \end{array}$$

Единицу объектного множества задают произведения этих элементов с элементов в центре анализируемого треугольника

$$1^* = 7 = 16 \cdot 16.$$

В четвертых, на элементах объектного множества выполняется функциональное условие в форме аналога «отражения от препятствия»:

$$\begin{aligned}
 axx &= a, \\
 12 \cdot 10 \cdot 10 &= 12, 18 \cdot 16 \cdot 16 = 12, \dots
 \end{aligned}$$

## Сад конечных объектных геометрий на триграммах

Проанализируем почленное произведение и суммирование конечных геометрий Фано на элементах объектного множества  $S^{27}$ , ассоциированных с триграммами Востока.

Имеем, например, такие их модели

$$\begin{array}{cc} \left( \begin{array}{ccc} 8 & & 3 \\ 10 & & 16 \\ & & 2 \\ 12 & & 18 \end{array} \right), & \left( \begin{array}{ccc} 12 & & 16 \\ 6 & & 8 \\ & & 3 \\ 20 & & 15 \end{array} \right), \\ A & B \\ \left( \begin{array}{ccc} 8 & & 24 \\ 2 & & 10 \\ & & 23 \\ 1 & & 12 \end{array} \right), & \left( \begin{array}{ccc} 8 & & 3 \\ 20 & & 14 \\ & & 2 \\ 19 & & 13 \end{array} \right). \\ C & D \end{array}$$

Почленное произведение элементов с наложением матриц друг на друга генерирует новые модели анализируемой конечной геометрии

$$\begin{array}{cc} \left( \begin{array}{ccc} 11 & & 12 \\ 19 & & 20 \\ & & 8 \\ 22 & & 23 \end{array} \right), & \left( \begin{array}{ccc} 15 & & 14 \\ 16 & & 18 \\ & & 9 \\ 25 & & 27 \end{array} \right). \\ A \times B & B \times A \end{array}$$

Одиночное суммирование эффекта не дает, а двойное суммирование обеспечивает новые элементы конечной геометрии:

$$\begin{array}{cc} \left( \begin{array}{ccc} 11 & & 22 \\ 24 & & 18 \\ & & 5 \\ 4 & & 1 \end{array} \right), & \left( \begin{array}{ccc} 13 & & 26 \\ 27 & & 21 \\ & & 1 \\ 2 & & 5 \end{array} \right), \dots \\ A + B & A + A + B + B \end{array}$$

Следовательно, конечные геометрии на триграммах образуют сад в его определении на введенных операциях и с элементами в форме триграмм.

Поскольку данное объектное множество принадлежит к категории сада, аналогичные множества имеют найденное свойство.

## Сад магических квадратов на триграммах

Проанализируем почленное произведение и суммирование магических квадратов на элементах объектного множества  $S^{27}$ , ассоциированных с триграммами Востока.

$$\begin{pmatrix} 26 & 17 & 2 \\ 20 & 23 & 5 \\ 13 & 12 & 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 22 & 13 \\ 5 & 10 & 25 \\ 7 & 17 & 21 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 & 14 & 25 \\ 25 & 20 & 14 \\ 14 & 25 & 20 \end{pmatrix},$$

(9,9,9)            (9,9,9)            (9,9,9)

$$\begin{pmatrix} 3 & 22 & 13 \\ 5 & 10 & 25 \\ 7 & 17 & 21 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \\ 1 & 4 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 18 & 15 \\ 8 & 24 & 25 \\ 2 & 10 & 19 \end{pmatrix},$$

(9,9,9)            (9,9,9)            (9,9,9)

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \\ 1 & 4 & 7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 18 & 15 \\ 8 & 24 & 25 \\ 2 & 10 & 19 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 12 & 14 \\ 2 & 18 & 25 \\ 6 & 22 & 20 \end{pmatrix}, \dots$$

(9,9,9)            (9,9,9)            (9,9,9)

Аналогично генерирует новые объектные магические квадраты почленное произведение на неассоциативной операции:

$$\begin{pmatrix} 7 & 12 & 14 \\ 2 & 18 & 25 \\ 6 & 22 & 20 \end{pmatrix} \times_k \begin{pmatrix} 6 & 26 & 11 \\ 1 & 14 & 23 \\ 8 & 19 & 18 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 16 & 13 \\ 9 & 22 & 26 \\ 3 & 11 & 20 \end{pmatrix},$$

(9,9,9)            (9,9,9)            (9,9,9)

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \\ 1 & 4 & 7 \end{pmatrix} \times_k \begin{pmatrix} 5 & 18 & 15 \\ 8 & 24 & 25 \\ 2 & 10 & 19 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 23 & 14 \\ 6 & 11 & 26 \\ 8 & 18 & 19 \end{pmatrix},$$

(9,9,9)            (9,9,9)            (9,9,9)

$$\begin{pmatrix} 3 & 22 & 13 \\ 5 & 10 & 25 \\ 7 & 17 & 21 \end{pmatrix} \times_k \begin{pmatrix} 20 & 14 & 25 \\ 25 & 20 & 14 \\ 14 & 25 & 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 & 18 & 3 \\ 21 & 24 & 6 \\ 14 & 10 & 9 \end{pmatrix}, \dots$$

(9,9,9)            (9,9,9)            (9,9,9)

Следовательно, объектные магические квадраты на триграммах можно суммировать и умножать почленно, что обеспечивает условия их принадлежности к категории садов.

Не только элементы объектного множества образуют сад, таковы некоторые изделия с множеством функциональных свойств.

## Представление объектного множества $S^{27}$ спектром триграмм

Элементы триграмм, представленные в Книге Перемен, следуя расположению их согласно двоичным и десятичным числам по Лейбницу, дополним спектром матриц с их ранее принятыми номерами в модели объектного множества:

$$\begin{pmatrix} \circ \circ \circ \circ \\ \circ \circ \circ \circ \\ \circ \circ \circ \circ \end{pmatrix} \quad 000 \quad 0 \quad 7 \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \bullet \bullet \bullet \bullet \\ \circ \circ \circ \circ \\ \circ \circ \circ \circ \end{pmatrix} \quad 001 \quad 1 \quad 14 \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \circ \circ \circ \circ \\ \bullet \bullet \bullet \bullet \\ \circ \circ \circ \circ \end{pmatrix} \quad 010 \quad 2 \quad 20 \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \bullet \bullet \bullet \bullet \\ \bullet \bullet \bullet \bullet \\ \circ \circ \circ \circ \end{pmatrix} \quad 011 \quad 3 \quad 22 \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \circ \circ \circ \circ \\ \circ \circ \circ \circ \\ \bullet \bullet \bullet \bullet \end{pmatrix} \quad 100 \quad 4 \quad 26 \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \bullet \bullet \bullet \bullet \\ \circ \circ \circ \circ \\ \bullet \bullet \bullet \bullet \end{pmatrix} \quad 101 \quad 5 \quad 16 \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \circ \circ \circ \circ \\ \bullet \bullet \bullet \bullet \\ \bullet \bullet \bullet \bullet \end{pmatrix} \quad 110 \quad 6 \quad 10 \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \bullet \bullet \bullet \bullet \\ \bullet \bullet \bullet \bullet \\ \bullet \bullet \bullet \bullet \end{pmatrix} \quad 111 \quad 7 \quad 8 \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Значимые элементы в первом столбце заданы светлыми точками, для элементов второго столбца приняты обозначения темными точками, элементы третьего столбца представлены «звездочками».

Объектное множество  $S^{27}$  дополняет базовую триграмму еще тремя триграммами с указанными номерами во втором и третьем столбце матриц.

$$(1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \circ \circ \circ \circ \\ \bullet \bullet \bullet \bullet \\ * * * * \end{pmatrix}, \quad (7) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \circ \circ \circ \circ \\ \circ \circ \circ \circ \\ \circ \circ \circ \circ \end{pmatrix}, \quad (8) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \bullet \bullet \bullet \bullet \\ \bullet \bullet \bullet \bullet \\ \bullet \bullet \bullet \bullet \end{pmatrix},$$

$$(2) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \bullet \bullet \bullet \bullet \\ * * * * \\ \circ \circ \circ \circ \end{pmatrix}, \quad (9) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} * * * * \\ * * * * \\ * * * * \end{pmatrix}, \quad (9) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} * * * * \\ * * * * \\ * * * * \end{pmatrix},$$

$$(3) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} * * * * \\ \circ \circ \circ \circ \\ \bullet \bullet \bullet \bullet \end{pmatrix}, \quad (12) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} * * * * \\ \circ \circ \circ \circ \\ \circ \circ \circ \circ \end{pmatrix}, \quad (11) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \bullet \bullet \bullet \bullet \\ * * * * \\ * * * * \end{pmatrix},$$

$$(4) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \circ \circ \circ \circ \\ * * * * \\ \bullet \bullet \bullet \bullet \end{pmatrix}, \quad (13) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \circ \circ \circ \circ \\ * * * * \\ * * * * \end{pmatrix}, \quad (15) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} * * * * \\ \bullet \bullet \bullet \bullet \\ \bullet \bullet \bullet \bullet \end{pmatrix},$$

$$(5) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \bullet \bullet \bullet \bullet \\ \circ \circ \circ \circ \\ * * * * \end{pmatrix}, \quad (18) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \circ \circ \circ \circ \\ * * * * \\ \circ \circ \circ \circ \end{pmatrix}, \quad (17) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} * * * * \\ \bullet \bullet \bullet \bullet \\ * * * * \end{pmatrix},$$

$$(6) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} * * * * \\ \bullet \bullet \bullet \bullet \\ \circ \circ \circ \circ \end{pmatrix}, \quad (19) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} * * * * \\ \circ \circ \circ \circ \\ * * * * \end{pmatrix}, \quad (21) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \bullet \bullet \bullet \bullet \\ * * * * \\ \bullet \bullet \bullet \bullet \end{pmatrix},$$

$$(7) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \circ \circ \circ \circ \\ \circ \circ \circ \circ \\ \circ \circ \circ \circ \end{pmatrix}, \quad (24) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \circ \circ \circ \circ \\ \circ \circ \circ \circ \\ * * * * \end{pmatrix}, \quad (23) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} * * * * \\ * * * * \\ \bullet \bullet \bullet \bullet \end{pmatrix},$$

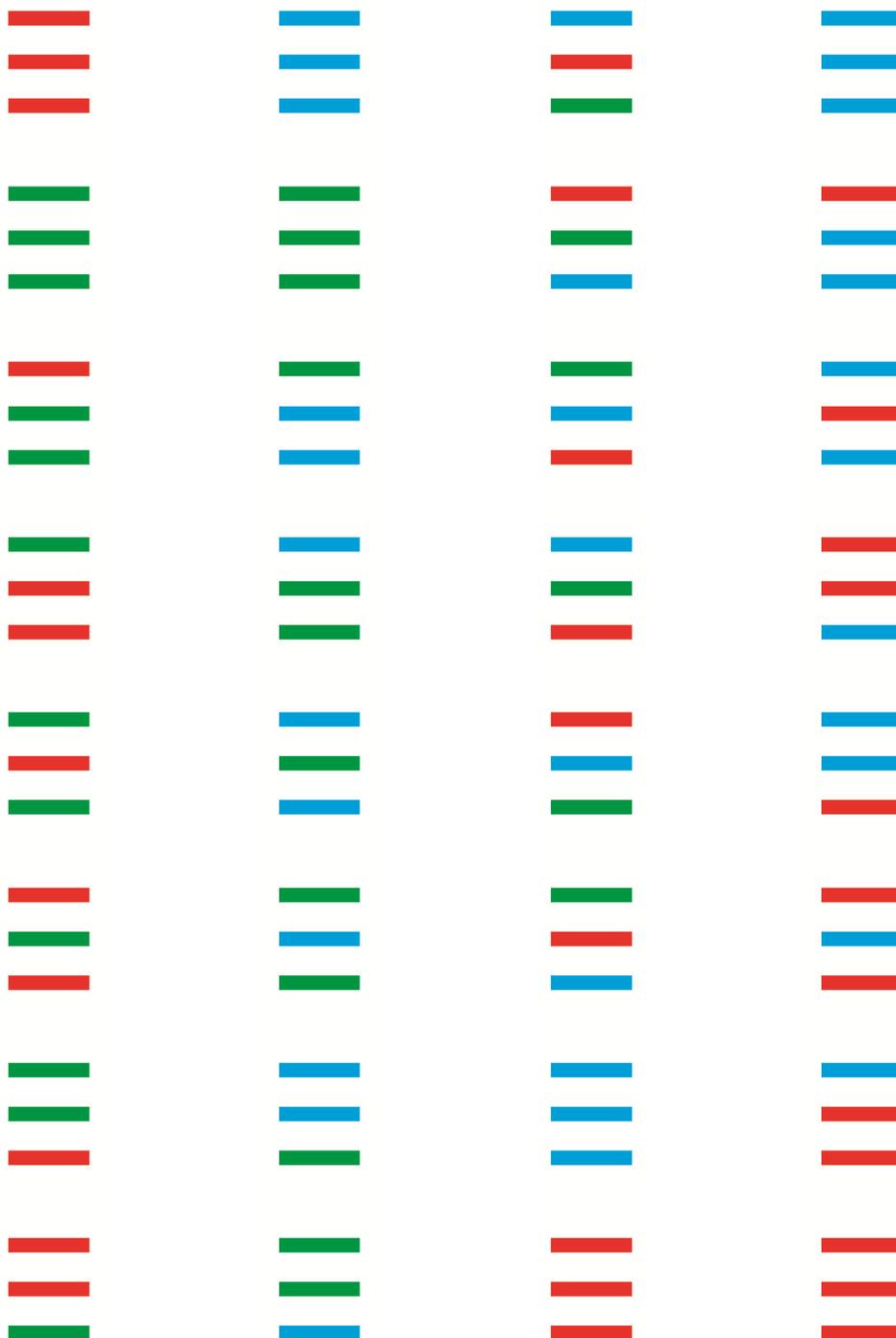
$$(8) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \bullet \bullet \bullet \bullet \\ \bullet \bullet \bullet \bullet \\ \bullet \bullet \bullet \bullet \end{pmatrix}, \quad (25) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} * * * * \\ * * * * \\ \circ \circ \circ \circ \end{pmatrix}, \quad (27) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \bullet \bullet \bullet \bullet \\ \bullet \bullet \bullet \bullet \\ * * * * \end{pmatrix}.$$

Первый столбец уникален, так как состоит из 8 элементов, дополненных элементом с номером 9.

Это множество замкнуто на операции модульного суммирования и модульного произведения, что является неассоциативным аналогом поля  $F_9$ .

Анализ объектного множества  $S^{27}$  предьявил не только наличие в его структуре аналога базовой триграммы в Книге Перемен. На его основе выполнено расширение этой структуры еще тремя триграммами. Две из них, как и базовая триграмма, могут быть заданы парами различных цветов. Кроме этого, есть еще триграмма, элементы которой задаются тремя цветами.

Общий вид 4 триграмм в цветах таков:



Мы установили, что на триграммах базируются объектные октонионы, а также модель плоской конечной геометрии. Реализовано формальное числовое объединение Востока и Запада на матрицах, подчиненных системе операций.

## Физические модели объектных кватернионов и октонионов с обобщениями

С позиции естествознания, а не только физики, Реальность состоит из структурных изделий. Начало любого изделия образует их пара, имеющая свойства взаимного влияния и самовоздействия положительного или отрицательного типа.

Простейшая математическая модель явных канонических состояний в паре объектов есть множество из 8 матриц с определителями  $\pm 1$ :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Примем модель «взаимодействия» 2 пар с указанными состояниями на основе тензорного их произведения.

Упрощая ситуацию без отрицания общности, ограничим анализ 4 элементами

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Получим 16 матриц, обозначив их буквами для удобства последующей записи матричных, фундаментальных уравнений физики.

Тензорные произведения генерируют такие состояния:

$$\begin{array}{cccc} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \\ E & d_3 & -a_3 & e_{1,3} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ d_2 & d_1 & -a_1 & c_2 \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ -a_2 & b_1 & -c_1 & -b_2 \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \\ e_{1,2} & c_3 & a_3 & e_{1,4} \end{array}$$

Множество содержит 2 единичных кватерниона и 3 единичных антикватерниона.

## Алгоритмы объектного воспроизводства на триграммах

Актуальной задачей естествознания была, есть и остается проблема продолжения рода. Для понимания ситуации и возможного влияния на ее желательно иметь алгоритмы расчета. В некоторой мере решение задачи воспроизводства стимулирует и направляет математика объектных множеств.

Проиллюстрируем специфику ее возможностей на примерах. Возьмем в качестве начала анализа пару подмножеств объектного множества  $S^{27}$ , элементы которого ассоциированы с триграммами

$$\left( \begin{array}{ccc} 8 & & 3 \\ 10 & & 16 & & 2 \\ & 12 & & 18 & & \end{array} \right), \quad \left( \begin{array}{ccc} 9 & & 5 \\ 13 & & 19 & & 6 \\ & 14 & & 20 & & \end{array} \right).$$

$A \qquad \qquad \qquad B$

Расположим элементы первого подмножества в форме столбца и мультипликативно изменим посредством элемента в центре. Продолжим операцию произведения в каждой строке для получения новых элементов.

Анализ свидетельствует, что за конечное количество «шагов» мы получим те элементы, с которых начинался процесс их изменения:

$$16 \binom{k}{\times} \begin{array}{cccccccc} 8 & 20 & 19 & 9 & 18 & 16 & 8 & \dots \\ 3 & 14 & 19 & 5 & 12 & 16 & 3 & \dots \\ 2 & 13 & 19 & 6 & 10 & 16 & 2 & \dots \\ 18 & 9 & 19 & 20 & 8 & 16 & 18 & \dots \\ 12 & 5 & 19 & 14 & 3 & 16 & 12 & \dots \\ 10 & 6 & 19 & 13 & 2 & 16 & 10 & \dots \end{array}$$

Обобщим ситуацию. Будем выполнять аналогичные расчеты при наложении конечных геометрий Фано друг на друга с последующим действием на их элементы разных операций.

Сначала проанализируем вычитание последующего элемента от предыдущего. Затем выполним аналогичное суммирование близких элементов. На третьем этапе перемножим анализируемые пары элементов в последовательностях строк.

Алгоритм базируется на ассоциативной операции суммирования и на неассоциативной операции произведения. Косвенно так делается допущение о наличии «памяти» у элементов объектного множества.

Получим доказательство цикличности в генерации элементов начального состояния:

$$(-) \begin{array}{cccccccccccc} 8 & 9 & 8 & 7 & 7 & 9 & 7 & 8 & 8 & 9 & \dots \\ 3 & 5 & 4 & 7 & 6 & 1 & 2 & 8 & 3 & 5 & \dots \\ 2 & 6 & 5 & 7 & 4 & 3 & 1 & 8 & 2 & 6 & \dots \\ 18 & 20 & 19 & 7 & 21 & 16 & 17 & 8 & 18 & 20 & \dots \\ 12 & 14 & 13 & 7 & 15 & 10 & 11 & 8 & 12 & 14 & \dots \\ 10 & 13 & 15 & 7 & 14 & 11 & 12 & 8 & 10 & 13 & \dots \end{array}$$

	8	9	8	8	7	9	7	7	8	9	...
	3	5	8	4	6	1	7	2	3	5	...
(+)	2	6	8	5	4	3	7	1	2	6	...
	18	20	8	19	21	16	7	17	18	20	...
	12	14	8	13	15	10	7	11	12	14	...
	10	13	8	15	14	11	7	12	10	13	...

	8	9	8	9	8	9	8	9	8	...
	3	5	3	5	3	5	3	5	3	...
$\binom{k}{\times}$	2	6	2	6	2	6	2	6	2	...
	18	20	18	20	18	20	18	20	18	...
	12	14	12	14	12	14	12	14	12	...
	10	13	10	13	10	13	10	13	10	...

Цикличность операционного объектного воспроизводства имеет место при взаимодействии любых подмножеств.

Подтвердим слова расчетом:

	12	21	26	1	15	18	22	5	12	21	...
	5	2	3	8	1	4	6	7	5	2	...
(-)	6	11	20	26	3	13	16	22	6	11	...
	17	10	2	22	19	14	4	26	17	10	...
	20	3	26	11	16	6	22	13	20	3	...
	13	6	26	16	11	3	22	20	13	6	...

	12	21	5	26	15	18	1	22	12	21	...
	5	2	7	3	1	4	8	6	5	2	...
(+)	6	11	22	20	3	13	26	16	6	11	...
	17	10	26	2	19	14	22	4	17	10	...
	20	3	13	26	16	6	11	22	20	3	...
	13	6	20	26	11	3	16	22	13	6	...

	12	21	23	14	17	27	12	21	...
	5	2	4	3	6	1	5	2	...
$\binom{k}{\times}$	6	11	17	2	15	21	6	11	...
	17	10	5	21	13	3	17	10	...
	20	3	23	18	5	27	20	3	...
	13	6	23	10	2	27	13	6	...

Каждая пара элементов объектного множества владеет законом воспроизводства, у которого 3 грани: не только взаимное суммирование или произведение, но и «вычитание».

Операционная «настойчивость» может быть более конструктивной для воспроизводства, чем модель «хаоса» операций.

## Алгоритм генерация спектра конечных объектных геометрий Фано

Возьмем три мультипликативно согласованные элемента объектного множества  $S^{27}$  за основание пирамиды конечной геометрии Фано. Поставим некоторый элемент в центре этой пирамиды. Тогда произведения по вертикали и диагоналям задают недостающие элементы искомой конечной геометрии.

Проиллюстрируем алгоритм примерами:

			27			
		2	1	26		
10			12			9

			25			
		3	2	27		
10			12			9

			26			
		1	3	25		
10			12			9

			21			
		5	4	20		
10			12			9

			19			
		6	5	21		
10			12			9

			20			
		4	6	19		
10			12			9

Есть конечные геометрии с дублированием элементов:

			15			
		9	8	14		
10			12			9

			13			
		7	9	15		
10			12			9

			7			
		10	12	9		
10			12			9

			11			
		14	13	10		
10			12			9

Следовательно, конечные геометрии Фано естественны, как объектные изделия, для модели объектного множества на триграммах.

В частности, есть спектр проективных плоскостей  $P(2,2)$  на элементах подмножества  $S^{27}$  с номерами  $[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9]$ . Оно замкнуто на ассоциативной операции суммирования и на неассоциативной операции произведения.

В конкретной ситуации только одна модель плоскости содержит 7 разных элементов, в остальных случаях есть дублирование элементов:

				7				
		5		1		6		
5				1				6

				8				
		6		2		4		
5				1				6

						9		
			4		3		5	
5						1		6

				1				
		8		4		9		
5				1				6

						2		
			9		5		7	
5						1		6

				3				
		7		6		8		
5				1				6

						4		
			2		7		3	
5						1		6

				5				
		3		8		1		
5				1				6

						6		
			1		9		2	
5						1		6

Модель проективной плоскости обеспечивает генерацию объектных изделий с разными связями структурных элементов между собой при единстве законов согласования элементов.

Заметим, что элементы «внутреннего круга», рассматриваемого в качестве «прямой», не подчинены главному закону, а базируются на «своих», мультипликативных связях.

Произведения элементов неассоциативны, мы имеем дело с проективной геометрией недезаргового типа.

## Объектное обобщение проективных геометрий Галуа

Проективные геометрии Галуа базируются на таблицах сумм и произведений элементов полей Галуа. Согласно принятой концепции, количество элементов поля задается простым числом в степени натурального числа, «исключая» числа 6,10,12,14,15,20,21,22,... Элементы поля задаются либо натуральными числами с операциями по модулю базового числа, либо «воображаемыми», функционально представленными «числами».

Такой подход «отгорожен» от расчета и эксперимента в задачах естествознания. Желательно приблизить проективные модели к удовлетворению потребностей реальной жизни и практики.

Есть основания полагать, что такой стимул и возможности задают модели объектных множеств в форме садов.

Чтобы почувствовать ситуацию, обратимся к истокам моделирования геометрий Галуа проективного типа.

Анализ базируется, например, на таблицах поля классов вычетов по модулю 3:

+	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	0
2	2	0	1

×	0	1	2
0	0	0	0
1	0	1	2
2	0	2	1

Сконструируем на этой основе модель проективной плоскости  $P(2,3)$ . Она имеет 13 точек и каждая линия проходит через 4 точки.

На структурно согласованном наборе по 3 элемента имеем 13 таких точек:

$$\begin{aligned}
 P_1 &: \left\{ \begin{array}{l} (1,0,0), \\ (2,0,0), \end{array} \right. & P_2 &: \left\{ \begin{array}{l} (0,1,0), \\ (0,2,0), \end{array} \right. \\
 P_3 &: \left\{ \begin{array}{l} (0,0,1), \\ (0,0,2), \end{array} \right. & P_4 &: \left\{ \begin{array}{l} (1,1,0), \\ (2,2,0), \end{array} \right. & P_5 &: \left\{ \begin{array}{l} (1,0,1), \\ (2,0,2), \end{array} \right. \\
 P_6 &: \left\{ \begin{array}{l} (0,1,1), \\ (0,2,2), \end{array} \right. & P_7 &: \left\{ \begin{array}{l} (1,1,1), \\ (2,2,2), \end{array} \right. & P_8 &: \left\{ \begin{array}{l} (2,1,0), \\ (1,2,0), \end{array} \right. & P_9 &: \left\{ \begin{array}{l} (2,0,1), \\ (1,0,2), \end{array} \right. \\
 P_{10} &: \left\{ \begin{array}{l} (0,2,1), \\ (0,1,2), \end{array} \right. & P_{11} &: \left\{ \begin{array}{l} (2,2,1), \\ (1,2,2), \end{array} \right. & P_{12} &: \left\{ \begin{array}{l} (1,2,1), \\ (2,1,2), \end{array} \right. & P_{13} &: \left\{ \begin{array}{l} (2,2,1), \\ (1,1,2), \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

Возможен визуальный образ проективной плоскости  $P(2,3)$  в форме 13-угольника со «структурными» точками в его вершинах. Первая проективная линия проходит через 4 точки  $[P_1, P_2, P_4, P_{10}]$ . Другие линии получаются перемещением ее в одну или другую стороны по окружности, на которой расположены «точки».

Объектное множество из 3 элементов, замкнутых на его операциях, обобщает данную модель. Оно не вступает в противоречие с формальной структурой проективной плоскости порядка 3, дополняя теорию конкретными объектами и «естественными» операциями.

Кроме этого, возможно применение ассоциативных и неассоциативных операций.

## Уникальные свойства объектных множеств

Объектное множество  $M^{16}$  состоит из 16 матриц, половина которых есть нетривиальное расширение подмножества триграмм из объектного множества  $S^{27}$ .

В обозначении элементов натуральными числами множество  $M^{16}$  предъявляет матрицу в форме магического квадрата с магическим числом 10 вида

$$\begin{pmatrix} 1 & 9 & 11 & 5 \\ 10 & 2 & 6 & 12 \\ 15 & 7 & 3 & 13 \\ 8 & 16 & 14 & 4 \end{pmatrix}.$$

С одной стороны, его уникальность в том, что он содержит 50 моделей подмножеств из 4 элементов, имеющих симметрию расположения в квадрате, с суммой, равной магическому числу 10. Таких моделей известно не было.

С другой стороны, матрица есть полумагический квадрат на неассоциативной операции произведения, что само по себе нетривиально, с итогами по строкам и столбцам в форме числа 15, а по диагоналям получим число 11:

$$\begin{array}{cccccc} 11 & & 15 & 15 & 15 & 15 & 11 \\ & \swarrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \nearrow \\ 15 & \leftarrow & 1 & 9 & 11 & 5 & \rightarrow 15 \\ 15 & \leftarrow & 10 & 2 & 6 & 12 & \rightarrow 15 \\ 15 & \leftarrow & 15 & 7 & 3 & 13 & \rightarrow 15 \\ 15 & \leftarrow & 8 & 16 & 14 & 4 & \rightarrow 15 \\ & \swarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \searrow \\ 11 & & 15 & 15 & 15 & 15 & 11 \end{array}.$$

В-третьих, уникально расположение элементов по диагоналям с последовательностью в расположении натуральных чисел.

Специфичен магический квадрат объектного множества  $M^{25}$  с магическим числом 20, представляющим объектный ноль этого множества:

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
22	23	24	25	21

5 элементов этой матрицы не генерируют 20 в некоторой «симметричной» выборке.

Уникален функциональный закон, действующий только на триграммах: при любом  $x$  мы имеем возможность «сохранения» конкретного элемента

$$a = (a - x)(a + x)(a - x).$$

Уникально повторное влияние одного элемента на некоторый второй элемент согласно закону

$$a = axx.$$

Получается так, что первичное влияние эффективно, а его коррекция устраняет достигнутый эффект. Этот результат имеет проявления в жизненной практике. Он важен при построении алгоритмов обучения и воспитания.

Объектные множества нетривиально «влияют» на реперы векторного пространства при его размерности, равной размерности матриц объектного множества.

Элементы объектного множества  $M^{16}$  имеют разную структуру:

$$\begin{aligned}
 1 \rightarrow & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, 2 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, 3 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 4 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 5 \rightarrow & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 6 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 7 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, 8 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \\
 9 \rightarrow & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 10 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 11 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, 12 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \\
 13 \rightarrow & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, 14 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, 15 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 16 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

Проанализируем матричные произведения элементов со спинорами, представляющими реперы 4-мерного векторного пространства

$$e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad e_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad e_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad e_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Первые 8 матриц мономиального типа «переставляют» реперы местами. Матрицы третьего ряда генерируют либо ноль, либо задают суммы 4 реперов. Матрицы четвертого ряда задают суммы пар реперов.

Естественно расширение возможностей и свойств векторных пространств, если и когда его реперы объединены с элементами объектных множеств.



Модель неоднородного магического квадрата генерируется в объектном множестве  $M^{36}$ .  
 В классическом расположении элементов получим на суммировании такую картину

	33		36	36	36	36	36	36	36		33
		↖	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↗	
	15	←	1	2	3	4	5	6		→	15
	15	←	7	8	9	10	11	12		→	15
	15	←	13	14	15	16	17	18		→	15
$A(+)$	⇒	←	19	20	21	22	23	24		→	15
	15	←	25	26	27	28	29	30		→	15
	15	←	31	32	33	34	35	36		→	15
		↙	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↘	
	33		36	36	36	36	36	36	36		33

На неассоциативном произведении картина аналогична

	4		1	1	1	1	1	1	1		4
		↖	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↗	
	16	←	1	2	3	4	5	6		→	16
	16	←	7	8	9	10	11	12		→	16
	16	←	13	14	15	16	17	18		→	16
$A(\times)$	→	←	19	20	21	22	23	24		→	16
	16	←	25	26	27	28	29	30		→	16
	16	←	31	32	33	34	35	36		→	16
		↙	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↘	
	10		7	7	7	7	7	7	7		10

Такие данные не могут реализоваться на привычных расчетных моделях. В частности, нет возможности обеспечить одинаковые результаты на суммах и произведениях по строкам и столбцам.

Здесь есть согласование сумм и произведений по строкам и столбцам:

$$\begin{aligned}
 16 + 7 &= 11, & 16 \cdot 7 &= 10, \\
 15 + 36 &= 33, & 15 \cdot 36 &= 34, \\
 11 + 33 &= 20, & 10 + 34 &= 20.
 \end{aligned}$$

Первичный анализ свидетельствует, что в этом объектном множестве нет классических магических квадратов и полуквадратов.

Возможное «единство» сумм и произведений по строкам и столбцам имеет место, но нет возможности обеспечить его согласованно по строкам и столбцам.

Скорее всего, здесь проявляются контуры качественно новых связей между элементами множеств, которые выходят за границы стандартных моделей, инициируя связи между ними с системой функциональных законов. Поскольку, так или иначе, магические квадраты и их обобщения характеризуют свойства неких реальных изделий, речь идет о существовании тех изделий, которых мы не имели в своей практике.

Указанное базовое суммирование на основе почленного сложения элементов генерирует магический квадрат в форме матричного объектного нуля

18		18	18	18	18	18	18		18
	↖	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↗	
18	←	20	22	24	20	22	24	→	18
18	←	26	28	30	26	28	30	→	18
18	←	14	16	18	14	16	18	→	18
18	←	26	28	30	26	28	30	→	18
18	←	20	22	24	20	22	24	→	18
18	←	14	16	18	14	16	18	→	18
	↙	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↘	
18		18	18	18	18	18	18		18

Дополняя диагональные элементы одним и тем же элементом объектного множества, мы получаем спектр желаемых магических квадратов с наличием дублирующих элементов.

Например, имеем таблицу значений для перемены магических чисел

	$x$	$20+x$	$28+x$	$18+x$	$26+x$	$22+x$	
13	21	29	13	27	23		
14	22	30	14	28	24	....	
15	23	25	15	29	19		

Таблица с магическим числом 15 такова

18		15	15	15	15	15	15		18
	↖	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↗	
15	←	23	22	24	20	22	24	→	15
15	←	26	25	30	26	28	30	→	15
15	←	14	16	15	14	16	18	→	15
15	←	26	28	30	29	28	30	→	15
15	←	20	22	24	20	19	24	→	15
15	←	14	16	18	14	16	15	→	15
	↙	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↘	
18		15	15	15	15	15	15		18

Естественно генерировать другие модели магических квадратов в форме объектных нулей. На этом основании будут получаться другие желаемые магические квадраты.

Понятно, что такие простые ситуации содержат в себе ряд скрытых сторон и свойств. Их нужно изучать и исследовать в границах подмножеств магических квадратов. Это важно с экспериментальной точки зрения, если рассматривать подмножества как детали полного изделия, свойства которого будут установлены позднее.

С другой стороны, возможно конструирование всего изделия из доступных материалов с тем или иным соединением его слагаемых. Подмножества можно по-разному объединять друг с другом, обеспечивая дополнительные грани всего изделия.

Сконструируем магический квадрат с магическим числом 18. На первом этапе получим пару квадратов с разными значениями сумм элементов по строкам и по столбцам:

1	8	15	22	29	36
2	9	16	23	30	31
3	10	17	24	25	32
4	11	18	19	26	33
5	12	13	20	27	34
6	7	14	21	28	35

33,

1	2	3	4	5	6
8	9	10	11	12	7
15	16	17	18	13	14
22	23	24	19	20	21
29	30	25	26	27	28
29	30	25	26	27	28

15.

36						
		15				
			36			
				36		
					33	
						36

Сумма этих значений задает элемент с номером 36, следующий из сложения диагональных элементов.

При суммировании матриц с наложением их друг на друга получим матрицу, у которой суммы по строкам и столбцам дают элемент с номером 36, а по диагоналям получим 18:

20	16	6	32	10	30
16	30	8	4	36	20
6	8	16	24	26	34
32	4	24	26	16	12
10	36	26	16	24	2
30	20	34	12	2	16

Согласованно изменим элементы на диагоналях, учитывая сумму управляющих элементов, генерирующую в 6 случаях элемент с номером 36, генерируя таблицу

	20	30	16	26	24	16			30	36	24	24	36	30
3	35	9	1	11	33	1		21	15	9	27	27	9	15
6	32	12	4	8	36	4		24	12	30	36	36	30	12
9	5	33	7	35	3	7		27	33	21	36	3	21	33
12	2	36	9	32	6	9		30	36	24	6	6	24	36
14	22	26	18	28	20	18		34	26	32	20	20	32	26
15	23	27	13	29	21	13		33	27	33	21	21	33	27

В итоге структурирован магический квадрат с магическим числом 18.

35	16	6	32	10	15
16	9	8	4	9	20
6	8	1	27	26	34
32	4	27	11	16	12
10	9	26	16	33	2
15	20	34	12	2	1

## Рассуждения о числах

Числа можно рассматривать в качестве азбуки расчетного анализа Реальности. Имея ограниченные знания, естественно рассчитывать и стремиться к нахождению новых чисел и возможностей познания и анализа.

Операции с числами, равно как и конструирование функций и законов можно принять в качестве смыслового содержания достигнутой и ожидаемой практики. Так образуется спектр ментально-чувственных звуков, слов и текстов. Он индивидуален для каждого уровневго объекта Реальности, иницируя для развивающейся цивилизации постижение и владение не только «своим» языком, но языками других объектов.

Меняя числа, операции, функции и конструктивно применяя их, мы создаем новые виды и картины действующей или воображаемой Реальности, находим новые возможности и пути практики.

Решения можно рассматривать как расчетные следствия, представленные в числах.

Проиллюстрируем ситуацию на «простых» примерах.

Найдем решения квадратного уравнения

$$y = x^2 + 1 = 0.$$

следуя идеологии представления данного уравнения в форме произведения пары разностей

$$x^2 + 1 = (x - i)(x + i)$$

с условием дистрибутивности при «разложении» скобок. Так формально записано новое решение (недопустимое в теории действительных чисел) согласно идее и посредством модели «скрытых» (воображаемых) чисел  $i^2 = -1$ , названных комплексными единицами.

«Разложение» не является тривиальным не только по указанному свойству для квадрата комплексной единицы. Само число  $(-1)$  «далеко» от натурального, имеющего визуальный образ, абстрактного числа «единица». Кроме этого, нет естественно-научного обоснования, как и почему могут или должны соединяться действительные и комплексные числа.

Кроме этого, «разложение» базируется на группе знаков «плюс» и «минус» с операцией их произведения, что никак не может быть «визуализировано»:

×	+	-
+	+	-
-	-	+

Мы так имеем расчетную модель из категории ментальной практики, в которой формально объединены не только числа, но и символы, относящиеся к операциям. Символьно-числовой синтез настолько внедрился в расчетную практику, что он воспринимается как объективная модель числовой Реальности.

В таблице произведения «знаков» знак «плюс» есть единица группы знаков, а знак минус есть смежный класс.

Фактически мы имеем возможность объединения трех слагаемых расчетной практики: с одной стороны, это действительные числа, с другой стороны, комплексные единицы с их возможностью объединения с обычными числами, в-третьих, это символы в форме знаков «плюс» и «минус» с алгоритмами их объединения с указанной парой числовых слагаемых и законом мультипликативного «взаимодействия».

Проанализируем таблицу произведения двух чисел, имеющих разные знаки:

$\times$	1	-1	$i$	$-i$
1	1	-1	$i$	$-i$
-1	-1	1	$-i$	$i$
$i$	$i$	$-i$	-1	1
$-i$	$-i$	$i$	1	-1

Конформация таблицы задает 4 матрицы, квадраты которых есть единичная матрица, образуя смежный класс группы перестановок из 8 элементов.

Элементы предгруппы таковы:

$$\xi_i^2 = 1: \begin{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \\ (1) & (-1) & (i) & (-i) \end{matrix}$$

Матричные их произведения задают группу, которая есть нормальная подгруппа:

$$a_i: \begin{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \end{matrix}$$

Определив базовые решения квадратного уравнения числами

$$[-i \quad -1 \quad 1 \quad i],$$

мы понимаем, что с ними ассоциирована подгруппа группы перестановок из 4 элементов.

Так в простейшем случае проявляет себя идея, что решения алгебраических уравнений в радикалах ассоциированы с группой перестановок их корней.

Наличие многочлена

$$x^2 + 1,$$

неприводимого над  $(R, Q)$ , следуя Коши, сравним с многочленом первой степени  $ax + b$  по  $\text{mod}(x^2 + 1)$ . Их классы образуют поле Галуа.

Действительно, умножение происходит по закону

$$(a\theta + b)(c\theta + d) = ac\theta^2 + (ad + bc)\theta + bd.$$

Следовательно, расчет по модулю неприводимого многочлена индуцирует условие для новых комплексных чисел, так как

$$\theta^2 = -1.$$

На основе анализа сумм и произведений ассоциированных многочленов в поле  $F_2$

$$[0, 1, a = x, b = x+1, c = x^2, d = x^2+1, e = x^2+x, f = x^2+x+1]$$

по модулю неприводимого многочлена  $f(x) = x^3 + x + 1$  имеем их таблицы:

+	0	1	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>
0	0	1	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>
1	1	0	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>d</i>	<i>c</i>	<i>f</i>	<i>e</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	0	1	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
<i>b</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	1	0	<i>f</i>	<i>e</i>	<i>d</i>	<i>c</i>
<i>c</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	0	1	<i>a</i>	<i>b</i>
<i>d</i>	<i>d</i>	<i>c</i>	<i>f</i>	<i>e</i>	1	0	<i>b</i>	<i>a</i>
<i>e</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	0	1
<i>f</i>	<i>f</i>	<i>e</i>	<i>d</i>	<i>c</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	1	0

×	0	1	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>
<i>a</i>	0	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>e</i>	<i>b</i>	1	<i>f</i>	<i>d</i>
<i>b</i>	0	<i>b</i>	<i>e</i>	<i>d</i>	<i>f</i>	<i>c</i>	1	<i>a</i>
<i>c</i>	0	<i>c</i>	<i>b</i>	<i>f</i>	<i>e</i>	<i>a</i>	<i>d</i>	1
<i>d</i>	0	<i>d</i>	1	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>f</i>	<i>b</i>	<i>e</i>
<i>e</i>	0	<i>e</i>	<i>f</i>	1	<i>d</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>c</i>
<i>f</i>	0	<i>f</i>	<i>d</i>	<i>a</i>	1	<i>e</i>	<i>c</i>	<i>b</i>

Ни в одних, ни во вторых обозначениях не проявляется возможность применения этих данных в расчетных моделях естествознания, так как непонятно, что и как сравнивать с экспериментом, который во всех случаях базируется на действительных, не на «мыслимых» числах.

Ситуация приближается к практике на матрицах с обозначениями:

$$0 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, 1 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, x \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, x+1 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$x^2 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, x^2+1 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, x^2+x \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, x^2+x+1 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Рассмотрим конечное множество матриц:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

(1)                      (2)                      (3)                      (4)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

(5)                      (6)                      (7)                      (8)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

(9)                      (10)                      (11)                      (12)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

(13)                      (14)                      (15)                      (16)

Оно содержит подмножество из указанных 8 матриц, замкнутых на операциях комодульной суммы и неассоциативного произведения:

+	1	2	3	4	9	10	11	12
1	2	3	4	1	10	11	12	9
2	3	4	1	2	11	12	9	10
3	4	1	2	3	12	9	10	1
4	1	2	3	4	9	10	11	12
9	10	11	12	9	2	3	4	1
10	11	12	9	10	3	4	1	2
11	12	9	10	11	4	1	2	3
12	9	10	11	12	1	2	3	4

<sup>k</sup> ×	1	2	3	4	9	10	11	12
1	1	2	3	4	9	10	11	12
2	4	1	2	3	12	9	10	11
3	3	4	1	2	11	12	9	10
4	2	3	4	1	10	11	12	9
9	9	10	11	12	1	2	3	4
10	12	9	10	11	4	1	2	3
11	11	12	9	10	3	4	1	2
12	10	11	12	10	2	3	4	1

Анализируемое подмножество задано матрицами, что обеспечивает его косвенную связь с расчетными моделями естествознания, имеющими матричную структуру.

Кроме этого, оно имеет косвенную аналогию с элементами и структурой полей. Более того, множество иллюстрирует новые числа и операции.

Таблица модульного суммирования такова:

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	2	3	4	1	14	15	16	13	10	11	12	9	6	7	8	5
2	3	4	1	2	7	8	5	6	11	12	9	10	15	16	13	14
3	4	1	2	3	16	13	14	15	12	9	10	11	8	5	6	7
4	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
5	14	7	16	5	10	3	12	1	6	15	8	13	2	11	4	9
6	15	8	13	6	3	12	1	10	7	16	5	14	11	4	9	2
7	16	5	14	7	12	1	10	3	8	13	6	15	4	9	2	11
8	13	6	15	8	1	10	3	12	5	14	7	16	9	2	11	4
9	10	11	12	9	6	7	8	5	2	3	4	1	14	15	16	13
10	11	12	9	10	15	16	13	14	3	4	1	2	7	8	5	6
11	12	9	10	11	8	5	6	7	4	1	2	3	16	13	14	15
12	9	10	11	12	13	14	15	16	1	2	3	4	5	6	7	8
13	6	15	8	13	2	11	4	9	14	7	16	5	10	3	12	1
14	7	16	5	14	11	4	9	2	15	8	13	6	3	12	1	10
15	8	13	6	15	4	9	2	11	16	5	14	7	12	1	10	3
16	5	14	7	16	9	2	11	4	13	6	15	8	1	10	3	12

Ее дополняет неассоциативная таблица комбинаторных произведений:

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
2	4	1	2	3	16	13	14	15	12	9	10	11	8	5	6	7
3	3	4	1	2	7	8	5	6	11	12	9	10	15	16	13	14
4	2	3	4	1	14	15	16	13	10	11	12	9	6	7	8	5
5	13	6	15	8	1	10	3	12	5	14	7	16	9	2	11	4
6	16	5	14	7	12	1	10	3	8	13	6	15	4	9	2	11
7	15	8	13	6	3	12	1	10	7	16	3	14	11	4	9	2
8	14	7	16	5	10	3	12	1	6	15	8	13	2	11	4	9
9	9	10	11	12	13	14	15	16	1	2	3	4	5	6	7	8
10	12	9	10	11	8	5	6	7	4	1	2	3	16	13	14	15
11	11	12	9	10	15	16	13	14	3	4	1	2	7	8	5	6
12	10	11	12	9	6	7	8	5	2	3	4	1	14	15	16	13
13	5	14	7	16	9	2	11	4	13	6	15	8	1	10	3	12
14	8	13	6	15	4	9	2	11	16	5	14	7	12	1	10	3
15	7	16	5	14	11	4	9	2	15	8	13	6	3	12	1	10
16	6	15	8	13	2	11	4	9	14	7	16	5	10	3	12	1

Так мы получаем сад  $M^{16}$ : замкнутое на операциях конечное множество.

Матричные произведения объектных чисел подчинены таблице:

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
2	1	2	3	4	2	1	4	3	3	4	1	2	4	3	2	1
3	1	2	3	4	3	4	1	2	1	2	3	4	3	4	1	2
4	1	2	3	4	4	3	2	1	3	4	1	2	2	1	4	3
5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
6	1	2	3	4	6	5	8	7	11	12	9	10	16	15	14	13
7	1	2	3	4	7	8	5	6	9	10	11	12	15	16	13	14
8	1	2	3	4	8	7	6	5	11	12	9	10	14	13	16	15
9	1	2	3	4	9	10	11	12	1	2	3	4	9	10	11	12
10	1	2	3	4	10	9	12	11	3	4	1	2	12	11	10	9
11	1	2	3	4	11	12	9	10	1	2	3	4	11	12	9	10
12	1	2	3	4	12	11	10	9	3	4	1	2	10	9	12	11
13	1	2	3	4	13	14	15	16	9	10	11	12	5	6	7	8
14	1	2	3	4	14	13	16	15	11	12	9	10	8	7	6	5
15	1	2	3	4	15	16	13	14	9	10	11	12	7	8	5	6
16	1	2	3	4	16	15	14	13	11	12	9	10	6	5	8	7

Следовательно, теория чисел дополнена конечным множеством матриц с согласованной структурой, замкнутых на ассоциативных операциях и на неассоциативной операции.

Понятно, что конечные множества такого типа генерируются и в тех ситуациях, когда не существует моделей полей.

В частности, таким является объектное множество  $M^{36}$ , состоящее из 36 матриц размерности  $6 \times 6$ .

Специфика ситуации в том, что объектные множества достаточны для генерации на их элементах широкого и глубокого спектра функциональных законов, что недостижимо в теории полей.

Есть также множество законов, невозможных на моделях классических чисел.

Кроме этого, в объектном множестве есть делители нуля и возможно деление на ноль в объектном его представлении.

Качественно меняется сущность и структура аналогов векторных пространств, поскольку в объектном множестве не действуют законы дистрибутивности.

Дополнение ассоциативности неассоциативностью позволяет конструировать расчетные модели для живых объектов разнообразной структуры, учитывая новые возможности эволюции и самоорганизации.

Объектные множества достаточны для конструирования сложных изделий на моделях магических и полумагических квадратов, а также на моделях конечных геометрий типа Фано или на более сложных структурах.

Объектным множествам присущи цветовые операции в форме объединения действий ряда операций, достигая аналогии с глубокими моделями алгебр ассоциативного типа.

Кроме этого, есть конструктивные возможности расширения структуры и свойств всех объектных множеств, приближая расчетные модели к законам жизни живых изделий.

Исторически сложилось так, что это фундаментальное свойство структуризации в ее конструктивном представлении было замечено Куммером.

В частности, мы имеем два разложения одного числа

$$21 = 3 \cdot 7 = (1 + 2\sqrt{-5})(1 - 2\sqrt{-5}).$$

Это же число может быть задано счетным количеством других разложений в пару элементов:

$$21 = (3 + 2\sqrt{-3})(3 - 2\sqrt{-3}) = (7 + 2\sqrt{7})(7 - 2\sqrt{7}) = (9 + 2\sqrt{15})(9 - 2\sqrt{15}), \dots$$

Куммер предложил дополнить известные числовые модели новыми числами, которые были названы «идеальными» числами. Смысл их в том, что на их основе элементы первичного разложения выражаются через них:

$$A * B = 3, C * D = 7, A * C = 1 + 2\sqrt{-5}, B * D = 1 - 2\sqrt{-5}.$$

С формальной точки зрения ситуация «прозрачна», но отсюда не следует никакой алгоритм для анализа свойств «идеальных» чисел. К нему можно придти, приняв матричный вид для «идеальных» чисел:

$$A = \begin{pmatrix} 1 + 2\sqrt{-5} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 - 2\sqrt{-5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}.$$

Желаемый результат получается при условии, что операция «звездочка» двойная: сначала выполняется произведение матриц, а затем вычисляется «след» этой матрицы.

Так простым способом достигается структуризация «идеальных чисел» на основе их представления матрицами и двойной операцией произведения.

Теперь появляется алгоритм «геометризации» «идеальных» и натуральных чисел в их связи между собой. Для этого учтем закон связи отрезков на Евклидовой прямой линии:

$$\dots\dots\dots A \dots\dots\dots B \dots\dots\dots C \dots\dots\dots D \dots\dots\dots$$

$$AC + BD = AD + BC.$$

Заменив точки матрицами «идеальных» чисел, получим на операции звездочка выражения

$$A * C + B * D = 2, A * D + B * C = 0.$$

Следовательно, геометрическое равенство «отрезков» имеет место при суммировании по модулю числа 2:

$$A * C + B * D \equiv A * D + B * C \pmod{2}.$$

Этот же закон с суммированием по модулю других чисел имеет место при аналогичной записи матрицами новых «идеальных» чисел.

С физической точки зрения фундаментальный интерес представляет именно свойство чисел иметь структуру, если принять модель «живых» чисел, допуская точку зрения, что числа могут иметь спектр внутренних, скрытых состояний.

Проиллюстрируем идею примерами. Рассмотрим, например, спектр состояний числа 33. Запишем ситуацию на основе функций, адекватных таким состояниям. Пусть

$$\sigma_+(x) \cdot \sigma_-(x) = 33.$$

Имеем, в частности, такие значения:

$$\begin{aligned} \sigma_+(1) &= 1 + 4\sqrt{-2}, \sigma_-(1) = 1 - 4\sqrt{-2}, & \sigma_+(3) &= 3 + 2\sqrt{-6}, \sigma_-(3) = 3 + 2\sqrt{-6}, \\ \sigma_+(5) &= 5 + 2\sqrt{-2}, \sigma_-(5) = 5 - 2\sqrt{-2}, & \sigma_+(7) &= 4 + 4\sqrt{1}, \sigma_-(7) = 4 - 4\sqrt{1}, \\ \sigma_+(11) &= 11 + 2\sqrt{22}, \sigma_-(11) = 1 - 2\sqrt{22}, & \sigma_+(13) &= 13 + 2\sqrt{34}, \sigma_-(13) = 13 - 2\sqrt{34}, \dots \end{aligned}$$

Для естествоиспытателя, практикующего с реальными объектами, структуризация чисел есть «подсказка», что исследуемые изделия могут иметь разную структуру, которая не проявляет себя при «внешнем» исследовании.

Обратим внимание на специфику структуризации простых чисел:

$$\begin{aligned} -1 &= (-1 + 1\sqrt{a})(-1 - 1\sqrt{a}) \rightarrow a = 2, \\ -1 &= (-2 + 1\sqrt{b})(-2 - 1\sqrt{b}) \rightarrow b = 5, \\ &\dots\dots\dots \\ -1 &= (-n + 1\sqrt{n^2 + 1})(-n - 1\sqrt{n^2 + 1}), \dots \end{aligned}$$

Аналогично получим структуризацию других канонических чисел:

$$\begin{aligned} 0 &= (n + 1\sqrt{n})(n - 1\sqrt{n}), \\ 1 &= (n + 1\sqrt{n^2 - 1})(n - 1\sqrt{n^2 - 1}). \end{aligned}$$

Заметим возможность функциональной структуризации канонических чисел. Рассмотрим модель на функциях

$$\sigma(+) = f(g) + gf(g), \quad \sigma(-) = f(g) - gf(g) \rightarrow n = \sigma(+)\sigma(-) = f^2(g) - g^2 f^2(g).$$

Получим, например,  $0 = -1 + 1,$

$$\begin{aligned} -1 &= \left( \sqrt{\frac{-1}{1-g^2}} + g\sqrt{\frac{-1}{1-g^2}} \right) \left( \sqrt{\frac{-1}{1-g^2}} - g\sqrt{\frac{-1}{1-g^2}} \right), \\ 1 &= \left( \sqrt{\frac{1}{1-g^2}} + g\sqrt{\frac{1}{1-g^2}} \right) \left( \sqrt{\frac{1}{1-g^2}} - g\sqrt{\frac{1}{1-g^2}} \right). \end{aligned}$$

## Заключение

В монографии представлен дальнейший анализ сторон и свойств объектных множеств, уточняющих и дополняющих стороны и свойства классических числовых моделей, среди которых большинство недостаточно учитывало фундаментальное свойство структурности изделий.

Обосновано единство законов движений в пространстве-времени и отношений изделий со структурой в моделях объектных множеств на базе обобщения алгебры Йордана. Дано структурное представление базиса октонионов на элементах триграмм, объединив аналитику Запада с мифологией Востока. Частично проанализированы модели структурных изделий в форме магических квадратов и конечных геометрий. Указаны законы связей и отношений между изделиями, невозможные и недоступные в границах классических теорий и чисел.

Предъявлен спектр проблем и перспектив развития теории эволюции и самоорганизации.

Монография имеет ростковые точки, нацеленные на научное творчество молодых людей в направлении развития интеллекта и новой практики, что позволит достичь глубинной и реальной гармонии нашей цивилизации с миром жизни.

## Литература

1. Барыкин В.Н. Новые интеллектуальные технологии. – Минск: Ковчег,2016. – 336 с.
2. Барыкин В.Н. Объекты и активности. – Минск: Ковчег,2016. – 100 с.
3. Барыкин В.Н. Обобщение теоремы Фробениуса. – Минск: Ковчег,2017. – 20 с.
4. Барыкин В.Н. Контрпример к теории Гурвица. – Минск: Ковчег,2017. – 24 с.
5. Барыкин В.Н. Вывод уравнения Шрёдингера. – Минск: Ковчег,2017. – 16 с.
6. Барыкин В.Н. Новая неассоциативность множеств. – Минск: Ковчег,2017. – 252 с.
7. Барыкин В.Н. Скрытые свойства реальности. – Минск: Ковчег,2018. – 288 с.
8. Барыкин В.Н. Новый синтез неевклидовых геометрий. – Минск: Ковчег,2018. – 140 с.
9. Барыкин В.Н. Структура квантов, зарядов, констант. – Минск: Ковчег,2019. – 240 с.
10. Барыкин В.Н. Алгебра мест и отношений. – Минск: Ковчег,2020. – 308 с.
11. Барыкин В.Н. Неассоциативность без дистрибутивности – Минск: Ковчег,2020. 308 с.
12. Барыкин В.Н. Объектная самоорганизация. – Минск: Ковчег,2021. – 386 с.
13. Барыкин В.Н. Свет объектных чисел. – Минск: Ковчег,2021. – 380 с.
14. Барыкин В.Н. Телеология о Реальности. – Минск: Ковчег,2022. – 238 с.
15. Барыкин В.Н. Моделирование живой Реальности. – Минск: Ковчег,2022. – 344 с.
16. Барыкин В.Н. Миражи развивающихся истин. – Минск: Ковчег,2023. – 320 с.
17. Барыкин В.Н. Сады неассоциативных истин. – Минск: Ковчег,2023. – 416 с.
18. Барыкин В.Н. Прорывные истины. – Минск: Ковчег,2024. – 426 с.
19. Барыкин В.Н. Объекты и отношения. – Минск: Ковчег,2024. – 252 с.
20. Барыкин В.Н. Геометрия объектов. – Минск: Ковчег,2024. – 324 с.

